

非饱和土的力学性能与工程应用

Fredlund, D. G. * 杨 宁**

(萨省大学, 加拿大)

提 要

作为一种岩土工程材料,土在非饱和状态下的工程性质与其在饱和状态下是不同的。在过去几十年里,许多学者企图应用饱和土力学的基本理论和原理去解决非饱和土的工程问题。事实证明,没有一种努力是非常成功的。本文从非饱和土中“相”的物理意义和工程性质出发,论述了非饱和土的应力状态变量和体积变化的基本关系式,并应用这种理论分析了膨胀土的体积变化问题和非饱和土的边坡稳定问题。

一、前 言

在过去的半个多世纪里,饱和土力学理论飞速发展,并在岩土工程的各个领域里得到了广泛的应用。但人们对非饱和土的理论与实践却缺乏足够的认识。众所周知,某些土处于饱和或非饱和状态时其工程性质具有很大差别,如分布在中国西南地区的膨胀土和西北地区的黄土。由于土的含水量变化引起的地表面的隆起和沉降常常是建造在这些地区的建筑物及构筑物出现工程问题的主要原因之一。另外,岩土工程中还常遇到另外一种非饱和土——重塑土,如土工构筑物中的填土堤、路堤和机场跑道等。

自从50年代以来,一些学者和工程师开始研究非饱和土的工程力学性质,并获得了一些研究成果,但他们大都是从饱和土力学的有效应力原理出发来考虑非饱和土的应力状态变量,并将饱和土的特性参数引入非饱和土状态变量方程,这就使这些理论的应用受到了一定的限制。因而,为使非饱和土能在实际工程中得到广泛应用,必须要了解其工程性质和应力状态之间的联系。

二、非饱和土的构成

土在沉积过程中的最初阶段通常是处于饱和状态,并在其覆盖层的重力作用下固结。随着时代的变迁和地质变化以及土中水分的蒸发,水位线逐渐降至地表以下,沉积层慢慢开始干燥和脱水。地表面的草和其它植物生长时根部对土孔隙中水施加的张力作用更进一步使土壤干燥而形成非饱和土。许多学者认为非饱和土是由三相系所组成。对于“相”,Sisler, Vanderwerf 和 Davidson (1953)^[1]做过如下描述:许多混合物是非均质的,由具有明显不同的两种或多种物理性质的部分组成,这些组成部分彼此由明确的边界表面所区分。Lambe和Whitman (1969)^[2]认为,土体由截然不同的三相系组成,即固体(矿物颗粒)、气体和液体(通

* 加拿大萨省大学土木工程系教授。

** 萨省大学土木工程系研究生,原为北京中国建筑科学院地基所助理工程师。

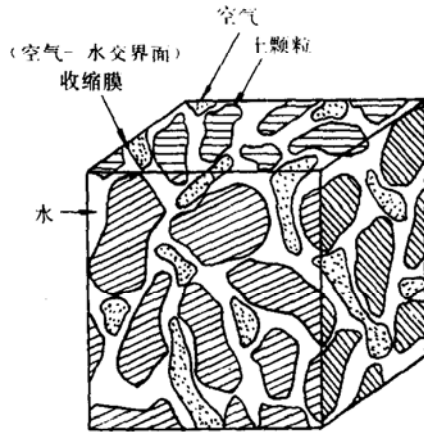


图 1 非饱和土单元体(气相连续状态)

其性质既不同于水, 也不同于气体, 应被视为一个独立的相; 该相在表面化学里被称为收缩膜(contractile skin), 在非饱和土力学中也被称为第四相。其中两相(土结构和收缩膜)在力学作用下平衡; 另外两相(空气和水)在应力梯度下流动, 如图1所示。显然, 这时孔隙中气体相应当是连续状态, 土的饱和度约为85%—95%, 由于收缩膜的存在, 土中的水相和气相可以有不同的孔隙应力值。

常是水)。但事实上, 非饱和土的组成并不这么简单, Davis 和 Rideal (1963)^[3]在题为《表面现象》一书中写道: 两个均质相之间的交界面并不是一个简单的、其性质为由其中任一相延伸的几何表面, 而是一层具有独特性质和一定厚度的薄膜。象其它均质相系一样, 表面相可以各种形式存在, 即它们可以是固体、液体或气体。如果我们观察在气体包围中的水珠, 可以看到它被一层趋于收缩的弹性薄膜所包围, 使其表面体积自动地趋于最小。Defay (1966)^[4]研究了收缩膜的压力差和张力作用, 指出了沿着收缩膜张力的总合力即为表面张力。Derjaguin (1965)^[5]报导了收缩膜的粘度变化, 指出表面层的结构类似于冰的结构, 密度稍有降低。因此, 我们可以认为非饱和土体是由四相系所组成。除了上述Lambe提到的三相外, 土中水与气体的分界面由于

三、非饱和土应力状态变量

众所周知, 土在饱和状态时的体积和抗剪强度变化取决于有效应力状态变量 $(\sigma - u_w)$, 其中 σ 为总应力, u_w 为孔隙水应力。当土处于非饱和状态时应该采用什么形式的应力状态变量呢? 饱和土的有效应力原理能否扩展到非饱和状态? 表 1 是一些研究者提出的非饱和土单值有效应力方程(状态变量)。可以看出, 在表 1 中的所有方程都引入了土的状态性质参数。因此这些方程事实上只是土的一些基本关系表达式, 并不满足应力状态变量的使用条件。而且这些方程的应用也有一定困难。由此人们认识到应找一个唯一的、独立于饱和度的有效应力^[2]。这个有效应力只是作为一个应力状态联系到平衡条件中。在通常情况下, 我们总是通过土的基本特性把有效应力和变形联系起来, 而不是简单地把土的基本特性引入状态变量。

1977年, Fredlund 和 Mongenstern^[13]应用多相连续力学的原理对非饱和土进行了理论应力分析, 并提出了新的、独立的应力状态变量, 即 $(\sigma - u_a)$ 和 $(u_a - u_w)$ 。其中 u_a 为孔隙气压力, $(\sigma - u_a)$ 为总应力, $(u_a - u_w)$ 为基质吸力(matric suction)。这样总应力的变化和孔隙水压力的变化可以分开考虑, 相互之间没有影响。而在通常情况下, u_a 的变化是不大的, 据此可得到下面两个独立的应力张量矩阵:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - u_a & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - u_a & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - u_a \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} u_a - u_w & 0 & 0 \\ 0 & u_a - u_w & 0 \\ 0 & 0 & u_a - u_w \end{bmatrix} \quad (2)$$

上述应力状态变量可以由非饱和状态平衡而连续地过渡到饱和状态, 反之亦然。当土的饱和度接近于100%时, 孔隙水压力接近孔隙气压力, 基质吸力趋于零, 孔隙气压力项变成孔隙水压力项。当然, 上述应力状态变量的证实还需要进行许多室内试验和理论分析, 限于篇幅, 本文就不详细介绍了。

表1

建议的非饱和土有效应力方程

方 程	说 明	研究人员
$\sigma' = \sigma - u_a + X(u_a - u_w)$	u_a 为孔隙空气压力, u_w 为孔隙水压力, X 为饱和度参数。	Bishop(1959) ^[6]
$\sigma' = \sigma - \beta' u_w$	σ 为剪切面的法向应力, β' 为系数。	Croney, Coleman ^[7] 和Black(1958)
$\sigma' = \sigma + \psi p''$	p'' 为孔隙水中压力差, ψ 为系数。	Aitchison(1961) ^[8]
$\sigma' = \sigma + \beta p''$	p'' 为孔隙水中压力差或孔隙水吸力, β 为系数(用实验测量)。	Jennings(1961) ^[9]
$\sigma' = \sigma - u_a + X_m(h_m + u_a) + X_s(h_s + u_a)$	X_m 为基质吸力参数, h_m 为基质吸力, X_s 为溶质吸力参数, h_s 为溶质吸力。	Richards(1966) ^[10]
$\sigma' = \sigma - u_a + X(u_a - u_w) - R' + \gamma T_s$	R' 为渗析吸力, γT_s 为水气分界面应力, T_s 为表面张力。	Auan, Sridharan(1987) ^[11]

四、体积应变理论的基本关系式

在经典土力学中, 土的体积变化可以表述为下述几种形式: ①弹性理论方程形式; ②压缩方程形式; ③孔隙比状态方程形式。当土处于非饱和状态时, 上述方程形式均可表为非饱和和土状态所对应的方程形式^[14]。

(一) 弹性力学方程形式

土体结构在三维正交坐标系的线性应变由下述方程定义^[15]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x - u_a}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z - 2u_a) + \frac{u_a - u_w}{H} \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y - u_a}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z - 2u_a) + \frac{u_a - u_w}{H} \\ \varepsilon_z &= \frac{\sigma_z - u_a}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y - 2u_a) + \frac{u_a - u_w}{H} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 E 为对应 $(\sigma - u_a)$ 变化时的弹性模量; H 为对应 $(u_a - u_w)$ 变化时的弹性模量; μ 为泊松比; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 与一般弹性力学假定的符号意义一致。

由于非饱和土涉及更多的相, 故还需补充一个基本方程。对于一个典型的参考元素, 考虑其体积变化的连续性, 有下述关系式:

$$\varepsilon = Q_w + Q_a \quad (4)$$

其中 ε 为体积应变, $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$; Q_w 为对应水相的体积应变(净流入量或流出量); Q_a 为对应气相的体积变化(流动或压缩)。

这里水相的应变方程式(第二基本关系式)可写为

$$Q_w = \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - 3u_a)}{3H'} + \frac{(u_a - u_w)}{R} \quad (5)$$

其中 H' 为水相在应力 $(\sigma_y - u_a)$ 作用下的弹性参数; R 为水相在应力 $(u_a - u_w)$ 作用下的弹性参数。

在多相介质状态下, 弹性参数的物理意义与弹性模量不同, 后者综合考虑了参考元素应力与应变之间的关系, 而前者则将它们分开考虑。

(二) 压缩方程形式

在均布荷载作用下, 非饱和土压缩方程可以写成如下形式^[16]:

$$\varepsilon = m_1^s d(\sigma - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w) \quad (6)$$

其中 m_1^s 为 $d(u_a - u_w) = 0$ 时土体结构压缩模量; m_2^s 为 $d(\sigma - u_a) = 0$ 时土体结构压缩模量。

类似地, 水相的压缩方程为

$$Q_w = m_1^w d(\sigma_y - u_a) + m_2^w d(u_a - u_w) \quad (7)$$

其中 m_1^w 为 $d(u_a - u_w) = 0$ 时曲线(水体积随 $(\sigma - u_a)$ 变化)的斜率; m_2^w 为 $d(\sigma - u_a) = 0$ 时曲线(水体积随 $(u_a - u_w)$ 变化)的斜率。

基本关系式中气相的压缩方程可以写作土结构基本方程与水相基本方程之差。图 2 是上述两式中 m 的几何意义。

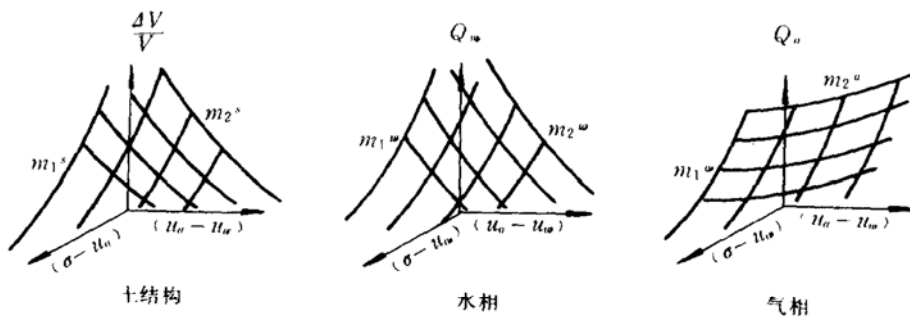


图 2 非饱和土中应力与体积应变关系曲面

(三) 孔隙比状态方程形式

考虑土力学中定义的体积改变量——孔隙比变化时, 在非饱和土情况下有

$$de = a_t d(\sigma_y - u_a) + a_m d(u_a - u_w) \quad (8)$$

其中 a_t 为应力 $(\sigma_y - u_a)$ 变化时土的压缩系数; a_m 为应力 $(u_a - u_w)$ 变化时土的压缩系数。

类似地, 土中含水量的变化可以作为第二个关系式。

$$dw = b_t d(\sigma_y - u_a) + b_m d(u_a - u_w) \quad (9)$$

其中 b_t 为应力 $(\sigma_y - u_a)$ 变化时的含水量变化系数; b_m 为应力 $(u_a - u_w)$ 变化时的含水量变化系数。

表2 饱和土与非饱和土基本关系式比较

类型	饱和土	非饱和土
弹性方程	<p>土结构</p> $\epsilon_x = \frac{\sigma_x - u_w}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z - 2u_w)$ $\epsilon_y = \frac{\sigma_y - u_w}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z - 2u_w)$ $\epsilon_z = \frac{\sigma_z - u_w}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y - 2u_w)$	<p>土结构</p> $\epsilon_x = \frac{\sigma_x - u_a}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z - 2u_a) + \frac{u_a - u_w}{H}$ $\epsilon_y = \frac{\sigma_y - u_a}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z - 2u_a) + \frac{u_a - u_w}{H}$ $\epsilon_z = \frac{\sigma_z - u_a}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y - 2u_a) + \frac{u_a - u_w}{H}$ <p>水相</p> $Q_w = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - 3u_a}{3H'} + \frac{u_a - u_w}{R}$
压缩方程 (各向均等压缩)	<p>土结构</p> $\epsilon = m_v d(\sigma - u_w)$ <p>其中 m_v 为体积压缩系数。</p>	<p>土结构</p> $\epsilon = m_1^s d(\sigma - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w)$ <p>水相</p> $Q_w = m_1^w d(\sigma - u_a) + m_2^w d(u_a - u_w)$
孔隙比 状态方程	<p>土结构</p> $de = a_v d(\sigma_y - u_w)$ <p>其中 a_v 为压缩系数</p>	<p>土结构</p> $de = a_1 d(\sigma_y - u_a) + a_m d(u_a - u_w)$ <p>水相</p> $d_w = b_1 d(\sigma_y - u_a) + b_m d(u_a - u_w)$

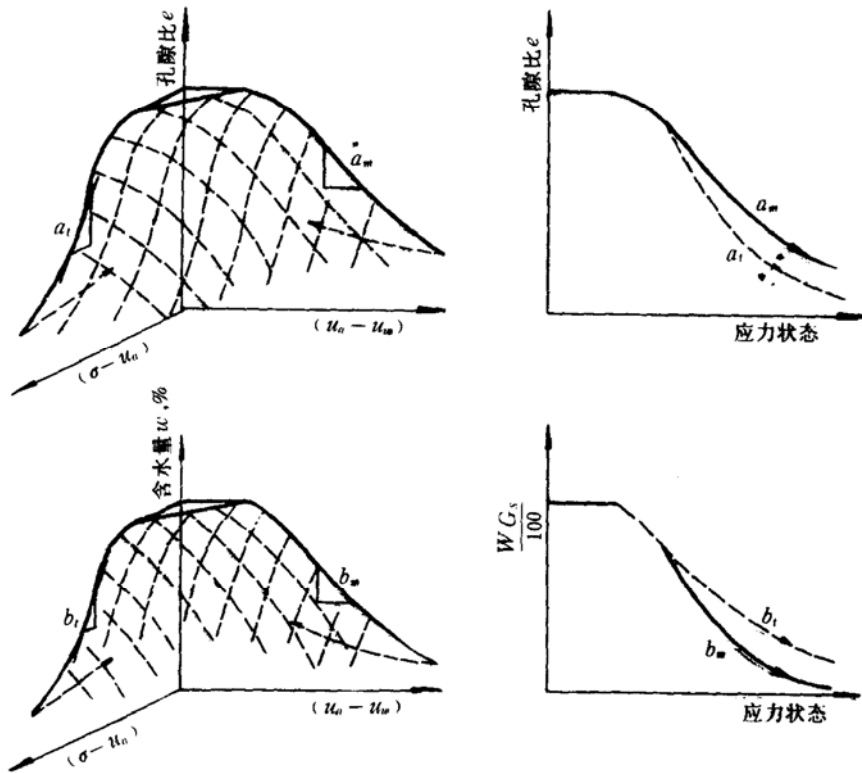


图3 非饱和土的基本关系曲面

上述方程式最初由 Biot (1964) 和 Coleman (1962) 提出, 随后由 Fredlund 和 Morgenstern (1976)^[17] 进行了大量的研究工作, 并在竖向荷载条件下证明了上述基本关系式的唯一性 (uniqueness)。作为比较, 表 2 列出了饱和土与非饱和土的基本关系式。可以看出, 在任何一种情况下都可以从一种状态平稳地过渡到另一种状态。

由上面基本关系式定义的非饱和土的应力-应变状态可以直观地在三维坐标系中表示, 如图 3 所示。其中简化到二维坐标系的图形表示各模量之间的关系, 对于非饱和土, 全面地揭示体积变化需要上面提到的 4 个变形模量。但在现阶段, 这些模量之间的联系和每一个模量的测量仍然存在许多问题。不过在我们通常遇到的工程问题中, 一些模量可以在室内或直接从现场测得; 而另一些则可以根据已测得的或工程经验估计而得。另外, 有些工程问题也并不同时需要 4 个模量。例如, 估算膨胀量时, m_1^w 和 m_2^w 两个模量可以省略, 在总应力不变的情况下仅需 m_3^s 。

五、非饱和土力学理论的应用

(一) 估计体积变化(膨胀量)

非饱和土力学理论在岩土工程中一个重要的应用是评价土的体积变化特性。如上所述, 当土处于饱和状态时, 其体积变化是有效应力状态变量 $(\sigma - u_d)$ 的函数。这里我们选择非饱和土的应力状态变量是 $(\sigma - u_d)$ 和 $(u_a - u_w)$ 。图 4 表示一个建筑在非饱和膨胀土地基上的轻型结构房屋, 膨胀量的评价和公式推导先从弹性方程出发, 然后过渡到压缩方程和孔隙比状态方程形式以及应力路线变化。

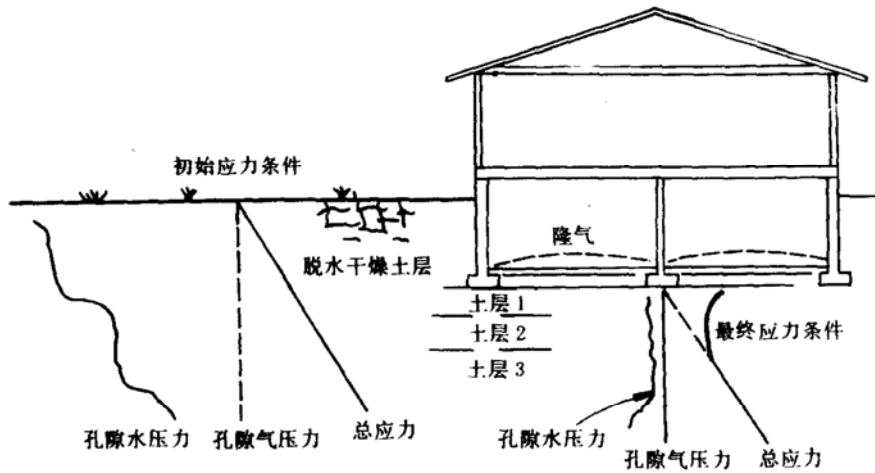


图 4 在轻型房屋下膨胀土地基的应力状态

1. 弹性方程形式

考虑图 4 中基础下的某土单元体, 其沿 y 方向的应变由式(3)中 ϵ_y 的表达式确定。在侧限条件下, 沿 x, z 方向的应变为零, 总应力的变化是相等的。因此, 由式(3)中 $\epsilon_x = \epsilon_z = 0$ 的条件得

$$(\sigma_x - u_d) = (\sigma_z - u_d) = \frac{\mu}{1 - \mu} (\sigma_y - u_d) - \frac{E}{(1 - \mu)H} (u_a - u_w) \quad (10)$$

将式(3)中 ϵ_y 的表达式写成

$$\epsilon_y = \frac{(\sigma_y - u_d)}{E} - \frac{\mu}{E} [(\sigma_x - u_d) + (\sigma_z - u_d)] + \frac{u_a - u_w}{H} \quad (11)$$

并将式(10)代入式(11)整理得到

$$\varepsilon_y = \frac{1+\mu}{1-\mu} \left[\frac{1-2\mu}{E} (\sigma_y - u_d) + \frac{1}{H} (u_a - u_w) \right] \quad (12)$$

如每层土的厚度为 H_i , 则总的膨胀量 ΔH 等于

$$\Delta H = \sum_{i=1}^n \Delta H_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_y H_i \quad (13)$$

式中 n 为膨胀土的层数。

根据上述结果, 应用类似方法, 结合水相的基本关系式, 可以计算体积含水量的变化。但对于一般工程, 人们感兴趣的主要是孔隙比的变化而不是含水量的变化。

2. 压缩方程形式

在相同的弹性方程及相同的假设条件下, 可以写出在 y 方向上的应变。当应力从初始状态变化到最终状态时, y 方向的应变 ε_y 由式(6)表示。其中的压缩模量在侧限状态时可表示为

$$m_1^s = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1-\mu)}, \quad m_2^s = \frac{(1+\mu)}{H_1(1-\mu)}$$

同样地将 ε_y 代入式(13)可以计算出总的膨胀量。体积含水量也可以有类似的表达式, 限于篇幅, 这里就不赘述了。

3. 孔隙比状态方程形式

在土力学理论中, 体积变化可以表示为孔隙比和土中含水量改变引起水体积的变化。因此, 如果孔隙比和含水量的初始状态已知, 就可以推导出其它变量。如用孔隙比来估计膨胀量。

$$\Delta e = [m_1^s \Delta(\sigma - u_d) + m_2^s \Delta(u_a - u_w)] (1 + e_0) \quad (14)$$

其中 e_0 为初始孔隙比; $m_1^s = a_d / (1 + e_0)$; $m_2^s = a_m / (1 + e_0)$ 。

$$\text{而} \quad \varepsilon = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \times 100\%$$

相应地

$$\Delta w = [m_1^w \Delta(\sigma - u_d) + m_2^w \Delta(u_a - u_w)] \frac{1 + e}{G_s} \quad (15)$$

最终孔隙比和含水量等于它们的初始值加上各自的改变量。图5表示在进行膨胀量估算时由基本关系式定义的三维曲面和土的应力路线。图中虚线表示土中基质吸力改变时土样所经历的实际应力路线。假设基本关系式曲面具有唯一性, 如果土的初始和最终应力状态相同, 应用在同一关系式曲面上不同的应力路线应该得到一致的估算膨胀量。这样我们就有可能以下面两种方法来估计膨胀量。

第一种方法考虑土的实际野外应力路线^[18]。采用这种方法时土在原位的初始和最终应力条件必须在计算前确定。这种方法的优点是模拟了土的实际应力路线。缺点是在目前条件下原位测试设备尚不完善; 另外, 原状土吸力可能在一个较大的范围内波动, 从而造成对应于初始基质吸力的膨胀模量不易测到; 其次是不能用传统的试验室设备测量吸力改变时的孔隙比变化等。

第二种方法则以非饱和土关系曲面上的总应力来代替原状土的野外应力状态^[19]。土的膨胀力中同时考虑原位土的总应力和基质吸力。在这里要强调的是由于取样造成土的扰动, 室内试验测得的膨胀力应加以修正。在总应力水平上的回弹曲线可以使用传统固结仪测得。图6给出了由恒定体积固结试验得到的膨胀力的修正方法。这种方法的优点是计算中需要的所有变量都可以通过传统的室内试验得到。同时可以使我们利用以往试验积累的大量数据。其最大缺点则在于试验的应力路线与野外不同, 而导致计算与实测结果的误差。

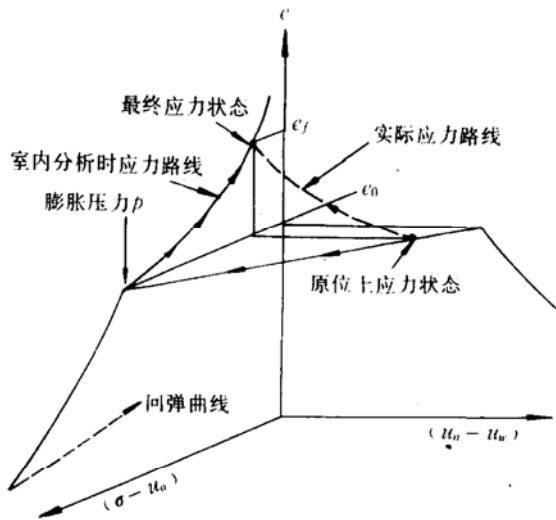


图 5 膨胀量估算时土样的应力路线

由于在半对数坐标系里, 总应力和基质吸力两个平面上的回弹或膨胀曲线呈直线关系, 通常在估算膨胀时总是使用半对数形式方程。如图7所示, 其中点 $(u_a - u_w)_s$ 表示土样在未加荷前的吸力, 考虑基础下某一膨胀土层由于基质吸力变化而膨胀的情形, 总的上覆荷载是 σ_v , 点 p'_s 代表上覆荷载应力与折算到总应力平台的土中基质吸力之和, 而实际土的基质吸力可能更大些 (如 $(u_a - u_w)_i$ 点), 如假设最终孔隙水压力等于零, 则可由式 (12) 计算最终膨胀量。

当使用第一种方法估算膨胀量时, 孔隙比的变化可由下式得到

$$\Delta e = -C_m \log \left[\frac{\sigma_v}{\sigma_v + (u_a - u_w)_i} \right] \quad (16)$$

式中 C_m 为沿基质吸力平面的膨胀指数; σ_v 为上覆压力的最终应力状态; $\sigma_v + (u_a - u_w)_i$ 为初始

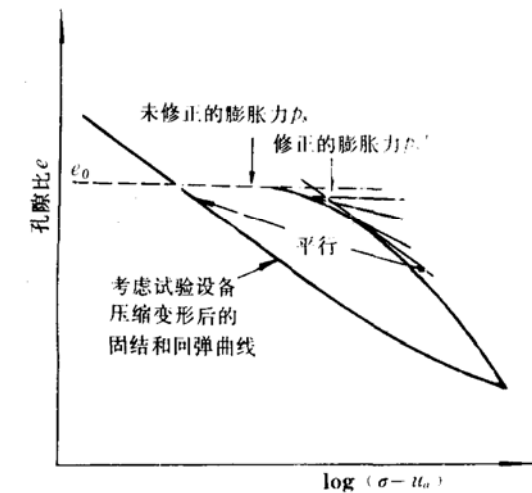


图 6 恒定体积固结试验结果的修正

应力状态。

当使用第二种方法估算膨胀力时, 孔隙比的变化由下式得到

$$\Delta e = -C_s \log \left[\frac{\sigma_v}{\sigma_v + (u_a - u_w)_e} \right] \quad (17)$$

其中 C_s 为沿总应力平面的膨胀指数; $\sigma_v + (u_a - u_w)_e$ 为初始应力状态 (修正的膨胀力)。

对于孔隙压力不是零的情况可参考其它文献。理论上讲, 如果测得的初始应力状态和膨胀指数是正确的, 上面两种方法应该给出一致的估算膨胀量。然而, 这里仍需强调工程经验在选择上述方法时所起的作用。

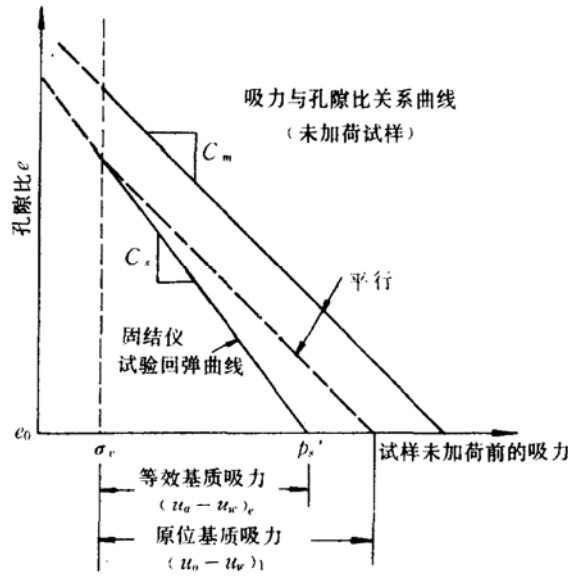


图7 膨胀量计算时应力状态变量与孔隙比关系曲线

(二) 边坡稳定分析

经典土力学中饱和土的抗剪强度参数 ϕ' , c' 是从极限状态下的莫尔-库仑应力圆的包络线上得到的。对于非饱和土, 可以将上述方法和库仑方程加以扩展, 从而得到非饱和土的抗剪强度^[20]。

$$\tau = c' + (u_a - u_w) \text{tg} \phi^b + (\sigma_n - u_a) \text{tg} \phi' \quad (18)$$

式中 ϕ^b 为相对于基质吸力 $(u_a - u_w)$ 变化的剪切强度角; σ_n 为作用在剪切面上的总正应力。

图8是上述方程式的几何表达。研究结果表明, ϕ^b 值通常总是小于 ϕ' 。图9所示的试验结果是 Bishop^[21]1960年得到的。

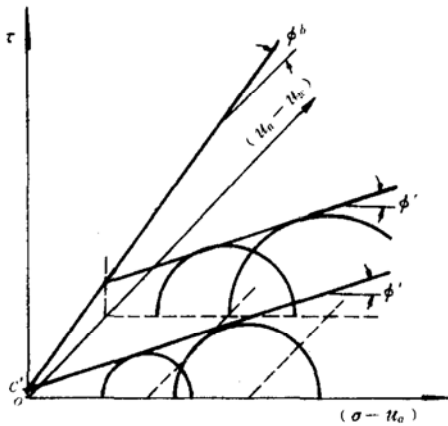


图8 非饱和土抗剪强度的几何表示

在地下水以上的非饱和土和土边坡问题中, 孔隙水压力相对大气压呈负值。土中的基质吸力 $(u_a - u_w)$ 作用使土的抗剪强度相对较高。当外部环境变化时, 如在多雨季节, 土中含水量上升,

相应的土抗剪强度下降, 安全系数也随之降低。图10表示了条分法进行边坡稳定分析中作用在边坡横截面上的作用力。由这些作用力可得出相应的边坡稳定的极限平衡方程(包括力平衡方程和力矩平衡方程)。

作用在土条底面的抗剪力

$$s_m = \frac{\beta}{F} \{ c + (\sigma_n - u_a) \text{tg} \phi' + (u_a - u_w) \text{tg} \phi^b \} \quad (19)$$

式中 F 为安全系数。

作用在土条底面的垂直作用力等于全部作用在该土条的力沿垂直底面的矢量和。

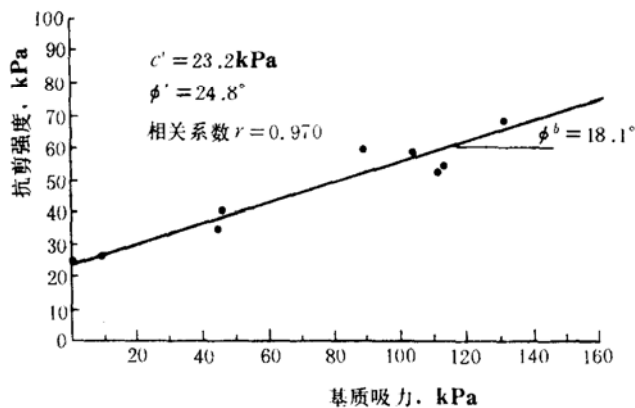


图9 夯实页岩抗剪强度与基质吸力

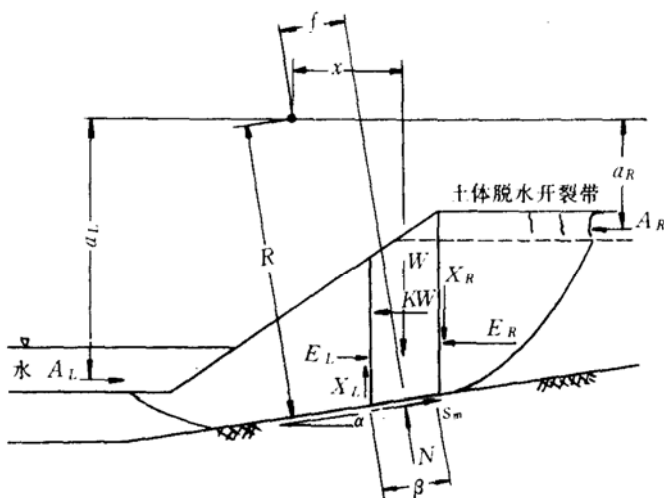


图10 条分法边坡稳定分析中的作用力

$$N = \frac{W - (X_R - X_L) - \frac{c'\beta \sin \alpha}{F} + u_a \frac{\beta \sin \alpha (\operatorname{tg} \phi' - \operatorname{tg} \phi^b)}{F} + u_w \frac{\beta \sin \alpha \operatorname{tg} \phi'}{F}}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha \operatorname{tg} \phi'}{F}} \quad (20)$$

为了简化起见, 我们设压力 $u_a = 0$, 有

$$N = \frac{W - (X_R - X_L) - \frac{c'\beta \sin \alpha}{F} + u_w \frac{\beta \sin \alpha \operatorname{tg} \phi'}{F}}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha \operatorname{tg} \phi'}{F}} \quad (21)$$

力矩平衡和力平衡两个独立的安全系数 F_m, F_r 可以在图(10)所示状态下推导出来。同样在假设 u_a 不等于零的条件下 F_m 和 F_r 的表达式分别为式(22)、(23)。

$$F_m = \frac{\sum \left\{ c'\beta R + \left[N - u_w \beta \frac{\operatorname{tg} \phi^b}{\operatorname{tg} \phi'} - u_a \beta \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \phi^b}{\operatorname{tg} \phi'} \right) \right] R \operatorname{tg} \phi' \right\}}{\sum Wx - \sum Nf} \quad (22)$$

$$F_r = \frac{\sum \left\{ c'\beta \cos \alpha + \left[N - u_w \beta \frac{\operatorname{tg} \phi^b}{\operatorname{tg} \phi'} - u_a \beta \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \phi^b}{\operatorname{tg} \phi'} \right) \right] \operatorname{tg} \phi' \cos \alpha \right\}}{\sum N \sin \alpha} \quad (23)$$

以往为了简化起见,工程师们常常假设在非饱和土分析中的负孔隙压力等于零。笔者认为在许多情况下,尤其在整個边坡都在浸润线以上时,这种假设并不妥当。但用上述非饱和土理论和公式求解边坡稳定时的安全系数是可行的。当然,更深入的研究,尤其是应用这种理论和公式对已有的工程实例进行分析,仍然是非常必要的。

六、结 语

本文简单介绍了非饱和土的构成和工程性质,非饱和土的应力状态变量和体积应变中的基本关系式等基本理论,以及在研究土的膨胀量和边坡稳定分析中的应用。研究结果和工程实例证明了这种理论的可靠性和实用性。本文所提出的非饱和土的方程式可以稳定地连续地过渡到饱和土的情况。非饱和土力学的应用并不仅局限于上面所提到的两个方面,它在土力学的其它领域,如侧向土压力的计算及承载力的确定等方面都有着广泛的应用,限于篇幅,这里就不多讨论了。

非饱和土力学是近年发展起来的学科,在理论和应用上仍存在许多需要进一步研究的问题,其中主要有:①原位土中吸力测试设备和测试技术的研究;②非饱和土性质试验技术的验证和完善;③工程实例的研究,即通过工程实例验证所提出的基本理论,实测的基质吸力和非饱和土的工程性质。

参 考 文 献

- [1] Sisler, H. H., Vanderwarf, C. A. and Davidson, A. W., *General Chemistry — A Systematic Approach*, The MacMillan Co., New York, 1953.
- [2] Lambe, T. W. and Whitman, R. V., *Soil Mechanics*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1969, p. 29.
- [3] Davies, J. T. and Rideal, E. K., *Interfacial Phenomena*, Second Edition, Academic Press Inc., New York, 1963.
- [4] Defay, R. and Prigogine, I., *Surface Tension and Adsorption*, Longman, Great Britain, 1966.
- [5] Derjaguin, B. V., *Recent Research into the properties of Water in Thin Film and in Micro-capillaries*, Society for Experimental Biology Symposia, XIX. *The State and Movement of Water in Living Organisms*, Cambridge Univ. Press, London, England, 1965.
- [6] Bishop, A. W., *Lecture Delivered in Oslo, Norway in 1959, The Principle of Effective Stress*, Printed in Tek. Ukeblad, No. 39, 1959.
- [7] Croney, D., Coleman, J. D., Black, W. P. M., *The Movement and Distribution of Water in Soils in Relation to Highway Design and performance*, Highway Research Board Special Report, No. 40, 1958.
- [8] Aitchison, G. D., *Relationship of Moisture Stress and Effective Stress Functions in Unsaturated Soils, Pore Pressure and Suction in Soils*, London, 1961. pp. 47-52.
- [9] Jennings, J. E. B. (1960), *A Revised Effective Stress Law for Use in the Prediction of Behaviour of Unsaturated Soils, Pore Pressure and Suction in Soils*, Butterworth, London, 1961.
- [10] Richards, B. G., *The Significance of Moisture Flow and Equilibria in Unsaturated Soils in Relation to the Design of Engineering Structure Built on Shallow Foundations in Australia*, Symposium on Permeability and Capillarity, ASTM, Atlantic City, New Jersey, 1966.

- [11] Allan, M. M. and Sridharan, A. , Stresses Present in Unsaturated Soils, *Journal of Geotechnical Engineering Division*, Vol. 113, 1987, pp. 1395-1399.
- [12] Fredlund, D. G. , Volume Change Behaviour of Unsaturated Soils, Ph. D. Dissertation, University of Alberta, Edmonton, Alberta, 1973.
- [13] Fredlund, D. G. and Morgenstern, N. R. , Stress State Variables for Unsaturated Soils, *ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division*, No. 103, GST, 1977, pp. 447-466.
- [14] Fredlund, D. G. , Soil Mechanics Principles That Embrace Unsaturated Soils, XI International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco, U. S. A. , 1985.
- [15] Boit, M. A. , General Theory of Three-dimensional Consolidation, *Journal of Applied Physics*, 12(2), 1947, pp. 155-164.
- [16] Coleman, J. D. , Stress/Strain Relations for Partly Saturated Soils, *Correspondence in Geotechnique*, London, England, Vol. 12, No. 4, 1962 .
- [17] Fredlund, D. G. and Morgenstern, N. R. , Constitutive Relations for Volume Change in Unsaturated Soils, *Can Geotechnical Journal*, No. 13, 1976, pp. 261-276.
- [18] Johnson, L. D. , Evaluation of Laboratory Suction Tests for Prediction of Heave in Foundation Soils, U. S. Army Engineers Experimental Station, P. O. Box 631, Vicksburg, MS, Technical Report S-77-7. 1977.
- [19] Fredlund, D. G. , Prediction of Ground Movements in Swelling Clays, Proc. of the 31st Annual Soil Mechanics and Foundation Engineering Conference, Minneapolis, MN, 1983, pp. 47.
- [20] Fredlund, D. G. , Morgenstern, N. R. and Widger, R. A. , Shear Strength of Unsaturated Soils, *Can Geotechnical Journal*, No. 15, 1978, pp. 313-321.
- [21] Bishop, A. W. , Alpan, I. , Blight, G. E. and Donald, I. B. , Factors Controlling the Shear Strength of Partly Saturated Cohesive Soils, ASCE Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, Univ. Colorado, Boulder, Co. 1960.

The Mechanical Properties and Their Engineering Applications to Unsaturated Soils

Fredlund, D. G. , Yang Ning

(Department of Civil Engineering, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada)

Abstract

Unsaturated soil from a geotechnical engineering viewpoint has different behavior from the soils that are saturated. In the last few decades many attempts have been made to apply saturated soil mechanism principles to problems involving unsaturated soil. None of these attempts have proven to be very successful.

In this paper consideration is given to the significance of phases of an unsaturated soil and their engineering properties. Stress state variable and volume change constitutive relationship for unsaturated soil are proposed and used to analyze the volume change problems related to expansive soil and slope stability problems associated with unsaturated soils.