

从实测沉降过程推算固结系数

魏汝龙

(南京水利科学研究院土工所, 210024)

提 要

按照 Terzaghi 固结理论, 直接从土体压缩时间过程定出控制孔压消散速率的固结系数, 暗含固结度 U_o 和压缩度 U_e 等同的假设。由于土的应力应变关系是非线性的, 所以 U_o 和 U_e 并不等同。在应力增量 ($\Delta p/p$) 较大时, 特别是对于高压缩性的软粘土来说, 上述假设可能引起相当大的误差。本文采用双曲线型和半对数型的压缩曲线, 推导出固结度 U_o 和压缩度 U_e 之间的两种解析关系, 并提出从实测沉降过程推算现场土层平均固结系数的方法。经工程检验, 证明从双曲线型压缩曲线求出的 U_o 和 U_e 之间的关系优于从半对数型压缩曲线求出者。最后指出, 只须对古典固结理论中的线性化假设作出适当修改, 从假设固结过程中土的压缩性 m_o 和透水性 k 不变, 改为假设固结系数 c_o 或 c_h 不变 ($k/m_o = \text{常数}$), 则在采用非线性应力应变关系时, 仍能运用古典理论进行计算。这样, 就可避免那种明显不合理的 U_o 和 U_e 等同的假设, 使实用时的误差大大减小。

一、引 言

室内试验测定土体的固结系数 c_o 或 c_h , 因土样扰动或试验方法等问题, 测得的数值往往不能真正反映现场土层的性质, 有时不得不进行现场测试加以检验或修正。因沉降观测简单易行, 资料直观可靠, 在预压加固中常用实测沉降过程线推算现场土层的平均固结系数。但目前采用的推算方法还存在值得商榷的地方。例如, 在深圳蛇口的预压加固工程^[1]中, 曾利用实测沉降过程线配合固结理论反算现场的固结系数, 然而, 从这样得到的固结系数所推求出的计算沉降过程线却并不与实测沉降线一致。在宁波和温州的软土加固工程中也有过类似的经验。文献[2]中指出, 固结度有两种定义方法: 按应力定义的固结度 U_o 和按应变定义的固结度 U_e 。由于土的应力应变关系是非线性的, 所以一般说来, U_e 与 U_o 并不等同。在 Terzaghi 固结理论中, 由于采用了小应变和线性化的简化假设, 往往直接从压缩时间过程定出控制孔压消散速率的固结系数。其中即暗含着 U_e 与 U_o 等同的假设。要解决上述矛盾, 最根本的办法似乎应采用有限应变的和非线性的固结理论。虽然, 目前已有好几种这样的理论。例如, Davis 和 Ragmond (1965) 以及 Barden 和 Berry (1965) 提出的透水性和压缩性变化的小应变固结理论; McNabb (1960) 和 Gibson 等 (1967) 提出的有限应变固结理论; 以及 Poskitt (1971) 提出的非线性固结理论等。但是, 这些理论都比较复杂, 以致一直未能在实际工程中获得广泛应用。人们曾经试图采用一些比较简单的方法来近似地探讨上述问题。例如, 利用半对数型的压缩曲线来解释 U_e 和 U_o 的差异^[3,4]。可惜他们并未将这种应力应变关系

解析地结合到理论推导中去，而只是通过某些特定情况的数值计算，来探讨应力增量比、应力条件和固结条件等对于 U_e 和 U_o 之间差异大小的影响。并且，采用从固结理论曲线逐步逼近实测沉降过程线的试算方法，推算出在上述两种曲线互相匹配条件下的固结系数^[1]；或者通过对各种情况的数值计算结果的统计回归，而在 U_e 和 U_o 之间得出某种经验关系^[2]。这些方法比较烦琐而不直观，且缺乏普遍意义。下面将着重阐述，采用割线模量 E_c ^[3]表示土的压缩性，就可在 U_e 和 U_o 之间得出一种简单的解析关系。

二、割线压缩模量

笔者曾提出过一种所谓“割线模量法”来整理压缩试验结果^[3]。因为一般的 $\epsilon-p$ 曲线（其中 $\epsilon = \frac{\Delta h}{h}$ 为压缩应变）的形状近似于双曲线，故

$$\frac{p}{\epsilon} = E_0 + np$$

这样，压缩曲线在 $\frac{p}{\epsilon}-p$ 坐标中成直线，它在纵轴上的截距为 E_0 ，坡度为 n 。从图1看出， $\frac{p}{\epsilon}$ 实际上就是各个压力下的割线模量，故 $\frac{p}{\epsilon}-p$ 线表示割线模量随压力的变化，其方程可写为

$$E_c = E_0 + np \quad (1)$$

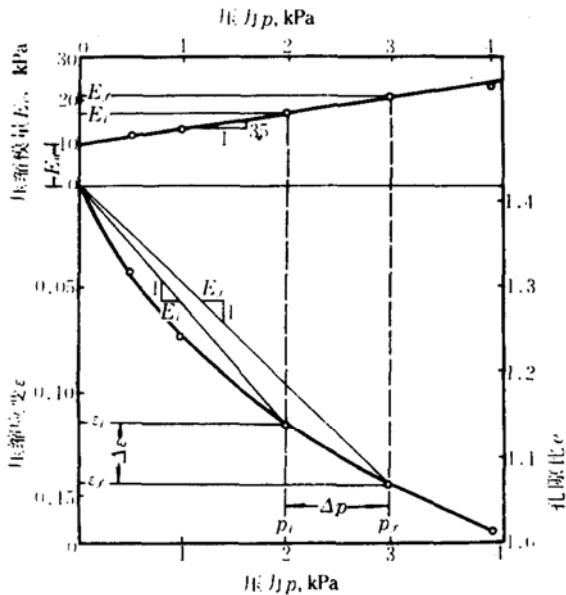


图1 上海粘土的试验结果

其中 E_c 为土在不同压力 p 时的压缩模量（即有侧限的变形模量）； E_0 是土的初始压缩模量，即压缩曲线 $(\epsilon-p)$ 上 $p=0$ 时的切线模量； n 为 E_c-p 线的坡度，表示 E_c 随 p 而变的速率。在压力 p_i 到 p_f 之间的体积压缩系数可以用下式计算（图1）：

$$\begin{aligned} \epsilon_f - \epsilon_i &= \frac{p_f - p_i}{E_f} - \frac{p_i - p_f}{E_i} = \frac{p_f(E_0 + np_i) - p_i(E_0 + np_f)}{E_i E_f} \\ &= \frac{E_0}{E_i E_f} (p_f - p_i) \end{aligned}$$

$$\therefore m_v = \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{p_f - p_i} = \frac{E_0}{E_i E_f} \quad (2)$$

利用这种方法整理压缩试验资料时，可以避免现行方法中的一些缺点，例如

1. 在割线模量法中，各种压力下的 E_c 可以用式(1)计算，从而可用式(2)直接算出 m_v ，不必象 $e-p$ 曲线法中那样需要根据压力变化范围而在曲线上逐段确定。这样便于计算沉降，特别是便于利用电子计算机计算沉降。

2. 利用割线模量法计算沉降时，不象在 $e-\log p$ 曲线法中那样需要确定先期固结压力 p_c ，以便按照压力增量 Δp 与 p_c 的相对位置而决定采用初压指数 C_c 或再压(膨胀)指数 $C_r(C_s)$ 。

下面还将介绍，利用割线模量推导出的 U_e 和 U_σ 的关系。

三、固结度和压缩度

在采用小应变和线性化假设的古典固结理论中，认为 U_e 和 U_σ 两者是等同的。但是，这些小应变和线性化的简化假设，在加载比($\Delta p/p$)较大的情况下，特别是对高压缩性的软粘土，将引起很大误差，因而必须区分 U_e 和 U_∞ 。为了避免混淆，我们建议将 U_σ 称为固结度，而 U_e 则称为压缩度。因为人们对于“压缩”和“固结”两个术语的使用，历来是有所区分的(文献[4]第123页)。“压缩”是指土体体积的尺度变化；而“固结”则主要用来描述由于超静水压消散而发生的与时间有关的过程。

按照定义

$$\text{固结度 } U_\sigma = \frac{\sigma'_t - \sigma'_i}{\sigma'_f - \sigma'_i}$$

$$\text{压缩度 } U_e = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_i}{\varepsilon_f - \varepsilon_i}$$

其中 σ'_t 和 ε_t 为土单元在 t 时的有效应力和压缩应变； σ'_i 和 ε_i 为在施加荷重前的初始应力和应变； σ'_f 和 ε_f 为主固结完成时的最终应力和应变。先从一个普遍的非线性应力应变表达式出发，来讨论 U_σ 和 U_e 之间的关系。设

$$\begin{aligned} \varepsilon &= f(\sigma') \\ \text{故 } U_e &= \frac{f(\sigma'_t) - f(\sigma'_i)}{f(\sigma'_f) - f(\sigma'_i)} = \frac{\sigma'_t - \sigma'_i}{\sigma'_f - \sigma'_i} \end{aligned}$$

这就是说，当应力应变关系是非线性的时， U_σ 和 U_e 一般是不相等的。

如果采用双曲线型的压缩曲线，则

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon} = E_c = E_0 + n\sigma'$$

其中 E_c 即为割线模量。这样，在上述压缩度的定义中， $\varepsilon_t = \sigma'_t/E_t$ ， $\varepsilon_i = \sigma'_i/E_i$ ， $\varepsilon_f = \sigma'_f/E_f$ ，并且， $E_t = E_0 + n\sigma'_t$ ， $E_i = E_0 + n\sigma'_i = E_t + n(\sigma'_t - \sigma'_i)$ ， $E_f = E_0 + n\sigma'_f = E_t + n(\sigma'_f - \sigma'_i)$

因此

$$\varepsilon_t - \varepsilon_i = \frac{\sigma'_t}{E_t} - \frac{\sigma'_i}{E_i} = \frac{E_0(\sigma'_t - \sigma'_i)}{E_i E_t}$$

$$\varepsilon_f - \varepsilon_i = \frac{\sigma'_f}{E_f} - \frac{\sigma'_i}{E_i} = \frac{E_0(\sigma'_f - \sigma'_i)}{E_i E_f}$$

$$\text{所以 } U_e = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_i}{\varepsilon_f - \varepsilon_i} = \frac{E_0(\sigma'_t - \sigma'_i)}{E_i(\sigma'_f - \sigma'_i)} = \frac{E_t + n(\sigma'_t - \sigma'_i)}{E_i + n(\sigma'_f - \sigma'_i)} \cdot \frac{\sigma'_t - \sigma'_i}{\sigma'_f - \sigma'_i}$$

$$= \frac{E_t + n(\sigma'_f - \sigma'_i)}{E_t + n(\sigma'_f - \sigma'_i)U_\sigma} \cdot U_\sigma \quad (3)$$

$$\text{或 } U_\sigma = \frac{E_t U_\epsilon}{E_t + n(\sigma'_f - \sigma'_i)(1 - U_\epsilon)} \quad (4)$$

从式(3)或(4)可以看出

当 $U_\sigma = 0$ 时, $U_\epsilon = 0$

当 $U_\sigma = 1$ 时, $U_\epsilon = 1$

这就是说, 固结度和压缩度两者的时间过程线首尾衔接, 而中间的过程有所不同, 不过, U_ϵ 恒大于 U_σ 。此外, 从式(3)或(4)还能看出, 固结度 U_σ 和压缩度 U_ϵ 之间的关系还与引起压缩的应力变化范围 ($\sigma'_f - \sigma'_i$) 和土的压缩性指标 (E_t, n) 有关。与室内测定固结系数时一样, 用室内试验测出的缩性指标也受到土样扰动的影响, 因而不能真正反映现场土层特性。所以在用式(4)从实测沉降过程反算现场土层的固结系数时, 最好也采用现场观测得出的土层压缩性指标。

四、建议的方法和工程实例

地基的预压加固往往有两个目的: 减少沉降和提高强度。这两个目的一般是并重的, 但是在不同的工程中或同一工程的不同阶段上也可能各有侧重。这样, 我们必须针对不同情况, 分别采用 U_ϵ 或 U_σ 作为预压加固的控制标准。例如, 若要评价预压加固对于减少地基沉降的效果时, 可以直接利用实测沉降过程线推算最终沉降量, 并确定预压期间所达到的压缩度 U_ϵ , 以判断竣工后的残余沉降是否能减少到容许值以下。此时, 并无必要涉及固结度。但是, 在预测预压加固过程中地基的强度变化时, 如果没有相应的孔压测量资料, 则必须根据实测沉降曲线来推算各个时刻可能达到的固结度。下面提出从实测沉降过程推算现场土层平均固结系数的具体计算方法。为便于说明, 本文以文献[1]中的有关工程资料为例进行计算。

深圳蛇口工业区三突堤集装箱码头堆场 ($260\text{m} \times 750\text{m}$) 由堆砂填海造陆而建成。原海底下为厚约 $13\sim 18\text{m}$ 的淤泥, 天然含水量高达 80% 左右。室内测定的水平向固结系数 c_h 在 $50, 100$ 和 200kPa 固结压力下分别为 $4.0 \times 10^{-4}, 4.5 \times 10^{-4}$ 和 $5.1 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{s}$ 。下卧层为粘性土, 力学性质较好, 标贯击数 N 多在 10 以上。堆砂高度达 $12\sim 14\text{m}$ 。淤泥层全部用塑料排水板处理, 排水板间距 1.0m , 按正方形布置。利用堆载区中部一个沉降盘得出的数据作为典型的沉降资料, 它与边缘的距离在 100m 以上。附近的淤泥层平均厚度为 $H = 15\text{m}$, 其上堆载过程示于图2(a) 中, 最大堆砂高度达 12.5m , 约合荷载 206kPa 。实测沉降过程如图2(b) 中 S 曲线所示。

在大面积堆载下, 可以认为其中心附近淤泥层沉降近似于在无限均布荷载下所产生, 其附加应力 $\sigma'_f - \sigma'_i = 206\text{kPa}$ 沿淤泥层深度并无衰减, 而其平均初始应力条件则可从淤泥层一半深度处的自重应力得出, $\sigma'_i = \gamma H / 2 = 41\text{kPa}$ 。

1. 首先根据图2(b) 中的实测沉降, 利用曲线拟合法估计其最终沉降量 $S_\infty = 3351\text{mm}$ 。由此得出淤泥层平均压缩度随时间的变化过程如图2(c) 中 U_ϵ 曲线所示。

2. 假设不同的参数, 利用固结理论进行试算, 并采用逐步逼近法, 使 U_σ 的计算曲线与 U_ϵ 的实测过程相匹配, 即使两者符合式(4) 所示关系。

(1) 利用改进的高木俊介法^[5], 以选定的 β 值得出 U_σ 的计算过程线。 β 值为固结系数和

渗径的函数，试算时其初值可用室内测定的固结系数根据现场固结条件而估算。在本实例中，按照停载后的沉降过程线，利用 Barron 解进行曲线拟合而反算出地基的平均 β 值： $\beta = 0.01583/d^{[1]}$ 。再根据图2(a)所示加载过程，得出固结度的计算曲线，如图2(c)中 U_σ 曲线所示。

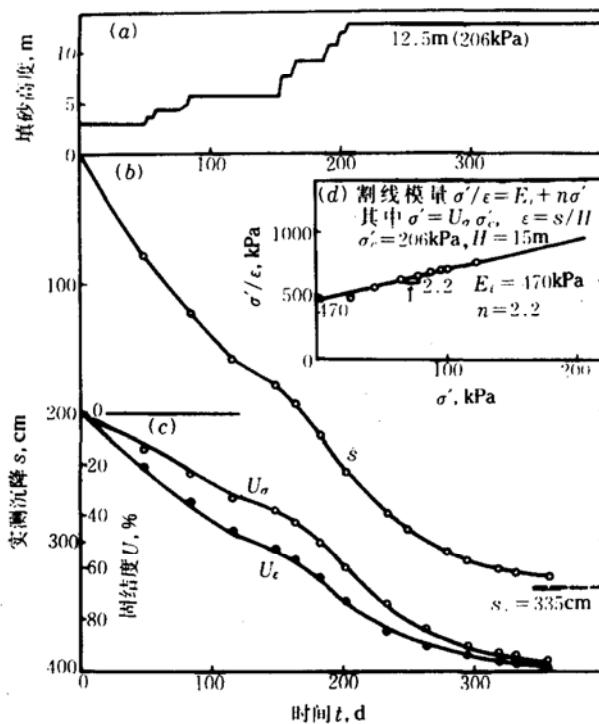


图2 实测沉降压缩度和计算固结度过程线

(2) 根据不同时期的 U_σ ，算出该时刻的各平均附加有效应力 $\sigma' = \sigma'_t - \sigma'_i = U_\sigma(\sigma'_s - \sigma'_i)$ (表1)，其中 $\sigma'_s - \sigma'_i = 206\text{kPa}$ 。

(3) 从实测沉降过程得出相应时刻的平均压缩应变 $\varepsilon = S/H$ (表1)。

(4) 将不同时刻得出的各对数据 (σ', ε) 绘于 $\sigma'/\varepsilon - \sigma'$ 坐标中，如图2(d)所示，就可确定出淤泥层压缩性的平均指标 E_i 和 n 分别为 470kPa 和 2.2 。因为图2(d)表示天然土层堆载后的压缩情况，即它是从 σ'_i 而不是从零开始的，故它在纵轴上的截距代表 E_i 而不是 E_{∞} 。

(5) 利用式(4)从压缩度 U_ϵ 反算各个时刻的固结度，并绘于从固结理论直接得出的 U_σ 计算曲线上，如图2(c)中小圆圈所示。如果两者差异很大，则修正 β 值，重复以上步骤，直到两者相符为止。从图2(c)看出，根据实测沉降和压缩度反算得到的固结度各点均落在理论曲线 U_σ 上或其近旁，误差很小。这表明图2(c)中的理论曲线 U_σ 与实测曲线 U_ϵ 相匹配，故可由此确定现场的平均固结系数。在 Barron 解中， $\beta = -\frac{8c_h}{F(n)d_e^2}$ ，其中 d_e 为排水板的有效范围直径； n 为井径比。从 $\beta = 0.01583/d$ ，可得出 $c_h = 6.9 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{s}$ 。此值约比室内测定数值大 50% 左右。与堆载试验中从实测孔压得出的十分接近^[6]。

此外，利用式(3)还可以从理论曲线 U_σ 预测地基在预压过程中的沉降发展情况，如图2(c)中 U_ϵ 曲线近旁的小黑点所示。施工前利用室内试验测定的指标进行这种计算，可有助于合理安排施工组织设计。如果实测沉降曾遭中断或资料缺损时，也可利用这种方法予以补齐。

表1

根据实测沉降和计算固结度推求土层的压缩性指标
($S_\infty = 3351\text{mm}$, $H = 15\text{m}$, $\sigma'_f - \sigma'_i = 206\text{kPa}$)

时间(d)	49	85	117	149	164	183	203	234	264	295	320	333	357
实测沉降 $S(\text{mm})$	801	1239	1595	1791	1945	2181	2477	2810	3012	3147	3211	3234	3275
压缩度 $U_e = S/S_\infty$	0.239	0.370	0.476	0.534	0.580	0.651	0.739	0.839	0.899	0.939	0.958	0.965	0.977
平均压缩应变 $\epsilon = S/H$	0.053	0.083	0.106	0.119	0.130	0.145	0.165	0.187	0.201	0.210	0.214	0.216	0.218
计算固结度 U_σ	0.126	0.226	0.318	0.376	0.421	0.496	0.600	0.755	0.848	0.907	0.937	0.949	0.965
平均有效应力 $\sigma' = U_\sigma(\sigma'_f - \sigma'_i)(\text{kPa})$	26	47	66	77	87	102	124	156	175	187	193	195	199
割线模量 $E_c = \sigma'/\epsilon(\text{kPa})$	490	561	618	651	667	705	749	832	869	890	902	905	912

五、讨 论

以上我们利用割线模量，在 U_e 和 U_σ 之间推导出一个简单的解析关系。实质上，利用压缩指数 C_c ，同样也能推导类似的关系。只是由于其中涉及超越函数，外观上似乎复杂一些。

根据压缩度的定义

$$U_e = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_i}{\varepsilon_f - \varepsilon_i}$$

其中 $\varepsilon_t - \varepsilon_i = \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_t}{\sigma'_i}$, $\varepsilon_f - \varepsilon_i = \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_f}{\sigma'_i}$

所以 $U_e = \frac{\log \frac{\sigma'_t}{\sigma'_i}}{\log \frac{\sigma'_f}{\sigma'_i}} = \frac{\log(1 + \Delta_R U_\sigma)}{\log(1 + \Delta_R)}$ (5)

其中 $U_\sigma = (\sigma'_t - \sigma'_i) / (\sigma'_f - \sigma'_i)$ 是固结度， $\Delta_R = (\sigma'_f - \sigma'_i) / \sigma'_i$ 为应力增量比。从此得出

$$U_\sigma = \frac{1}{\Delta_R} [(1 + \Delta_R)^{U_e} - 1] \quad (6)$$

可以看出，在这样推导出来的 U_e 和 U_σ 之间的关系中，影响因素只有应力增量比，而与土体的压缩特性无关。因此，它们的应用比式(3)和(4)还方便，虽然其计算由于涉及对数或指数函数而比式(3)和(4)稍微麻烦一些。但是，重要的是，式(5)和(6)只适用于 $e-\log p$ 图中的直线段。从图3所示的典型的 $e-\log p$ 曲线看出，其前部一般总会有相当长的一段弯曲段。所以，当初始应力 σ'_i 小而处于 $e-\log p$ 图的弯曲段上时，采用式(5)和(6)进行计算就可能产生较大的误差。我们仍以上述工程为例进行计算，得出的结果如表2和图4所示。将图4与图2(c)

进行比较后可以看出，采用式(5)和(6)进行计算得出的误差要比式(3)和(4)的大得多^①。这主要是由于软粘土的压缩曲线的整个形状更符合于双曲线，而不是半对数曲线。这可以从图2(d)和图3的比较中看出。

因此，在从实测沉降推算固结系数时，我们推荐采用式(4)，而不是式(6)。

表2 式(5)和(6)的计算结果($\Delta_n = (\sigma'_f - \sigma'_i) / \sigma_i = 5$)

时间(d)	49	85	117	149	164	183	203	234	264	295	320	333	357
实测压缩度 U_e	0.239	0.370	0.476	0.534	0.580	0.651	0.739	0.839	0.899	0.939	0.958	0.965	0.977
计算固结度 U_o	0.107	0.188	0.269	0.321	0.365	0.442	0.552	0.699	0.801	0.876	0.913	0.927	0.951
理论固结度 U_o	0.126	0.226	0.318	0.376	0.421	0.496	0.600	0.755	0.848	0.907	0.937	0.949	0.965
反复压缩度 U_e	0.273	0.422	0.531	0.590	0.632	0.696	0.773	0.873	0.924	0.955	0.970	0.976	0.983

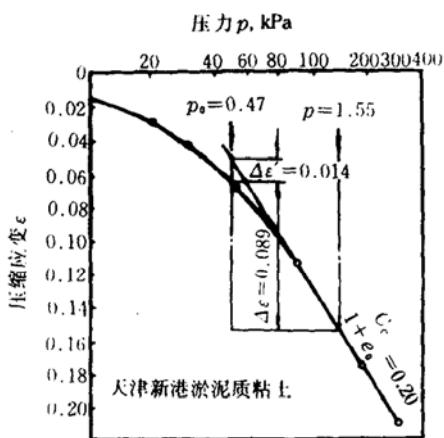


图3 天津新港淤泥质粘土的试验结果

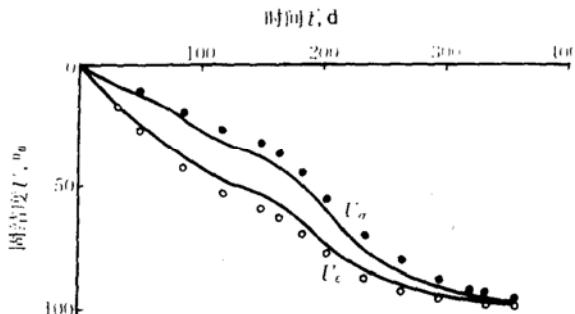


图4 式(5)和式(6)的计算结果

六、结 论

本文采用双曲线型和半对数型的压缩曲线，分别推导出固结度 U_o 和压缩度 U_e 之间的两种解析关系，并根据这些关系，提出从实测沉降过程推算现场土层平均固结系数的方法。经过工程实例的检验，证明从双曲线型压缩曲线求出的 U_o 和 U_e 之间的关系优于从半对数型压缩曲线求出者。这是由于软粘土压缩曲线的整个形状更加符合双曲线，而不是半对数曲线。

由于古典固结理论采用小应变和线性化的简化假设，人们一直误认为 U_o 和 U_e 两者是等同的。因此，从室内固结试验结果确定固结系数时，由于一般缺乏孔压测量数据，传统地都利用试样的压缩程度来表示固结度。因此这些方法也必须加以修正。例如 Casagrande 法和 Taylor 法得出的 t_{50} 和 t_{90} 只代表压缩度（而不是固结度）达到 50% 和 90% 时的时间。应该利用式(4)算出与 50% 或 90% 压缩度相匹配的固结度，再从固结理论得出相应的时间因数而计算固结系数。为了在采用非线性应力应变关系时，仍能运用古典固结理论作计算，必须对其中的线性化假设，按照有些人已经提出的意见进行修改，使它从假设固结过程中土的压缩性

^①当然，如果修改 β 值，可以尽量减小上述计算值与图4中曲线之间的差异，但是此时得出的固结系数均偏小。

m_v 和透水性 k 不变, 改为假设固结系数 c_v 或 c_h 不变, 即 $k/m_v = \text{常数}$ 。这样, 就可以避免原有明显不合理的 U_σ 和 U_e 等同的假设, 使古典固结理论在实际应用时的误差大大减小。

参 考 文 献

- [1] 林本义. 对由实测沉降过程线推算固结参数法的探讨. 水运工程, 1992, (1).
- [2] 朱向荣, 潘秋元, 谢康和. 超载预压加固软粘土地基的若干工程问题. 地基处理, 1991, 2(3).
- [3] 魏汝龙. 整理压缩试验资料的一种新方法. 水利水运科学研究, 1980, (3).
- [4] 魏汝龙. 软粘土的强度和变形. 北京: 人民交通出版社, 1987: 123.
- [5] 潘秋元, 杨国强. 排水固结法. 北京: 地基处理手册, 中国建筑工业出版社, 1988: 72.
- [6] 汪肇京, 林本义, 魏汝龙. 塑料板排水超载预压现场试验. 塑料板排水法加固软基技术研讨会论文集, 1990.

Derivation for Coefficient of Consolidation from Settlement Observation

Wei Ru-long

(Nanjing Hydraulic Research Institute)

Abstract

Based on the Terzaghi's theory of consolidation, it is used to derive, directly from the time-compression curve of soil, the coefficient of consolidation which controls the rate of dissipation of the excess pore pressure. An assumption is implied in this procedure that the degree of consolidation U_σ is equivalent to the degree of compression U_e . In fact, owing to the non-linear stress-strain relation of soil, U_σ and U_e are not exactly the same in general. Two kinds of analytical relationship between U_σ and U_e are derived on basis of compression curve of hyperbolic and semi-logarithmic type respectively, and thence a method to predict the coefficient of consolidation for the in-situ soil from the settlement observation is proposed. It is shown by the calculation of a case record that the relation between U_σ and U_e obtained from the compression curve of hyperbolic type is preferred to that from semi-logarithmic type. This is mainly because that the shape of the compression curve of soil fits in better with the hyperbolic than with the semi-logarithmic equation.