

边坡临界滑动场及其数值模拟*

朱大勇

(南京工程兵工程学院, 210007)

摘 要 根据最优控制理论提出了边坡临界滑动场的概念, 并提出了模拟临界滑动场的数值方法。临界滑动场是边坡在临界状态下边坡体内无数条互不相交的危险滑动面组成的剩余推力极值曲线场, 这些滑动面的形状不受任何数学限制, 而临界滑动面是其中的一条。算例表明临界滑动场中的临界滑动面是理论解的数值逼近。

关键词 边坡稳定性, 临界滑动面, 临界滑动场。

1 引 言

极限平衡法是计算边坡稳定性的最主要的基本方法, 但此法最大的困难在于很难找出对应于最小安全系数的临界滑动面, 尤其当滑动面形状任意时。传统和现今计算思路均是试图从众多滑动面中比较出临界滑动面^[1~3]。由于介质与状态方程的复杂性, 滑动面位置所决定的安全系数泛函不仅具有多重极值而且有时不连续, 因此上述方法尽管取得很大进展仍没有根本解决问题。本文应用最优控制理论的思想, 认为临界滑动面不是孤立存在的, 而是共生于一簇危险滑动面, 从而引出边坡临界滑动场概念, 进而找到求解临界滑动场的数值方法。通过求解临界滑动场达到计算边坡最小安全系数及临界滑动面的目的。

2 基本概念 的提出

极限平衡理论的边坡稳定性计算方法很多^[1], 各种方法不同之处是条块间作用力方式假设不同。本文只考虑条块间的水平作用力且不计力矩平衡, 这相当于简化 Janbu 法。

滑动面已知时, 边坡安全系数 F_s 表达式如下:

$$F_s = \frac{\sum_1^n \{ c_i b_i + (W_i - u_i b_i) \operatorname{tg} \varphi_i \} \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i}{F_s}}}{\sum_1^n \{ W_i \operatorname{tg} \alpha_i + K_c W_i \}} \quad (1)$$

其中 c_i, φ_i 为第 i 条块底面凝聚力、内摩擦角; α_i, b_i 分别为第 i 条块底面倾角、条块宽度; W_i, u_i 分别为第 i 条块重量、底面水压力; K_c 为地震影响系数。

式(1)为非线性, F_s 需迭代求解。但从另一个途径也能求解 F_s 。即假定 F_s 初试值为 F_s' , 可依次递推计算各条块间推力 $E_1 \rightarrow E_2 \rightarrow \dots \rightarrow E_i \rightarrow E_{i+1} \rightarrow \dots \rightarrow E_{n+1}$ (E_1 为初始已知的)。通过受力分析(如图 1), 得

* 到稿日期: 1995- 08- 24.

$$E_{i+1} = E_i + K_c W_i + W_i \operatorname{tg} \alpha_i - [c_i b_i + (W_i - u_i b_i) \operatorname{tg} \varphi_i] \cdot \sec^2 \alpha_i / (F_s' + \operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i) \quad (2)$$

在滑坡出口处 E_{n+1} 称为剩余推力。显然如果 $E_{n+1} > 0$ 则 $F_s' > F_s$; 如 $E_{n+1} < 0$, 则 $F_s' < F_s$, 迭代 F_s' , 使得 E_{n+1} 接近零, 此时边坡处于临界状态或极限平衡状态, $F_s' = F_s$ 。

上述过程与解式(1)是等效的, 但更能把握滑动力学机理, 剩余推力物理意义明确。

当滑动面未知时, 就需要寻找安全系数最小的滑动面即临界滑动面。传统的做法是计算每个试算滑动面的安全系数, 然后比较出最小值 F_{\min} 。我们改变计算思路, 计算一安全系数试算值 F_s' 下的所有试算滑动面的剩余推力, 比较出最大剩余推力 E_{\max} 。根据 E_{\max} 的正负判断 F_s' 的改进方向, 迭代 F_s' 使 E_{\max} 充分接近零, 此时的 F_s' 即为 F_{\min} 。现在问题归结为如何求解一定 F_s' 下最大剩余推力及其对应的危险滑动面。

求最大剩余推力 E_{\max} 实际上是个最优控制问题。如图2所示边坡, 规定滑动出口段范围 $A_1 A_2$, 入口段范围 $B_1 B_2$, 因此这是一个两端非固定的最优控制问题。根据最优控制论^[4], 边坡体内应存在无数条剩余推力极值曲线, 每条极值曲线对应出口处 E 为最大。这些极值曲线互不交叉, 构成极值曲线场。我们命名边坡的剩余推力极值曲线场为危险滑动场。

当 $E_{\max} = 0$ 时, 边坡危险滑动场便成为临界滑动场。

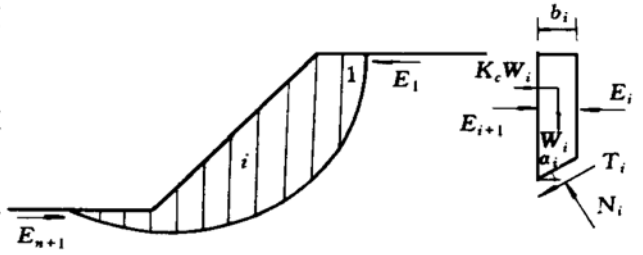


图1 边坡受力分析图

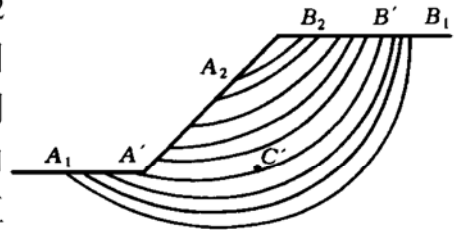


图2 边坡危险滑动场示意图

3 临界滑动场的数值模拟

从理论上讲, 临界滑动场是存在的, 但完全通过解变分法的欧拉方程^[4]确定临界滑动场是不现实的, 必须另寻数值方法解决。

由于边坡最小安全系数未知, 不可能一步到位确定临界滑动场, 而需通过调整安全储备 F_s 计算逐一对应的危险滑动场来实现。取图2危险滑动场中某条危险滑动面 $A'B'$ 分析。对于固定出口点 A' 来说, $A'B'$ 是最优路径。即沿此路径滑动 A' 处剩余推力达到最大。在 $A'B'$ 中任取一点 C' , $C'B'$ 同样是最优路径即沿此路径滑动 C' 处推力达到最大, 并且此时无需知道 A' 位置。这就是控制论中的最优性原理。它说明整体最优的控制, 其局部必定是最优的。边坡体内任一点都唯一存在一条以它为终端的最优路径使其推力最大。也就是说边坡体内任一点均对应最大推力及危险滑动方向, 而且它们只与该点滑向后的坡体有关。为此, 我们将边坡体离散成众多状态点, 每个状态点对应有两个相关的状态值即最大推力 E , 危险滑动方向与水平线交角 α (有时直接用 $\operatorname{tg} \alpha$)。通过计算每点状态值模拟边坡危险滑动场。

如图3所示边坡, 所有潜在滑动面的范围在曲线 $A_1 B_1$, $A_2 B_2$ 之间, 将边坡体均匀分成 n 个条块, 条宽为 b 。定义条块间接触面为条块线, 共有 $n+1$ 个条块线。再定义 $B_1 B_2$ 间条块为入口段, $A_1 A_2$ 间条块为出口段, $A_2 B_2$ 间条块为过渡段。潜在滑动面只在条块线上发生转折, 而在每一条块内看成是直线, 如果条宽 b 很小, 可足以描述滑动面的弯曲变化。每个条块线再离散若干状态点, 状态点编号 i, j , 其中 i 为条块线编号(自入口开始编), j 为自上开始编号的状态点序号。状态点 i, j 的两个状态值为 $E_{i, j}$, $\alpha_{i, j}$ 。状态点间距为 d , d 的大小由计算

精度和费用权衡确定。如果限定潜在滑动面必须经过状态点, 势必造成精度不如意或费用超出工程许可。我们允许滑动面穿过状态点之间任一点, 条块线上状态值 $E, \text{tg } \alpha$ 看成分段线性分布的, 这就是本文方法不同于一般动态规划法的特别之处。进一步分析可知, 最大推力 E 相当于朗肯土压力, 因此 E 从理论上讲大致呈二次函数分布。如果状态点较密, 用分段线性分布代替二次分布, 精度足够满足计算要求。

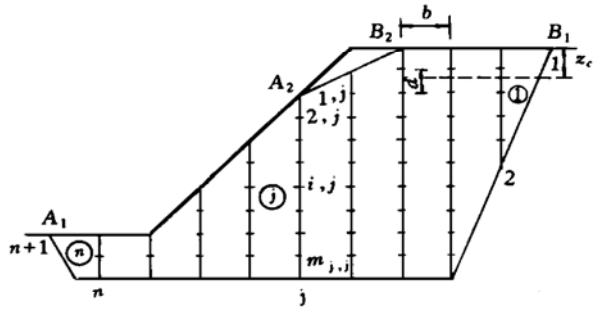


图 3 边坡体分条分段示意图

边坡破坏可看成是上条块对下条块逐级推动所致, 力学上不允许条块间传递拉力即负推力。为了使计算延续至出口, 允许非入口段传递负推力, 而入口段用张裂缝消除负推力, 且程序可方便考虑张裂缝充水状态下的水压力。张裂缝深度 z_c 的取值公式如下:

$$z_c = 2c / [\gamma \text{tg}(45^\circ - \frac{\bar{\varphi}}{2})] \tag{3}$$

其中 γ 为坡顶附近介质容重; $c, \bar{\varphi}$ 为其折减后的凝聚力和内摩擦角, 即 $\bar{c} = c / F_s, \bar{\varphi} = \text{arctg}(\text{tg } \varphi / F_s)$ 。

式(3)也可看成是条块无穷小宽时自稳高度, 这样张裂缝自动纳入极限平衡理论体系。

每个条块线的状态值只与上条块线的状态值及本条块的介质物理力学性质有关。现假定 j 条块线状态值 $E_{i,j}, \alpha_{i,j} (i = 1, m_j)$ 已经算出, 计算 $j+1$ 条块线状态值 $E_{i,j+1}, \alpha_{i,j+1}$ 。

设 $\alpha_{i,j+1} = \bar{\alpha}$, 如图 4。过状态点 $i, j+1 (S)$, 作倾角为 $\bar{\alpha}$ 的滑面 SK, K 点位于上条块线的两状态点 $l, j (R), l+1, j (V)$ 之间。 j 条块所受的上条块推力 E_K 为

$$E_K = E_{l,j} + \frac{KR}{RV} (E_{l+1,j} - E_{l,j}) \tag{4}$$

再由式(2)计算 $\bar{\alpha}$ 对应的 j 条块对下条块的推力 \bar{E} 。调整 $\bar{\alpha}$, 使 \bar{E} 为最大, 此时便得状态点 $i, j+1$ 的状态值 $E_{i,j+1}, \alpha_{i,j+1}$ 。以此类推可以计算所有状态点的状态值。由于相邻状态点的状态值 α 相差不大, 试算 $\bar{\alpha}$ 的次数不要很多, 整个计算工作量能被普通微机接受。

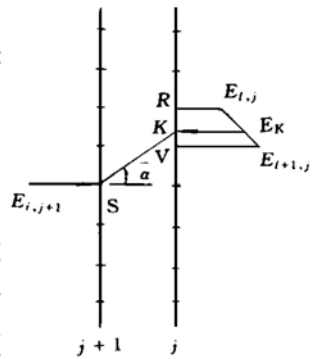


图 4 条块推力计算图

所有状态点的危险滑动方向便构成离散状态下边坡危险滑动场。

从出口段边坡面状态点出口, 顺着危险滑动方向逆向追踪滑动路径, 形成完整的滑动面; 滑动面经过每个条块时, 处于条块左侧两状态点滑动方向之间, 且按比例均匀插值; 到达入口段时, 如果位于张裂缝以下则继续追踪, 达到张裂缝时, 就此中断追踪, 定出滑动面入口。出口段边坡面所有状态点均对应应有危险滑动面, 这些滑动面就构成连续的危险滑动场。如不特别指明, 危险滑动场均为连续场。

调整安全储备 F_s , 使得最大剩余推力的最大值接近零, 便求得临界滑动场, 接近零的最大的最大剩余推力所对应的危险滑动面就是临界滑动面。

4 算例及分析

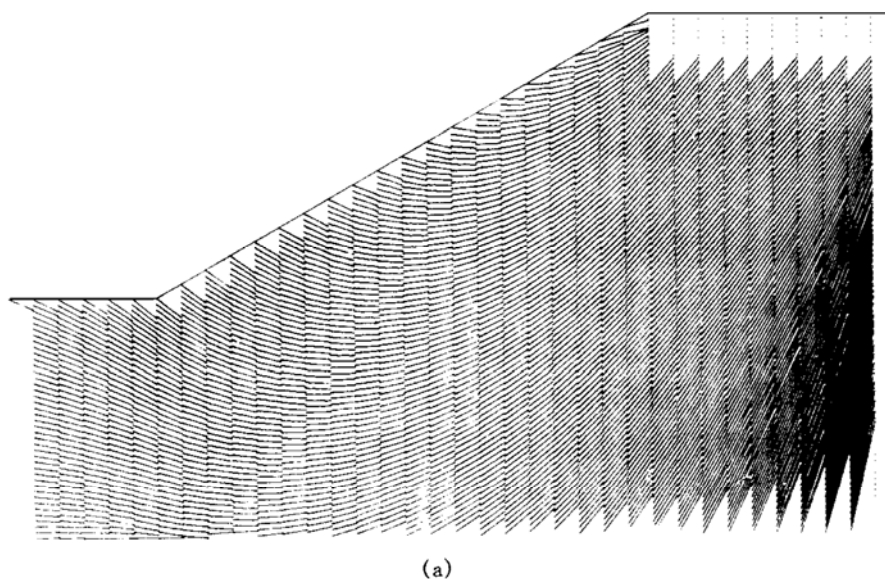
[例 1] 如图 5 所示边坡, 介质均匀, 力学指标为 $\gamma = 17\text{kN/m}^3, c = 20\text{kN/m}^2, \varphi = 10^\circ$ 。

计算表明,当 $F_s = 1.019$ 时,最大的最大剩余推力为 0, 边坡达到极限平衡状态。离散状态边坡的临界滑动场见图 6(a), 从图中可以看出边坡各处的滑动危险趋势。由于介质均匀, 危险滑动方向连续渐变、分布有序。连续临界滑动场见图 6(b), 各危险滑动面光滑呈弧状, 但并非圆弧, 而更类似对数螺旋线。

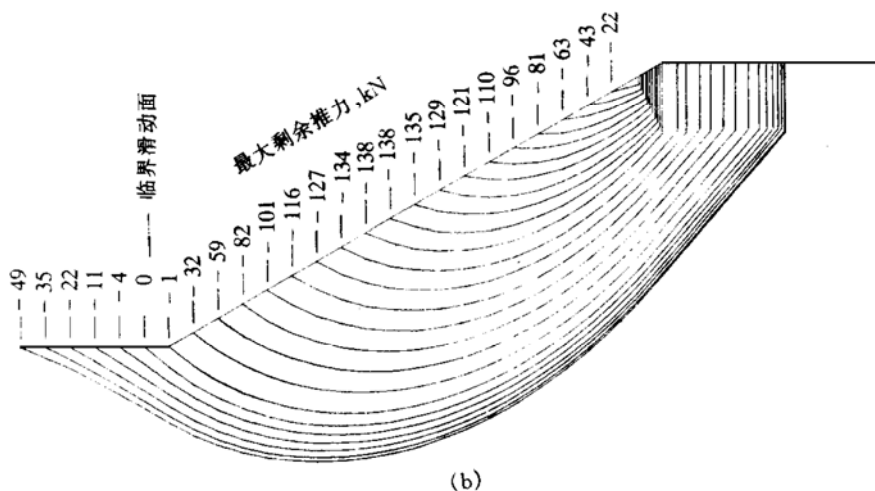


图5 [例1]边坡

前述最大剩余推力是通过逐条插值计算出来的。如以临界滑动面为固定滑动面, 按常规程序计算剩余推力为 -2kN , 而不是原来的 0。这种误差是可以理解的, 消除误差途径是加密条块线和状态点。单纯从剩余推力绝对值看还不足以判断误差是否可被接受。重新计算临界滑动面对应的安全系数为 1.0212, 此值与 1.019 非常接近, 说明上述误差完全可以忽略, 状态值的分段线性假设是允许的, 临界滑动场计算方式是合理的。为确保解的可信度, 笔者建议边坡安全系数取临界滑动面对应的重算值, 这样误差来源明确, 便于掌握分析。



(a)



(b)

图6 [例1]临界滑动场

从图 6(b) 还可以发现临界滑动面附近几条危险滑动面的最大剩余推力也接近零, 这说明临界滑动面并非严格数学意义上的一条面, 而应是一条滑动带。这一现象符合土坡滑动现实。

文献[5]给出同样形式边坡的最小安全系数 1.04, 略大于 1.0212, 其原因是文献[5]中最小安全系数虽然是严格的变分解, 但无法考虑张裂缝的影响, 所以仍没有得出绝对最小的安全

系数。可以这样认为, 只要计算机容量许可、有效数字精度保证, 将条块及状态点间距分得很小时, 临界滑动场解答可以充分接近理论解。笔者特意变化条宽或状态点间距, 发现解波动不大, 因此临界滑动场解稳定, 不存在确定初始滑动面的人为性以及局部极值干扰问题。此法应用于工程实际的信赖感是可以保证的。

[例 2] 在上例边坡基础上加上 2m 厚的软弱层, 如图 7。其力学参数 $\gamma=17\text{kN/m}^3$, $c=0$, $\varphi=10^\circ$ 。

计算结果是: $F_s=0.778$ 时, 最大的最大剩余推力为 -1kN , 边坡很接近临界状态; 直接按临界滑动场中临界滑动面计算剩余推力恰为 0, 边坡最小安全系数即为 0.778。文献[5]给出这个边坡的近似变分解的最小安全系数为 0.91, 显然临界滑动场解更接近理论解。

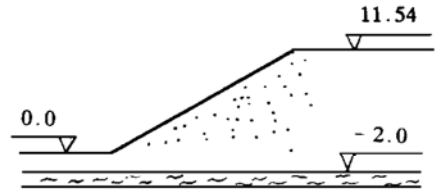
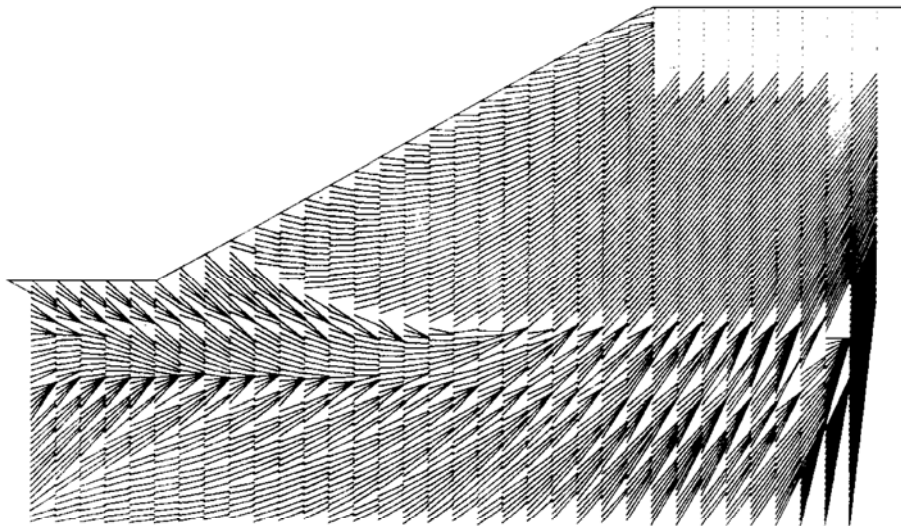
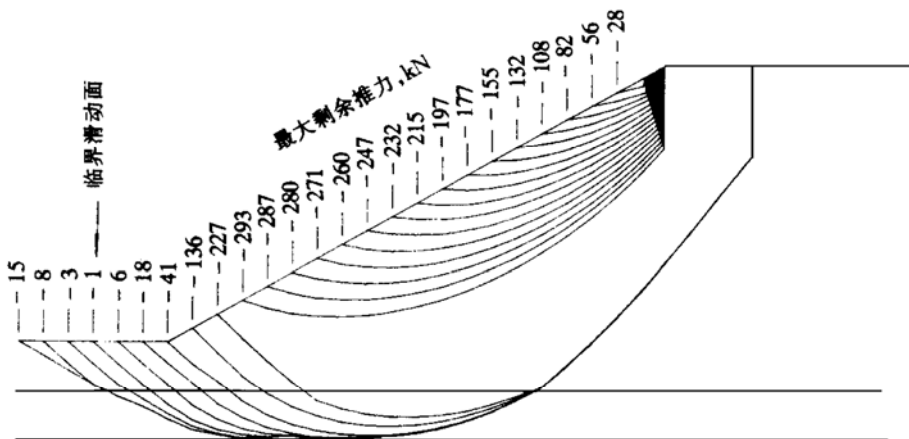


图 7 [例 2] 边坡

图 8(a) 离散状态的临界滑动场表明, 在软弱层上部土体中滑动方向均匀变化, 进入软弱层时滑动方向发生突变。软弱层严重地加剧了滑动方向的变化。图 8(b) 中, 穿过软弱层的 9 条滑动面的主滑面位置固定不变; 再往上滑动面便不穿越软弱层, 而在这之间有一个很大的空白区。在空白区内, 任意一条滑动面的剩余推力均不会大于 -227kN , 这已远离极限平衡状态。再看在坡脚出口的几条滑动面, 它们均接近极限平衡状态, 说明滑动带在坡脚区很宽。



(a)



(b)

图 8 [例 2] 临界滑动场

笔者曾亲历某排土场因软弱地基失稳造成的滑坡现场,发现主滑面确实平直,且其上方土体近乎整体座落,少见错动;而滑体前缘很大范围剧烈底鼓。这一现象正好验证了本例计算结果,再次说明了临界滑动场不仅能准确给出边坡最小安全系数及临界滑动面的位置,而且在一定程度上能显示出滑坡机理。

[例3] 一人工堤坡座落在软弱地基上,软弱地基下为坚硬岩石,如图9。文献[6]采用楔体分析法(其原理类同简化Janbu法),人为定出滑动面,算得安全系数1.27。为了保持原文风貌,图9仍采用原英制单位(1lb=4.44622N)。

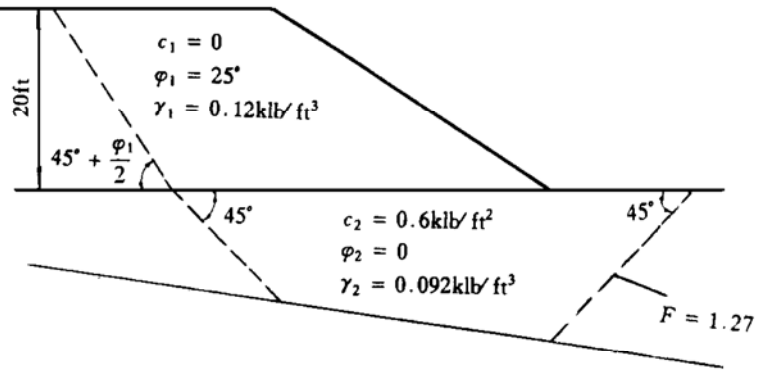


图9 [例3]边坡

通过计算临界滑动场(如图10(a))得最小安全系数为1.005;临界滑动面不是明显一条面,但均位于上覆土体内。我们更关心的是地基的稳定性,为此调整Fs,使坡脚外出口的最小的最大剩余推力接近零,最后得地基稳定的安全系数为1.154,远小于文献[6]计算结果。显然临界滑动场定的临界滑动面比人为确定更科学。

通过计算临界滑动场(如图10(a))得最小安全系数为1.005;临界滑动面不是明显一条面,但均位于上覆土体内。我们更关心的是地基的稳定性,为此调整Fs,使坡脚外出口的最小的最大剩余推力接近零,最后得地基稳定的安全系数为1.154,远小于文献[6]计算结果。显然临界滑动场定的临界滑动面比人为确定更科学。

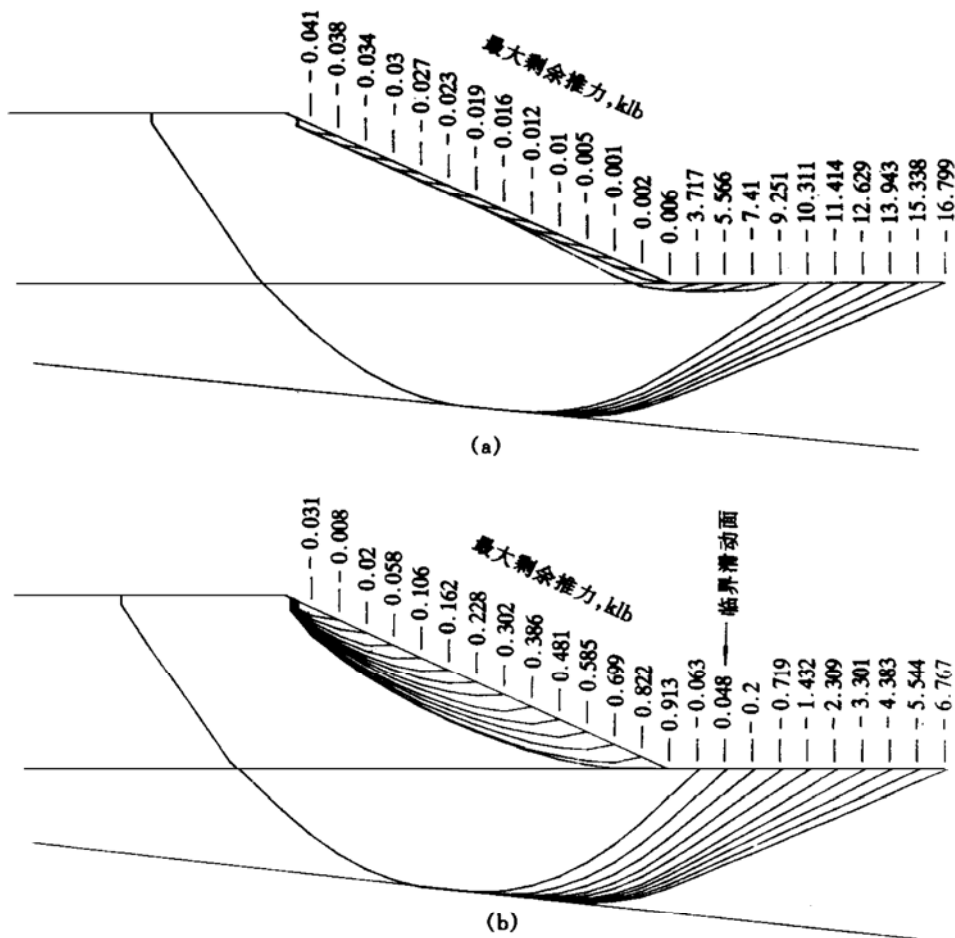


图10 [例3]临界滑动场

5 结 语

临界滑动场的首要贡献是准确、迅速、方便地定出边坡临界滑动面位置, 并且不需要初始滑动面, 能避开局部极值问题, 且便于推广到工程中应用, 因为计算者不需要过多的计算经验。

临界滑动场比单一的临界滑动面更能反映边坡整体或局部的稳定性, 它可将所有可能危险滑动范围同时显示出来, 这是别的方法难以比拟的。

本文只采用了最简单的假设条件计算临界滑动场。对极限平衡法中常用的其它假设条件, 仍需大力深入研究, 以期更好地完善理论, 并为工程服务。

参 考 文 献

- 1 钱家欢, 殷宗泽主编. 土工原理及计算. 第二版. 北京: 中国水利水电出版社, 1996. 302~ 344.
- 2 陈祖煜, 邵长明. 最优化方法在确定边坡最小安全系数方面的应用. 岩土工程学报, 1988, **10**(4): 1~ 13.
- 3 Boutrup A W, Lovell C W. Search Technique in Slope Stability Analysis. Engineering Geology, 1980, **16**: 51~ 61.
- 4 秦寿康, 张正方. 最优控制. 北京: 电子工业出版社, 1984. 37~ 40.
- 5 Castillo E, Revilla J. 变分法与边坡稳定. 见: 地基与基础译文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1980. 6~ 13.
- 6 张剑锋等编译. 岩土工程勘测设计手册. 北京: 水利电力出版社, 1992. 202~ 205.

Critical Slip Field of Slope and Its Numerical Simulation

Zhu Da-yong

(Nanjing Engineering Institute, 210007)

Abstract The concept of critical slip field (CSF) and the method of its numerical simulation are put forth in the paper. CSF is the field of maximal residual thrust curves in a slope under critical condition, composed of numerous hazardous slip surfaces which do not intersect each other. The shape of these surfaces is not defined mathematically, and among them is the critical slip surface. The results of some examples demonstrate that the critical slip surface in CSF is a numerical approximation to theoretical solution. Furthermore, it is even peculiar to evaluate slope stability with CSF itself.

Key words slope stability, critical slip surface, critical slip field.

请 订 阅:

水利学报、土木工程学报、力学学报、水力发电学报、岩石力学与工程学报、建筑学报、建筑结构学报、振动工程学报、煤炭学报、铁道学报、海洋学报、航空学报、应用数学和力学、工程力学、岩土力学、冰川冻土、地球科学、地震学刊、人民长江、人民黄河、中国三峡建设、港口工程、水运工程、海洋工程、工程勘察、勘察科学技术、水利水电技术、水力发电、四川建筑、城市勘测、水文地质与工程地质、工业建筑、大坝观测与土工测试、地基处理、岩土工程师、矿业文摘、路基工程、水利水运科学研究。