

剪切过程中岩石节理粗糙度 分形演化及力学特征^{*}

王金安 谢和平

(中国矿业大学北京研究生部分形力学研究所, 100083)

M. A. Kwasniewski

(Faculty of Mining and Geology, Silesian Technical University, Poland)

文 摘 在系统测量和试验的基础上, 研究了剪切过程中岩石节理粗糙面的分形特征和岩石节理的力学行为, 阐述了岩石节理面分形维数 D 和截距 A 与岩石节理在载荷作用下法向、切向变形以及抗剪强度之间的关系, 得出岩石节理在剪切过程中由于表面损伤而引起的表面分维 D 和截距 A 的演化规律。研究表明: 分维 D 和截距 A 是描述节理面粗糙性的两个重要的参数。前者反映节理粗糙面的不规则程度, 后者则与节理面粗糙体(asperities)的坡度密切相关。仅依据分形维数 D 不足以确定岩石节理的粗糙性与岩石节理力学行为之间的关系。在许多情况下, 岩石节理的力学性质对截距 A 的依赖程度大于对分维 D 的依赖程度。

关键词 岩石节理, 粗糙度, 分形维数, 截距, 变形刚度, 抗剪强度, 表面损伤。

1 引 言

在中等法向力作用下, 岩石节理的变形和抗剪强度在很大程度上受节理面粗糙度的影响^[1, 2]。Patton^[3]的研究表明, 不同的粗糙坡度使岩石节理的破坏机制发生转变, 从而有不同形式的剪切强度包络线。Barton 等人^[4]提出的岩石节理抗剪强度经验准则, 反映了节理粗糙度(JRC)的影响。Tse 和 Cruden^[5]通过对 8 种表面几何参数的研究, 发现节理面一阶导数均平方根 Z_2 (拟粗糙体坡度)和结构方程(SF)(拟粗糙点高差)与 JRC 有较好的相关性。近几年, 许多研究者运用分形几何描述岩石节理表面粗糙度, 并试图建立分形维数与 JRC 的量化关系^[6~10]。一般认为, JRC 越大, 分形维数也越高, 即节理面越粗糙。由于诸研究者采用的测量方法、尺规以及对分形维数的计算方法有所不同, 得到的结果存在一定差距, 甚至相反^[11, 12]。应当指出, 依照 Barton 给出的“标准节理断面”测量计算得出的是一个“纯”几何参数, 而通过剪切试验获得的 JRC 还取决于岩石性质、载荷条件、岩石节理表面结构异向和不均匀等因素。前后两者有质的差别。

为深入研究岩石节理分形参数为与岩石节理力学性质的关系, 笔者首先通过间接拉伸方法在岩石试件中制作断裂面, 然后应用激光表面测量仪对断裂表面进行无接触测量, 计算其分形参数。再将岩样按原断裂面嵌合方式重新组装成节理岩石试件, 进行剪切力学试验, 测量岩石节理变形及抗剪强度等。试验后, 对经历了不同加载历史的岩石节理表面再次测量, 并对受剪后的表面分形参数进行计算, 从而获得岩石节理在剪切过程中因表面损伤而引起的节理面

* 国家杰出青年科学基金、国家教委跨世纪优秀人才专项基金及中国博士后科学基金资助项目。

分形演化规律。

2 岩石断裂表面测量及分形描述

常用的材料表面形态测量方法主要有机械式和光学式两种。岩石节理面通常比较脆弱,采用机械式测量时,探针沿岩石断裂面滑行时易插入材料表面,造成测量误差和表面划伤。本研究采用无接触激光表面测量技术,激光扫描测量遵循三角反映原理:激光由光源射出后在被测物体表面形成一个很小的光斑,部分光按一定角度由物体表面反映到光敏传感器 PSD (positional sensitive detector)。当被测物体与光源之间的距离发生改变时,反射光将照在 PSD 的不同位置,光电转换系统产生与测量距离成比例的电子信号,经过电子积分给出测量步距内表面高度的平均值。本研究使用的激光测量以 LM30 (德国 LAP GmbH, Lüneburg 公司制造) 高差量程 30mm, 测量精度 $\pm 7\mu\text{m}$, 分辨率 $7.5\mu\text{m}$ 。图 1 是应用激光测量的砂岩拉断裂剖面。

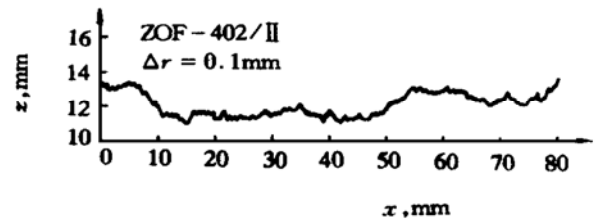


图1 实测的砂岩拉断裂面

岩石断裂表面形态与材料微观结构、断裂机制和环境因素等有关^[13~15]。断裂粗糙表面具有随机性和结构相关性两大特征:粗糙面在扩展空间随机变化,没有适度的方程能描述它的具体形状;然而,粗糙结构的变化与断裂扩展位置并非完全独立,在一定程度上,粗糙面的增变量 (variance) 与扩展距离相关。

考虑一个单值函数 $Z(x)$, 满足上述两个基本特征。对于岩石断裂面, 函数值 $Z(x)$ 是粗糙面在 x 处的高度, 它随位置 x 随机变化。该函数的增变量定义为

$$V(r) = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} [Z(x_i + r) - Z(x_i)]^2 \quad (1)$$

式中 $V(r)$ 为增变量; $Z(x_i)$ 为在 x_i 点的表面高度; r 为两样本点间距; N 为总样本点数; j 为 r 间距内的子样本点数。理论证明^[16,17], 随机函数 $Z(x)$ 的分形特性可由 $V(r)$ 表述为

$$V(r) = Ar^\beta \quad (2)$$

这里 A 是一个系数。在 $V(r)$ 与 r 的双对数关系图中, A 是曲线在 $\log V(r)$ 轴上的截距; β 是该曲线的斜率 (图 2)。分形维数 D 由下式确定:

$$D = 2 - \frac{\beta}{2} \quad (3)$$

进一步的研究表明^[18], 根据 $\log V(r) - \log r$ 曲线的线性段斜率 β 计算的分形维数 D , 是对岩石断

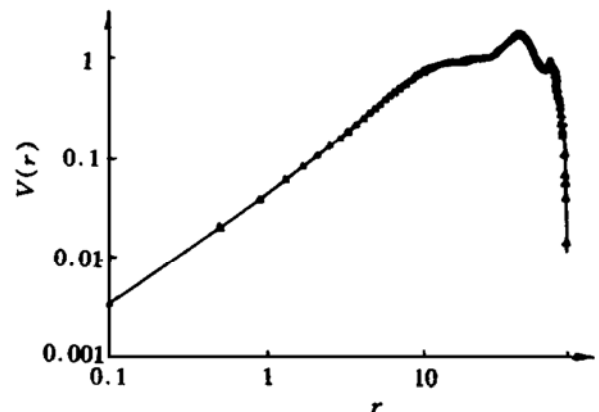


图2 $\log V(r) - \log r$ 曲线

裂表面细观结构不规则程度——粗糙度 (roughness) 的定量描述, 分维越大, 表面的粗糙点 (asperities) 越不规整。 $\log V(r) - \log r$ 曲线在 $\log V(r)$ 轴上的截距 A , 与岩石断裂面波形 (waviness) 的坡度密切相关, A 值越大, 波形的坡度越陡。鉴于岩石节理的许多力学性质, 如抗剪强度、剪胀等, 在一定程度上受节理面粗糙体坡度的影响^[3], 本研究将分维 D 和截距 A 这两个独

立参数用于描述岩石节理表面的粗糙程度, 探讨它们对岩石节理力学性质的影响。

3 岩石节理分形力学特征

力学试验应用模拟剪切仪(图 3), 在电液伺服试验机上以恒变形速率($v = 0.005\text{mm/s}$)进行加载。采用位移传感器(LVDT)测量沿节理面的法向和切向变形。作用在岩石节理面上的法向力 F_n 和切向力 F_t 通过下式计算:

$$F_n = P \sin \theta \quad (4a)$$

$$F_t = P \cos \theta \quad (4b)$$

式中 P 是试验机施加的载荷; θ 是剪切角, 通过改变 θ 角可获得不同的法向/切向加载比。本研究对三种剪切角($\theta = 35^\circ, 40^\circ$ 和 45°)进行了试验。

试验选用砂岩, 其弹性模量为 30106MPa , 泊松比是 0.174 。试件直径 4.18cm , 高 5cm 。用间接拉伸试验在试件中形成拉断面, 取该破断面中心部分 $20\text{mm} \times 20\text{mm}$ 的范围, 以 0.25mm 步距进行激光扫描测量。这样, 每个被测区域共有 81 条扫描测量断面, 覆盖 6561 个测点。求出每个断面的 D 和 A 值后进行加权平均, 作为该表面粗糙度的分形参数。

3.1 法向变形

图 4 是在剪切角 $\theta = 40^\circ$ 时, 试验测量的三个岩石节理法向变形曲线。表 1 给出这些节理面沿剪切方向 81 条测线确定的平均分维 D 和截距 A 。经比较发现, 分维 D 越大, 或截距 A 越小, 岩石节理的法向变形刚度则越大, 即节理面细观结构越不规则, 或表面波形坡度越平缓, 岩石节理的法向变形刚度越大。特别是当法向力较小时 (较大的 θ 角), 分维 D 和截距 A 对岩石节理法向变形刚度的这种影响更为明显 (图 5(a), 5(b))。

表 1 岩石节理面分维 D 、截距 A 和岩石抗拉强度 σ_T

No.	θ	D	$A_1 \times 10^{-3}$	$\sigma_T (\text{MPa})$
SH-07	40	1.4225	6.05	6.73
SH-16	40	1.4163	2.68	8.24
SH-22	40	1.5261	0.25	8.89

此外, 图 4 中的 P_0 点表征岩石节理在压剪过程中的剪胀 (即反方向法向变形)。当岩石节理面分维较大时, 剪胀现象出现早且频繁 (SH-22); 当节理面 A 值较大时, 剪胀发生晚但剪胀值较高 (SH-07)。

3.2 切向变形

岩石节理的切向变形特征, 同时取决于分维 D 和截距 A 。如图 6(a) 和表 2 所示, 试验 SH-16 的岩石节理分维 D 最小, 但截距最大。结果表明, 该节理具有最大的抗剪强度和较高的切向变形刚度; 试验 SH-17 的岩石节理分维 D 最大, 但截距 A 最小, 该节理在受剪初期有较

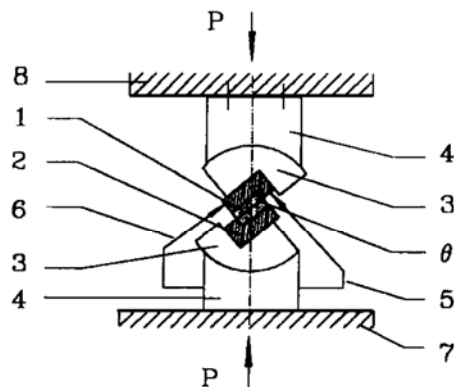


图 3 模拟剪切仪

1—节理岩石试件; 2—夹持器; 3—球形座;
4—底座; 5, 6—法向、切向位移传感器;
7—加载活塞; 8—固定盘; θ —剪切角。

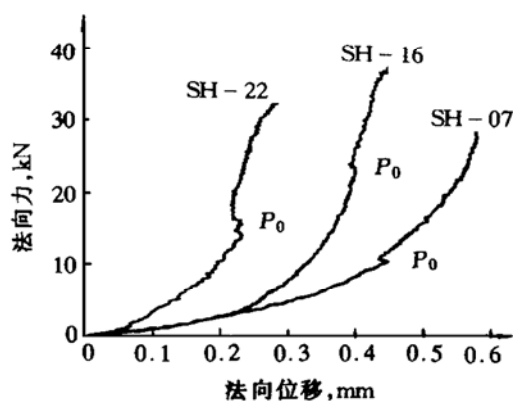


图 4 岩石节理法向变形及伴随的剪胀 (P_0)
($\theta = 40^\circ$)

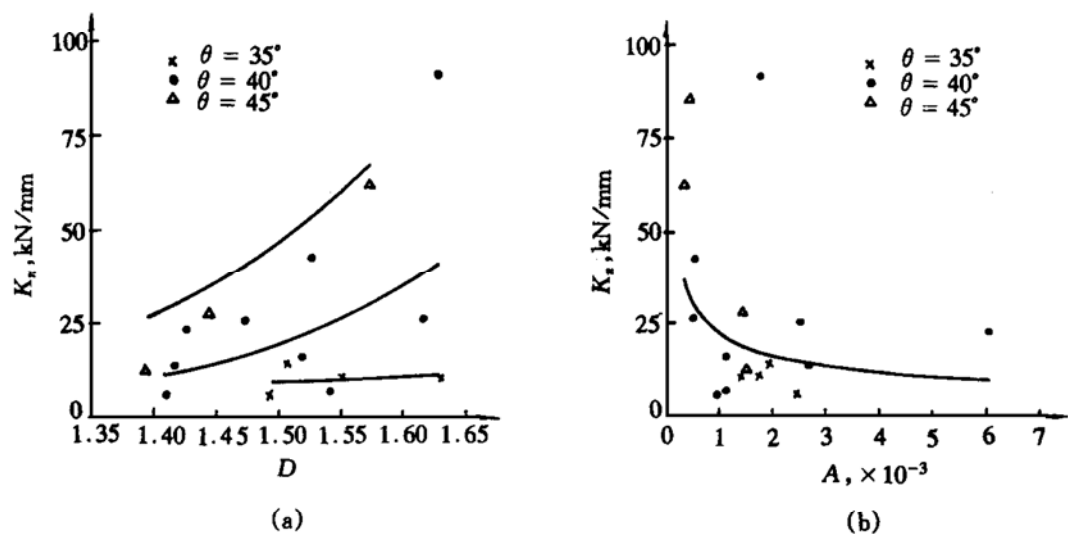


图 5 分维 D 和截距 A 对岩石节理法向变形刚度的影响(θ 为剪切角)

大的切向变形刚度,但抗剪强度明显低于 SH- 16。

另外一组试验(图 6(b))也表明,SH- 07 节理的分维最小,但截距 A 值最大,它再次表现出最大的切向变形刚度和最高的抗剪强度。尽管 SH- 21 节理面分维最大,同时 A 值也最小,它与 SH- 15 节理(相对较小的 D 和较大的 A)具有相近的切向变形刚度和抗剪强度。

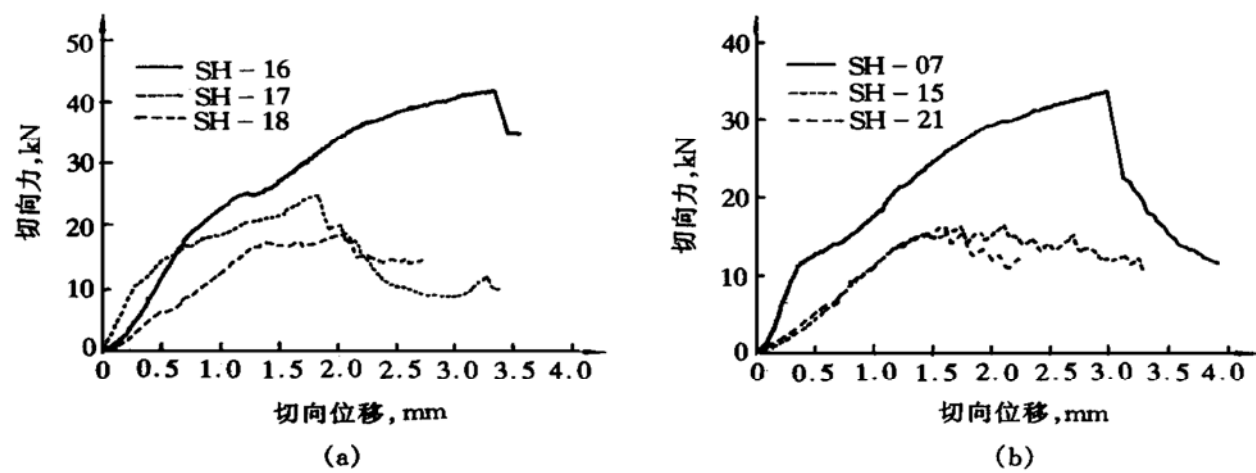


图 6 岩石节理切向变形曲线($\theta=40^\circ$)

表 2 岩石节理面分维 D 、截距 A 和岩石抗拉强度 σ_T

No.	θ	D	$A_1 \times 10^{-3}$	σ_T (MPa)	注
SH- 16	40	1.4163	2.68	8.24	图 5(a)
SH- 17	40	1.6293	1.76	7.24	
SH- 18	40	1.4729	2.01	8.38	
SH- 07	40	1.4225	6.05	6.73	图 5(b)
SH- 15	40	1.5184	1.12	7.24	
SH- 21	40	1.6165	0.49	8.15	

综上所述,岩石节理的剪切力学行为对截距 A 的依赖程度大于对分维 D 的依赖。如图 7 (a)所示,节理面分维 D 从 1.4 变化至 1.6,岩石节理的切向变形刚度在剪切角 θ 较低时几乎不变。可见,仅以一个分形维数 D ,不足以描述和确定岩石节理粗糙度与其力学性质之间

的关系,应更注重截距 A 的影响。图 7(b)表明,节理的切向刚度随截距 A 值增大而增加。由于 D 和 A 值是描述节理面不同结构特征的两个独立参量,两者之间的不同组合将产生不同力学效应。

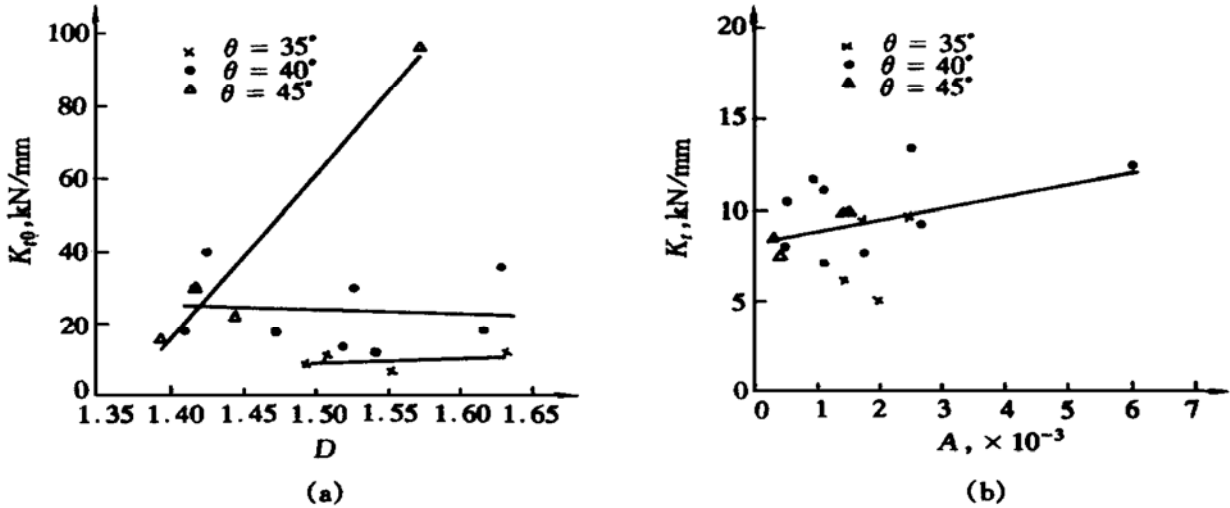


图7 分维 D 和截距 A 对岩石节理切向刚度的影响(θ 为剪切角)

3.3 抗剪强度

试验结果表明,岩石节理的抗剪强度首要取决于法向力的大小,节理面分维 D 和截距 A 的影响是第二位的^[18],而且 D 和 A 值对岩石节理的抗剪强度具有交叉影响。综合考虑法向力 F_n ,岩石单向抗拉强度 σ_T ,节理面分维 D 和截距 A ,岩石节理的抗剪强度可用下面经验公式表达:

$$F_{tp} = C_1 \frac{V(r_c)}{\sqrt{A}} \sigma_T + C_2 \log \left| \frac{A}{\sqrt{V(r_c)}} \right| F_n \quad (5)$$

式中 $V(r_c)$ 是增变量对数关系中对应线性段的最大距离 r_c 处的值: $V(r_c) = A r_c^\beta = A r_c^{2(2-D)}$,它综合反映了分维 D 和截距 A 的交叉影响。 C_1 和 C_2 是常数项,分别为 1.5852 和 1.0285。公式(5)

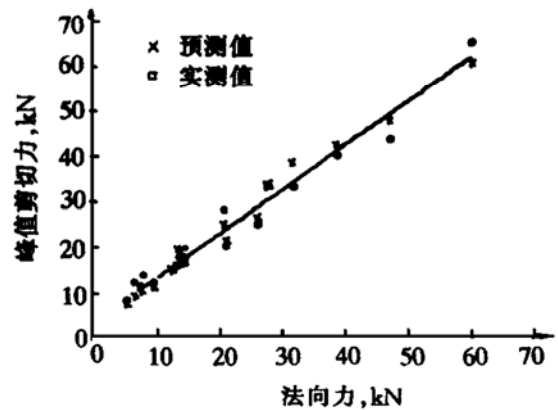


图8 试验和用公式(5)预测的岩石节理抗剪强度

的相关系数是 0.99。图 8 是试验和用式(5)计算的岩石节理抗剪强度,两者比较吻合。

4 岩石节理分形表面损伤演化规律

在剪切过程中,岩石节理的粗糙表面将受到某种损伤,具体表现在节理面微凸体的破坏和粗糙度的退化。节理面粗糙点破坏模式和表面结构的变化取决于法向力的大小和剪切历史^[19,20]。事实上,粗糙表面损伤的物理过程相当复杂。在特定的载荷环境中,岩石节理表面损伤可能有几种破坏模式构成,如在较陡的粗糙点处产生拉劈裂,在较平缓处节理面产生相对滑动以及破坏后的粗糙体产生转动、碾碎、迁移等。此外,节理面不同的损伤破坏机制,在整个载荷历史中,将以某种顺序出现。所观察到的表面损伤状态,实际上只反映了表面损伤过程中

的那一时刻的现象。

试验中观察到, 岩石节理两侧的粗糙面尽管在初始加载阶段吻合很好, 但在剪切过程中仅有局部表面损伤。可以认为, 正是这些受损伤的粗糙体影响和控制着岩石节理的力学行为。图9是岩石节理面在受剪切破坏前后的表面形态, 剪切方向平行于 Y 轴坐标。研究表明, 节理面的分维 D 和截距 A 在剪切过程中的演化有如下规律:

- (1) 节理面初始分维 D_0 和截距 A_0 越大, 剪切过程中 D 和 A 值衰减越快;
- (2) 法向力 F_n 越高, D 和 A 值下降多;
- (3) 岩石的抗拉强度 σ_T 越大, 节理面在剪切过程中 D 和 A 变化越小;
- (4) 剪切距离 δ 越长, D 和 A 值下降越多, 但下降速率明显减慢。

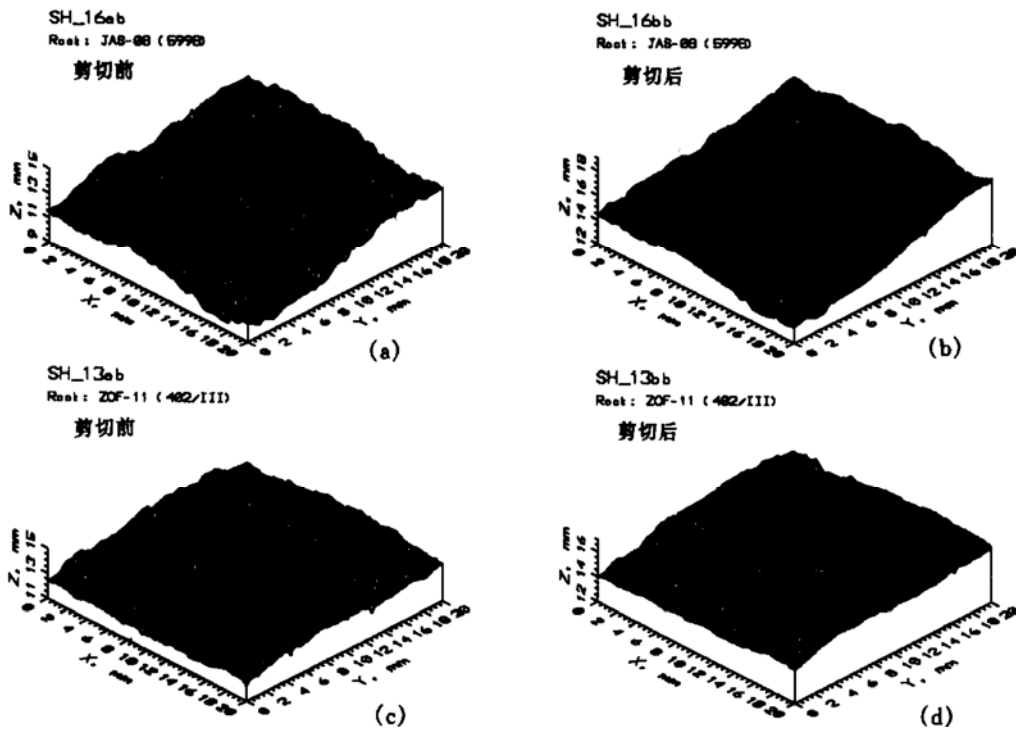


图9 岩石节理剪切前和剪切后的表面形态:

(a) ~ (b) $\theta = 40^\circ$, $\delta_s = 3.572\text{mm}$; (c) ~ (d) $\theta = 45^\circ$, $\delta_s = 4.659\text{mm}$

综合上述因素, 得出岩石粗糙节理在剪切过程中表面损伤分形演化规律的经验表达式为

$$D_s = D_0 \left| 1 - C_0 \frac{\sqrt{V(r_c)}}{\sigma_T} \log \left| \frac{\int dW_p}{\sqrt{V(r_c)}} \right| \right| \quad (6)$$

$$A_s = C_1 A_0 + C_2 \sqrt{V(r_c)} \exp \left| - \frac{A_0 \int dW_p}{\sigma_T \sqrt{V(r_c)}} \right| \quad (7)$$

式中 D_s 和 A_s 是下式岩石节理面受剪切塑性功

$$W_p = \int dW_p = \int_{\delta_t} F_t(\delta) d\delta \quad (8)$$

的分维和截距, 其中 F_t 是剪切力, δ_t 是剪切位移。由于岩石节理的抗剪能力与作用的法向力大小有关, 式(8)的塑性功事实上隐含了法向力的影响。式(6)和式(7)中的增变量 $V(r_c)$ 的定义与式(5)相同。常数项 C_0 , C_1 和 C_2 分别为 $C_0=0.1046$, $C_1=0.317$, $C_2=0.006$ 。式(6)和式(7)的回归相关系数均在 0.99 以上。

5 结 论

岩石节理表面形态一般可分为形状(form), 波度(waveness)和粗糙度(roughness)三个结构级别, 它们在不同的尺度上具有分形特征。本文运用随机函数 $Z(x)$ 增变量分析确定的分形维数 D , 是对节理表面粗糙度的定量描述, 节理面越粗糙, 微凸体越不规整, 分维值越高。然而, 力学实验中发现, 分维 D 本身还不足以描述和确定节理面粗糙性与岩石节理力学性质之间的关系。随机变量 $Z(x)$ 的增变量 $V(r)$ 与 r 在双对数关系中, 曲线在 $\log V(r)$ 轴上的截距 A 与节理面的波形坡度具有统计意义上的联系, 波形坡度越陡, A 值越大。试验表明, 在许多情况下, 截距 A 对岩石节理的力学行为有更大的影响。具有较高分维 D 及高截距 A 的岩石节理, 将产生较大的切向变形刚度和抗剪强度; 高分维和低截距的岩石节理则有较大的法向变形刚度。由于分维 D 和截距 A 是独立参量, 它们对岩石节理力学性质和节理表面损伤演化规律的交叉影响, 可以通过增变量 $V(r) = Ar^{2(2-D)}$ 综合地加以体现。同时, 式(5)表达的岩石节理抗剪强度和式(6) 式(7)表达的岩石节理面分形演化规律, 通过 $V(r_c)$ 的最大线性相关距离 r_c 隐含了岩石节理力学性质的尺度效应(scale effect)。

参 考 文 献

- 1 Barton N. Review of a New Shear Strength Criterion for Rock Joints. Eng Geol 1973, **7**: 287~ 322.
- 2 Byerlee J D. Friction of Rocks. Pure Appl Geophys 1978, **116**: 615~ 626.
- 3 Patton P C. Multiple Modes of Shear Failure in Rock and Relative Material. Ph D Thesis, University of Illinois, Urbana, 1966.
- 4 Barton N, Choubey V. The Shear Strength of Rock Joints in Theory and Practice. Rock Mechanics, 1977, **10** (2): 1~ 54.
- 5 Tse R, Cruden D M. Estimating Joint Roughness Coefficient. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1979, **16**: 303~ 307.
- 6 Turk N, Grieg M J, Dearman W R, Ami F F. Characterization of Rock Joint Surface by Fractal Dimension. In Rock Mechanics: Proc 28th US Symp, 1987. 1223~ 1236.
- 7 Maerz N H, Franklin J A. Roughness Scale Effect and Fractal Dimension. In Scale Effect in Rock Masses. 1990. 121~ 126.
- 8 Lee Y H, Barr D J, Hass C J. The Fractal Dimension as a Measure of the Roughness of Rock Discontinuity Profile. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1990, **127**: 453~ 464.
- 9 Muralha J. Fractal Dimension of Jointed Roughness Surfac. ISRM Symp "Fractured and Jointed Rock Masses", Lake Taboee, 1992.
- 10 Xie H, Pariseau W G. Fractal Estimation of Joint Roughness Coefficients Sci in China (B), 1994, **37**(12): 1516~ 1524.
- 11 Miller S M, McWilliams P C, Kerker J C. Ambiguities in Estimations Rock Fracture Surfaces. In: Proc

- 31th US Symp. Rock Meck. 1990, 471~ 482.
- 12 Odling N E. Natural Fracture Profiles, Fractal Dimension and Joint Roughness Coefficients. Rock Mech Rock Engng 1994, **27**(3): 135~ 153.
- 13 Xie H. Fractals in Rock Mechanics. Geomech. Reaserch Ser. Balkema, Rotterdam/ Brokfield, 1993. 453.
- 14 Bahat D. Tectono- fractography. Springer- Verlag, Berlin, 1991. 354.
- 15 Atkinson B K. Fracture Mechanics of Rock. Academic Press, Harcourt Brace Jovanovich Publishers, London, 1987. 534.
- 16 Voss R F. Random Fractal Forgeries. Fundamental Algorithms for Computer Graphics, 1985. 805~ 835.
- 17 Falconer K. Fractal Geometry- Methemathical Foundation and Applications. John Wiley & Sons Ltd Chichest, 1990. 288.
- 18 Wang J A. Morphology and Mechanical Behavior of Rock Joints. Ph D Thsis, Silesian Tech University, Poland, 1994.
- 19 Bro A. Failure of Stepped Joints: An Analysis and Comparison with a Measured Failure Geometry. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1992, **29**(2): 179~ 186
- 20 Huang X, Haimson B C, Plesha M E, Qiu X. An Investigation of the Mechanics of Rock Joints- Part I : Laboratory Investigation. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1993, **30**(3): 257~ 269.

Fractal Evolution of Surface Roughness and Mechanical Behavior of Rock Joints Under Shearing

Wang Jin'an

Xie Heping

(Institute of Fractal Mechanics, Beijing Graduate School, China University of Mining and Technology, Beijing 100083)

M. A. Kwasniewski

(Faculty of Mining and Geology, Silesian Technical University, Poland)

Abstract On the basis of systematic measurement, the fractal characters of rock joint surfaces and the mechanical behavior of the rock joints under shearing have been investigated. The study elaborates the effect of surface roughness characterized by fractal dimension D and the intercept A on the normal and shear deformation, and the shear strength of rock joints. The evolution law of roughness due to the surface damage in loading has been developed. The study shows that D and A are important and independent of each other in describing surface roughness of rock joints. The former reflects the irregularity of asperities on joint surfaces, while the latter is intimately related to the slope of waveness of rock joints. Fractal dimension D alone is insufficient for establishing the relationship between the surface roughness and the mechanical behavior of rock joints. Under most circumstances, the dependence of the mechanical properties of rock joints on the intercept A is greater than that on fractal dimension D .

key words rock joint, roughness, fractal dimension, the intercept, shear strength, surface damage.