

土的应力路径非线性行为

徐日庆

(同济大学地下建筑与工程系, 上海, 200092)

龚晓南

(浙江大学土木工程系, 杭州, 310027)

文 摘 本文针对土的两个重要性质——非线性和应力路径, 建立了非线性弹性应力应变本构关系, 并推导了等增量应力比条件下的切线模量表达式。通过试验验证, 分析了模型的适用性。

关键词 非线性, 应力路径。

1 前 言

与其它工程材料相比, 土是一种松散的集合体, 颗粒之间的联结是很弱的, 即使在应力水平较低时, 其应力应变关系已具有明显的非线性。非线性弹性模型因参数少, 易确定, 比线弹性有效, 在工程中得到较为广泛的应用, 各种非线性弹性模型都较好地模拟了土体的主要性质——非线性。试验研究表明应力路径对变形的影响是不容忽视的。Lambe (1976) 分析了油罐地基的不同应力路径, 指出竖向应变不仅随着荷载大小而变, 还与加荷路径有关。Lade 和 Duncan (1967) 通过对砂土不同应力路径试验, 指出了起始应力状态和结束应力状态相同, 而应力路径不同时, 砂土应力应变曲线明显不同。Simons (1971) 通过对伦敦不扰动粘土进行各种应力路径不排水剪切破坏试验和固结不排水剪切试验, 结果发现不同的应力路径使土的变形特征发生显著变化, 按土体原位应力路径测得的不排水变形模量要比用常规不排水三轴试验测得的结果大两倍以上, 因此在沉降分析决定变形模量时有必要考虑适当的应力路径。

正常固结粘土、松砂或中密砂, 由三轴试验得到的应力应变曲线为加工硬化型, Kondner 早在 1963 年就用双曲线方程作了近似地拟合; 超固结粘土或密实砂, 由三轴试验得到应力应变曲线为加工软化型, Prevost 等人 (1975) 也作了曲线拟合, Duncan 和 Chang (1970) 根据 Kondner (1963) 对土的非线性性质的研究成果和 Janbu (1963) 对土的初始模量与围压关系的研究成果, 提出了 Duncan - Chang 非线性弹性模型。各向等压固结三轴剪切试验和 K_0 固结三轴剪切试验结果都表明, 大多数土都具有归一化性质 (曾国熙 (1980)、龚晓南 (1984))。对于双曲线型的非线性弹性模型其基本假定曲线符合双曲线, 这种模型 (特别是归一化模型) 的特点是参数少, 易确定, 但是不能考虑应力路径的影响。

2 考虑应力路径的非线性弹性方程

综合一些学者的研究成果, 特别是在考虑 K_0 固结的归一化非线性弹性本构模型 (徐日庆等 (1993)、徐日庆 (1984)) 基础上, 把土的非线性本构关系表达为

$$q/p' - M_0 = f_1(\beta, k)f_2(\alpha, T) \quad (1)$$

式中 $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 为最大和最小主应力差;

$p' = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$ 为平均有效应力;

$M_0 = \frac{3(1 - K_0)}{(1 + 2K_0)}$ 为 $p' - q$ 平面上 K_0 固结斜率;

$f_1(\beta, k)$ 为放大函数, 其表达式为

$$f_1(\beta, k) = 1 + \beta(2k + 1) \quad (2)$$

其中 β 为材料参数; $k = \sigma_1/\sigma_3$ 为主应力之比;

$f_2(\alpha, T)$ 为母函数, 其表达式为

$$f_2(\alpha, T) = \frac{T}{\alpha_1 + \alpha_2 T} \quad (3)$$

其中 α_1 和 α_2 为二个待定参数; T 为变量, 取轴向应变与应力函数之比, 即

$$T = \frac{\epsilon_1}{f_3(\gamma, k)} \quad (4)$$

而应力函数为

$$f_3(\gamma, k) = \gamma_1(2k + 1)^2 + \gamma_2 k^2 + 1 \quad (5)$$

$p - q$ 平面上, 对于确定的 q, k 值只能有一点, 换句话说, 不同的 q, k 值就确定了不同的点。这样, 式(1) 对不同的应力路径就有一一对应的关系, 从而能够反映应力路径对变形的影响。下面分别是几种特殊情况: 等向固结时, $\sigma_1 = \sigma_3, k = K_0 = 1$, 则 $M_0 = 0$, 式(1) 变为

$$q/p' = (1 + 3\beta) \frac{T}{\alpha_1 + \alpha_2 T} \quad (6)$$

当 $\gamma_1 = \gamma_2 = \beta = 0$ 时, 也即 $f_1 = f_3 = 1, T = \epsilon_1$ 时, 式(1) 成为考虑 K_0 固结的归一化双曲线方程, 即

$$q/p' - M_0 = \frac{\epsilon_1}{\alpha_1 + \alpha_2 \epsilon_1} \quad (7)$$

这时如果不考虑 K_0 固结, 就成为一般的归一化双曲线方程, 即

$$q/p' = \frac{\epsilon_1}{\alpha_1 + \alpha_2 \epsilon_1} \quad (8)$$

由以上的分析可以看出采用式(1) 对于实现有限元的多模型计算提供了方便。下面推导切线弹性模量的表达式。由式(1) 可得

$$q = (f_1 f_2 + M_0) p' \quad (9)$$

根据土体切线变形模量的定义, 对等增量应力比情况, 有

$$E_t = \frac{f_1}{f_3} \frac{p'}{\alpha_1} [1 - \alpha_2 (\frac{q}{p'} - M_0)]^2 + \frac{q}{p'} \frac{\partial p'}{\partial \epsilon_1} \quad (10)$$

式中 $\frac{\partial p'}{\partial \epsilon_1}$ 可根据三轴压缩试验, 体积应变增量 $\Delta \epsilon_v$ 与轴向应变增量 $\Delta \epsilon_1$ 和径向应变增量 $\Delta \epsilon_3$

之间的关系 $\Delta \epsilon_v = \Delta \epsilon_1 + 2\Delta \epsilon_3$, 切线泊桑比 $\nu_t = \left| \frac{\Delta \epsilon_3}{\Delta \epsilon_1} \right|$ 以及切线体积变形模量 $K_t = \Delta p' / \Delta \epsilon_v$

得到下面的关系:

$$\frac{\partial p'}{\partial \epsilon_1} = K_t (1 - 2\nu_t) \quad (11)$$

又因为切线体积模量 K_t , 切线模量 E_t 和切线泊桑比 ν_t 之间存在下列关系:

$$K_t = \frac{E_t}{3(1-2\nu_t)} \quad (12)$$

结合式 (10), 式 (11) 和式 (12) 可得

$$E_t = \frac{f_1}{f_3} \frac{3p'^2}{\alpha_1(3p' - q)} [1 - \alpha_2(\frac{q}{p'} - M_0)]^2 \quad (13)$$

显然, 当 $f_1 = f_3 = 1$ 时, 上式就与龚晓南 (1984) 推导的切线模量方程式完全一致, 将式 (2) 和式 (5) 代入则有

$$E_t = \frac{1 + \beta(2k + 1)}{\gamma_1(2k + 1)^2 + \gamma_2k^2 + 1} \cdot \frac{3p'^2}{\alpha_1(3p' - 1)} [1 - \alpha_2(\frac{q}{p'} - M_0)]^2 \quad (14)$$

根据固结粘土的泊桑比 ν_t 随土体强度发挥 r_s 的变化规律, ν_t 采用下面的线性方程计算:

$$\nu_t = \nu_0 + (\nu_f - \nu_0)r_s \quad (15)$$

式中 ν_0 为地基中初始状态时土体泊桑比, 一般情况下取值范围为 0.15 ~ 0.35; ν_f 为土体破坏状态时的泊桑比, 一般情况下取值范围为 0.48 ~ 0.50; r_s 为土体强度发挥度, 即

$$r_s = (q/p' - M_0)/(M - M_0) \quad (16)$$

式中 M 为在 $p' - q$ 平面上, 压缩剪切试验的破坏斜率, 即 $M = 6\sin\varphi'/(3 - \sin\varphi')$ 。

式 (14) 和式 (15) 就是有限元分析时弹性矩阵 $[D]$ 中两个弹性参数的计算表达式, 在线弹性分析时, 它们是常数, 而在非线性分析时, 它们随应力或应变状态而改变。

3 模型参数的确定和试验检验

3.1 模型参数的确定

母函数式 (3) 中参数 α_1 和 α_2 可以取一组三轴试验加以确定, 在 $q/p' - \epsilon_1$ 平面中参数 α_1 为归一化应力应变曲线初始切线斜率的倒数, 参数 α_2 为归一化应力应变曲线渐近线值的倒数, 它们分别反映了土体的变形特征和强度特征, 如图 1 所示。放大函数中参数 β 以及应力函数中的参数 γ_1 和 γ_2 , 这三个参数通过设置目标函数 f , 即

$$f = \sum_{i=1}^n [(\frac{q_i}{p_i})_M - (\frac{q_i}{p_i})_C]^2 \quad (17)$$

式中 n 为试验测点数; $(\frac{q_i}{p_i})_M$ 为试验值; $(\frac{q_i}{p_i})_C$ 为计算值。

输入参数初值, 计算 $(\frac{q_i}{p_i})_C$ 值, 通过无约束优化问题解法中的 Powell 法 (汪树玉等, 1991) 不断

改变参数, 变换 $(\frac{q_i}{p_i})_C$ 值, 使目标函数 f 减小到规定值为止, 此时对应的参数即为所求值。本文用计算程序 PXU. FOR 来实现这一点。

3.2 试验检验

这里采用了一组亚粘土的等增量应力比试验结果, 对式 (1) 方程进行检验。其土的物理指标见表 1, 模型参数见表 2。计算结果与试验结果的比较见图 2, 从图中可以看出计算曲线与试验曲线吻合很好, 这是由于该模型在确定参数时充分利用了试验提供的数据, 与归

一化双曲线模型比较, 该模型多了三个参数, 正是这三个参数能够有效地利用试验资料, 反映应力路径的影响, 从而达到良好的效果, 而且利用微机计算程序确定参数也很方便

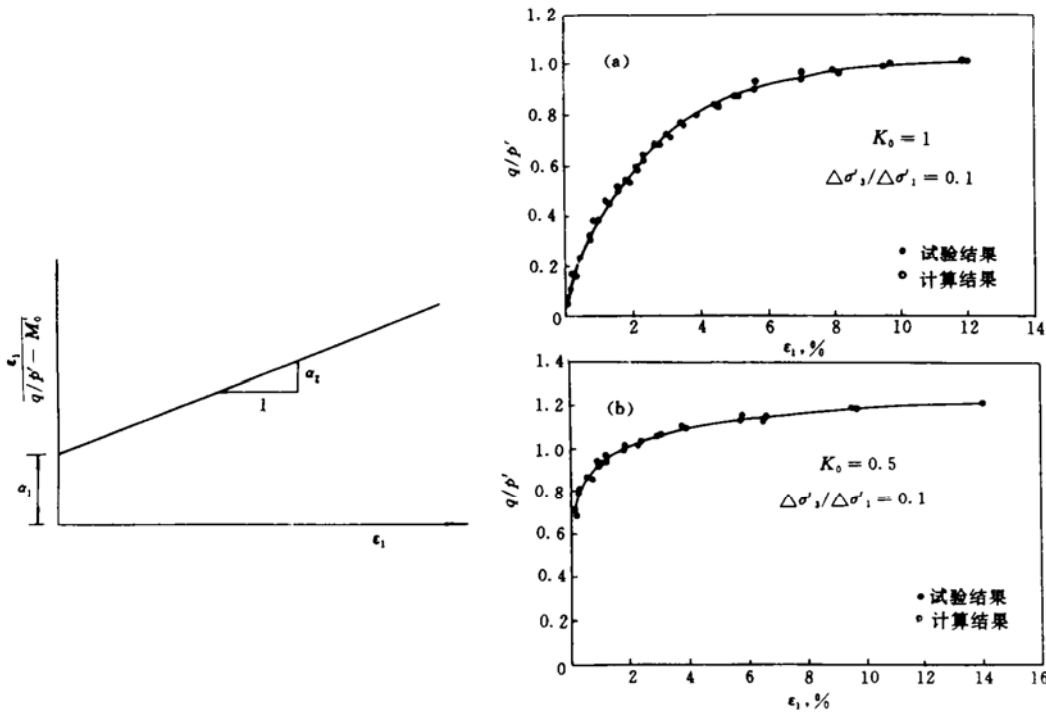


图1 参数 α_1 和 α_2 确定图式

图2 等增应力比试验结果与计算结果比较

表1

土的物理力学指标

土名	取土深度 (m)	重度 (N/m ³)	孔隙比	含水量 (%)	液限 (%)	塑限 (%)	塑性指数 (%)	内摩擦角 (°)	内聚力 (kPa)
亚粘土	26.0~30.0	18.4	0.97	33.5	34.9	22.8	12.1	31.0	8.0

表2

模型参数

试验类型	α_1	α_2	β	γ_1	γ_2
等向固结等增量应力比试验	0.562	0.740	-0.048	-0.777	8.270
拟 K_0 固结等增量应力比试验	0.214	1.103	-0.095	0.597	-5.560

4 结 语

本文根据土的变形特征, 采用双曲线函数作为母函数, 通过变量 T 生成子函数, 又通过放大函数放大子函数的值域构造土的本构方程。模型中包含了5个参数, 其中2个为母函数的参数, 可根据常规三轴试验结果来确定, 1个放大函数参数和2个应力函数参数可根据优化方法确定。

由模型计算结果与试验结果比较可知, 该模型具有很强的适应性, 能充分反映土的加工

硬化特征, 初步验证表明该模型可用于正常固结粘土和松砂或中密砂。

参 考 文 献

- 1 Kondner K L. Hyperbolic Stress - Strain Response, Cohesive Soil, Pro, ASCE, JSMFD, 1963, 89 (SM1).
- 2 Prevost J H, Hoeng K. Effective Stress - Strain - Strength Model for Soil, Proc ASCE, JGTD, 1975, 101 (GT3).
- 3 James M Duncan, Chin - Yung Chang. Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. J of the Soil Mechanics and Foundation Division. Proc ASCE, 1970, (SM5).
- 4 龚晓南. 油罐软粘土地基性状[博士学位论文]. 浙江大学, 1984.
- 5 徐日庆, 龚晓南, 曾国熙. 土的应力应变本构关系. 西安公路学院学报, 1993, 13 (3).
- 6 徐日庆. 软土地基沉降数值分析[博士学位论文]. 浙江大学, 1994.

Nonlinear Stress - Path - Dependent Behavior of Soils

Xu Ri - qing

(Dept. of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai)

Gong Xiao - nan

(Dept. of civil engineering, Zhejiang University, Hangzhou)

Abstract In order to consider two important soil properties - nonlinearity and stress - path, a stress - strain constitutive relationship was developed in the paper, and a tangential modulus expression was deduced under the condition of constant incremental stress ratio. The suitability of the model was analyzed and verified with laboratory data.

Key words nonlinearity, stress - path.