

地下洞室应力分析中的荷载计算 与初始地应力场*

冯 紫 良

(同济大学地下工程与建筑系, 上海)

提 要

本文运用虚功原理分析了地下洞室开挖施工前后地层应力状态的变化, 探讨了地下洞室开挖效应的有限元分析中关于荷载计算的方法。文中先推导了同时考虑初始地应力和地层自重作用的荷载计算公式, 指出了当前国内外广为使用的、单纯由初始地应力计算节点力释放荷载方法的问题所在。通过理论阐述与工程实例计算的比较分析, 从理论和应用两方面说明了笔者所提出的确定开挖荷载方法的合理性。

一、前 言

随着电子计算机的普及, 地下工程中的数值分析技术在我国也正在逐渐普及。但是由于岩土工程的复杂性, 目前仍有许多问题尚未搞清楚, 致使理论计算分析结果与工程实践经验不甚符合, 有时甚至恰好相反。本文所讨论的地下洞室开挖效应的荷载计算与初始地应力场的问题, 恐怕就是其中之一。

地下洞室在开挖之前, 地层中早已存在着初始地应力场 σ^0 , 开挖对岩体的扰动, 引起了初始地应力和位移的变化, 此即扰动应力场 $\Delta\sigma$ 和位移场 $\Delta\delta$ 。开挖后地层围岩中的最终应力场, 按其应力变化的历史则应为

$$\sigma = \sigma^0 + \Delta\sigma \quad (1)$$

在目前的地下洞室开挖效应的应力分析中, 普遍采用了“释放荷载”的概念^[1,2], 即认为扰动应力场和位移场($\Delta\sigma$, $\Delta\delta$)是由于洞周初始地应力被解除而产生的卸荷效应引起的。释放荷载的值完全由初始地应力确定^[1], 在有限元法中可先计算作用于洞周节点的等效荷载

$$f_{\sigma^0} = \int_{\Omega} B^T \sigma^0 d\Omega \quad (2)$$

然后把 f_{σ^0} 反向加于节点, 即得释放荷载。开挖引起的扰动应力 $\Delta\sigma$ 和扰动位移 $\Delta\delta$ 由下式进行计算:

$$K \cdot \Delta\delta = f_{\sigma^0} \quad (3)$$

在上两式中 Ω 为问题的计算域; B 为应变位移矩阵; K 为结构的总刚度阵。上述由初始地

* 本研究系国家自然科学基金No.5880357资助课题。

到稿日期: 1989年12月3日

应力场转化为节点荷载的“释放荷载”的概念及其方法使用甚广。

此外为减少计算工作量,有些著作^[2,3]建议,用分布面力形式作用于洞周边界的应力释放来替代按式(2)求 f_{σ^0} 为节点力的方法,此即所谓“反转应力释放法”。

笔者查阅了有关文献,未曾见到关于建立上述两种荷载计算公式的较为严格的推导论证。地下洞室开挖之后的实际位移情况是否确如这两种方法所描述,似有值得商榷之必要。譬如,经过对地下洞室开挖后变形过程的观察,可以发现围岩沿着自重方向发生了变位。即围岩的自重确实做了功 W_G

$$W_G = \int_{\Omega} u^T b d\Omega \quad (4)$$

式中 b 为以体力密度形式出现的自重; u 为扰动位移向量。这也就是说围岩的自重对于开挖引起的位移是作了贡献的。但是在上述两种“传统”的荷载计算方法中,似都未涉及自重的这种贡献。本文将应用虚功原理推导出地下洞室开挖效应分析用的荷载计算公式,并且做出计算实例的比较研究,探讨开挖荷载的合理计算方法。

二、开挖荷载的计算方法

设具有初始地应力为 σ^0 的、处于地下洞室开挖中的地层受有体力 b 的作用,边界上受有面力 t 的作用,则按虚功原理有

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon]^T \Delta \sigma d\Omega - \int_{\Omega} [\delta u]^T b d\Omega - \int_{\Gamma_t} [\delta u]^T t d\Gamma = 0 \quad (5)$$

式中 δu 为虚位移向量; $\delta \varepsilon$ 为相应的虚应变向量; Ω 为计算域; Γ_t 为作用有荷载 t 的边界部分; b 为任意以体力形式出现的荷载,通常为自重密度; t 为任意以面力形式出现的荷载,可为地表荷载或计算域外介质的相互作用力等; $\Delta \sigma$ 为洞室开挖中引起的应力向量的变化,按式(1)可知,

$$\Delta \sigma = \sigma - \sigma^0$$

在有限元法中,式(5)中的位移、应变及其相应的虚变量部分分别为

$$\delta u = \sum_{i=1}^n N_i \delta d_i \quad (6)$$

$$\delta \varepsilon = \sum_{i=1}^n B_i \delta d_i \quad (7)$$

式中 i 为节点; d_i 为节点位移向量; δd_i 为节点虚位移向量; N_i 和 B_i 分别为总体形函数矩阵和总体应变-位移矩阵; n 为整个计算网络的节点总数。

将式(6)、式(7)代入虚功方程式(5),化简后得

$$K a - f_{\sigma^0} - f_b - f_t = 0 \quad (8)$$

式中 K 为结构的总刚度矩阵; a 为网格中的节点位移向量; f_{σ^0} 为初始地应力的等效荷载

向量(见式(2)); f_b 和 f_t 分别为体力的等效荷载向量及面力的等效荷载向量,且有

$$f_b = \int_{\Omega} N^T b d\Omega \quad (9)$$

$$f_t = \int_{\Gamma_t} N^T t d\Gamma \quad (10)$$

由此可知地下洞室的开挖计算同一般的力学分析相仿佛,最终平衡方程中的荷载应包括初始地应力的等效荷载,体力荷载和面力荷载三个方面。

地下洞室的开挖过程见图1所示,在开挖之前设有一假想洞周边界把洞室的挖去部分及其围岩部分分开。考虑围岩部分为计算域,则计算域内除初始地应力外,作用有重力 b 和假

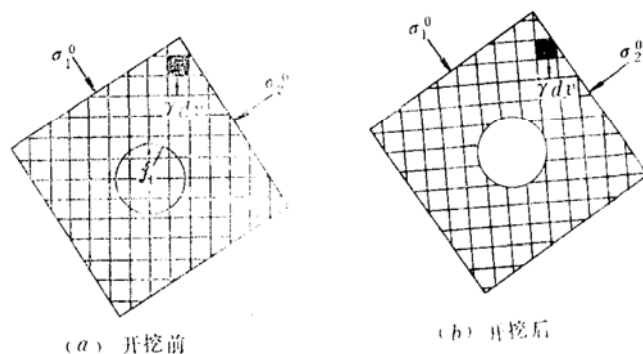


图1 地下洞室开挖效应计算中的荷载

想洞周边界面上的两部分岩体间的相互作用力 t 。在开挖之前,围岩中的扰动应力为零,

$$\Delta\sigma = \sigma - \sigma^0 = 0 \quad (11)$$

网格中各节点的位移向量 a 也均为零。因而由式(8)可得

$$-f_{\sigma^0} - f_b - f_t = 0 \quad (12)$$

由此可见,此时网格中所有的节点在初始地应力、自重和洞周假想面上相互作用力的共同作用下处于平衡状态。开挖之后,洞室核心部分岩土被挖去,显然作用于洞周表面的 f_t 已不复存在。于是原来的平衡状态(式(12))受到了破坏,地层将产生新的运动,即产生扰动应力场和位移场。最终的位移场可以令式(8)中的 f_t 为零后得到,即有

$$Ka - f_{\sigma^0} - f_b = 0 \quad (13)$$

对于分部开挖的施工过程,可以在计算网格中逐步舍弃相应的单元,反复使用式(13)进行计算。须注意的是后一次开挖分析计算所用的初始地应力场 σ^0 应是前一次开挖分析计算结束时的最终应力场,而不是整个隧洞开挖之前的原始地应力场。

三、计 算 实 例

(一)考试题

设某一地下洞室工程的计算网格如图2所示,共4个单元,20个节点。地层材料的弹性

模量 $E = 100.031 \text{ MPa}$, 泊松比 $\mu = 0.25$, 容重 $\gamma = 19.614 \text{ kN/m}^3$, 内聚力 $c = 117.684 \text{ kPa}$, 内摩擦角 $\phi = 40^\circ$, 弹塑性分析所用的塑性应变硬化系数 $H' = 0.0 \text{ MPa}$ 。地层中的初始地应力仅由地层的自重引起, 因而根据图 2 所示的网格几何尺寸, 其初始地应力可由下式表示

$$\begin{aligned}\sigma^0 &= \{\sigma_{x^0} \quad \sigma_{y^0} \quad \tau\}^T = \{\xi \sigma_{y^0} \quad \gamma h \quad 0\}^T \\ &= \{\xi \cdot \gamma (y - H_0) \quad \gamma (y - H_0) \quad 0.0\}^T\end{aligned}\quad (14)$$

式中 $\xi = \mu / (1 - \mu) = 0.333333$, 为侧压力系数; y 为网格图中的竖向坐标; $H_0 = 6.0 \text{ m}$ 为地面至坐标原点间的距离。

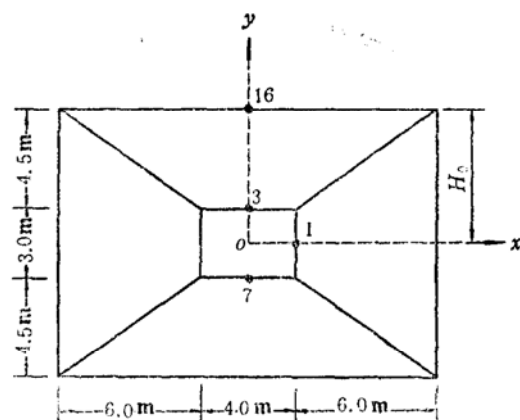


图 2 考试题开挖计算网格

现在就下列五种不同的荷载情形, 进行弹塑性有限元分析^[4], 以观察该洞室在不同荷载条件下的作用效果。在塑性计算分析中采用莫尔库仑屈服准则, 非线性迭代采用切线刚度法, 荷载以一次增量加荷。

1. 考虑地下洞室开挖后, 地层在其自重及初始地应力作用下, 即按式(13)计算的地层运动。

2. 考虑地下洞室开挖后, 地层仅由初始地应力引起的节点荷载, 即按式(2)计算的等效荷载作用下的地层运动。

3. 考虑地层的自重荷载, 而不计及初始地应力的影响。此即所谓“先成洞后加载”的作用效果。

4. 考虑初始地应力引起的节点荷载, 即式(2), 但以相反的方向作用于所在节点而产生的地层位移。

5. 考虑作用于洞周边缘的面力, 来替代重力及初始地应力的作用, 即按

$$Ka + f_t = 0 \quad (15)$$

计算的地层位移。此即反转应力释放法的计算。

上述五组荷载情况下的主要结果列于表 1。

表 1

考试题主要节点的位移计算结果(单位 mm)

荷载情况	节 点 号			
	16	1	3	7
	洞顶上方的地面 垂 直 位 移	洞壁中央的水平 位 移	洞 顶 的 垂 直 位 移	洞 底 板 的 垂 直 位 移
1. $(f_{\sigma^0} + f_b)$	$-0.346221E-2$	$0.110428E-2$	$-0.922820E-2$	$0.927288E-2$
2. (f_{σ^0})	$0.117041E-1$	$0.211669E-4$	$0.103447E-1$	$0.741769E-2$
3. (f_b)	$-0.151663E-1$	$0.108312E-2$	$-0.195726E-1$	$0.185521E-2$
4. $(-f_{\sigma^0})$	$-0.117041E-1$	$-0.211669E-4$	$-0.103447E-1$	$-0.741767E-2$
5. $(-f_t)$	$-0.388269E-2$	$-0.859066E-2$	$-0.103787E-1$	$0.149130E-1$

在上述的计算结果中,有下列几点值得注意:

1. 荷载情况 1 是根据方程(13)进行开挖计算所得的位移,按前文的推导,应该是地层中因开挖引起的扰动位移状态。计算位移的方向表明:洞顶及地表向下沉陷,洞底板鼓起。显然这与工程经验是一致的。

2. 第二组的计算位移是仅仅由地应力 σ^0 释放引起的位移,其结果似乎与预计的相反:所有的节点都产生了向上的位移;而且愈近地面,因 σ^0 释放而产生的位移也愈大,而在地表点处的位移达到最大值。事实上,在每个节点处,由 σ^0 转化成的节点力,即使开挖之前也不能自行平衡。只有在与自重的共同作用之下,围岩内部的节点才能处于平衡状态。其中自重引起的作用力 f_b 是竖直向下的,那末与之平衡的由 σ^0 引起的节点力自是向上无疑。因而如果释放掉 σ^0 (或它的一部分),引起的位移是向上的,也是必然的。

3. 如果把 σ^0 转化成的节点荷载,以相反方向施加于所在节点,使洞顶位移强行指向洞内,此即荷载情况 4 的计算。观察其计算结果,所有的节点都产生了向下的竖向位移。此时在洞顶处的竖向位移方向虽与工程经验相符,但洞底位移向下与实践不符。因而单纯考虑地应力 σ^0 转化成的节点荷载,不论其施加方向取正或负,均将在洞顶或洞底处发生计算位移与实际量测位移方向不符的现象。

4. 第五组计算荷载中的反转应力的大小由式(14)计算。其计算结果与应该算得的扰动位移场(即荷载情况 1 的结果)相比,各点的位移均偏大。

5. 如果在第五组的计算荷载情况下,而同时在所有的高斯点应力水平计算中叠加入初始地应力场 σ^0 ,计算表明可以得到与荷载情况 1 相同的计算位移结果。但由下面的工程实例计算的讨论可知,即使这样,反转应力释放法仍将面临一些不易解决的困难。

(二)工程实例

西北地区某地下洞室工程^[5]所处地层的材料参数为:地层的变形模量 $E = 500.157\text{MPa}$,泊松比 $\mu = 0.34$,容重 $\gamma = 26.4789\text{kN/m}^3$,内摩擦角 $\phi = 34^\circ$,地层内聚力 $c = 127.491\text{kPa}$ 。隧洞的几何尺寸及其网格划分如图 3 所示。网格中含有 88 个八节点等参数单元,293 个节点,49 个边界约束节点。

在计算时先把洞室被开挖部分的岩体也划分成单元(如图 3 中虚线所示),进行开挖前的地层有限元应力分析,从而得到处于山岭地形之中的地层初始地应力场 σ^0 ,然后进行下列三组荷载情况分析:

1. 在已知初始地应力 σ^0 和地层自重作用下;
2. 仅考虑地层自重的作用;
3. 仅考虑初始地应力 σ^0 的开挖释放。

全部荷载均以一次增量施加于地层,初始地应力按高斯点次序逐个读入并转化成等效节点荷载向量。表 2 列出了主要节点的位移计算结果,图 4 表示了洞中心线竖直平面上地层竖向位移沿高程的分布情形。位移的正负号采用与坐标轴相一致的原则,即向上的竖直位移与向右的水平位移用正号表示,而相反的方向用负号来表示。

从本工程实例计算中,下列各点值得注意:

1. 表中荷载情况 1 为按方程(13)计算的荷载,按前面的推导,其计算结果应为地层开挖后实际位移的反映。对照各组的计算结果可以看出,地层自重作用的效果确实使所有的节点向下变形,其中离地面愈近的节点变形愈大。但单纯的地应力释放是使所有的节点向上变

表2

工程实例主要节点的位移计算结果(单位: m)

荷载情况	点 节 号			
	181	253	169	85
	地表沉陷	拱顶下沉	洞壁中央 水平位移	洞底板 的隆起
1. ($f_{\sigma^0} + f_b$)	$-0.457296E-2$	$-0.171162E-1$	$-0.463310E-2$	$0.188347E-1$
2. (f_b)	$-0.115753E0$	$-0.993293E-1$	$-0.439089E-2$	$-0.537064E-1$
3. (f_{σ^0})	$0.111180E0$	$0.822131E-1$	$0.242216E-3$	$0.725411E-1$

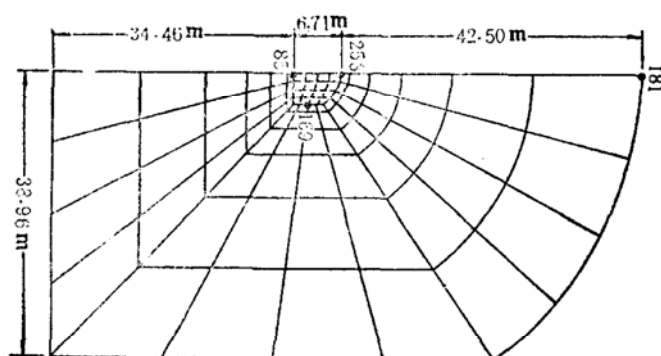


图3 工程实例开挖计算网格

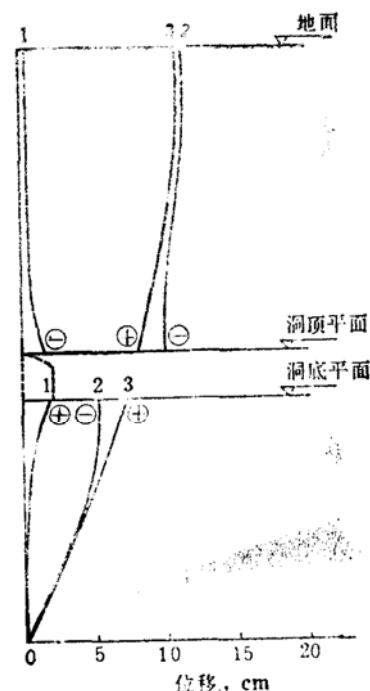


图4 竖向位移沿高程分布示意图

形,且离地面愈近的,向上位移也愈大。两者因素共同作用的效果则是洞室开挖引起的总效应。在本例中,洞室上方的岩层均向下位移,且愈近洞体下沉愈大。而洞室底板下的地层则向上变形。显然,这样的计算结果,与工程实践的经验是相符合的^[6]。

2.在本工程实例计算中,未作反转应力释放法的计算。主要是由于洞周开挖面上的面力分布值不能比较精确地确定。众所周知,有限元法本身乃是一种近似计算,目前使用的程序几乎均为位移法程序,其计算结果给出的应力值只有在高斯点处才比较精确。如果按照精度甚差的节点应力值,再按进一步近似假定(如边界面力线性分布假定)为基础的反转应力释放法^[8]来计算开挖位移,这样的计算效果显然不是理想的。

四、结 语

本文所讨论的地下洞室应力分析中的荷载计算问题,是地下工程数值计算中的一个基本问题,对于其他的岩土工程只要牵涉到地层的开挖,也将遇到与此相同的课题。如何准确而

有效地进行这些工程问题的定量分析,是我们岩土工作者的共同任务。本文就此提出下列的一些看法,望能起到抛砖引玉的作用。

1.按方程(13)确定的地层开挖荷载,即由地层自重与地应力 σ^0 共同作用的方法,在理论上或实用上都可以反映地下洞室的开挖效应。

2.单纯考虑初始地应力形成的等效节点荷载,即按式(3)所进行的地层开挖效应计算是有缺陷的。

3.如果在计算各个单元的应力水平时叠加入地层开挖前的初始应力状态 σ^0 ,那末按作用于洞周边界的面力来替代式(13)进行地下洞室的开挖效应计算,即按式(15)的计算可以认为是等效的。但在实际工程的计算中,常常因为地面和洞形的几何形状不规律,或地层材料的不均匀等原因,即使只考虑自重引起的初始地应力,洞周开挖面上的面力分布值也不易较为准确地确定,从而造成实际应用有一定的缺陷。在分部开挖的模拟计算中则更是如此。

参 考 文 献

- [1] Gudehus, G., *Finite Elements in Geomechanics*, John Wiley and Sons, Ltd., 1977, pp. 395—399.
- [2] 孙钧、汪炳鉴, 地下结构有限元法解析, 同济大学出版社, 1988年, pp. 205—209.
- [3] 于学馥、郑颖人等, 地下工程围岩稳定性分析, 北京、煤炭工业出版社, 1983, pp. 414—417.
- [4] Owen, D.R.J., Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity, Theory and Practice*, Pineridge Press Limited, 1980, pp. 162—173.
- [5] 孙景玉, 现场量测对某软岩地下洞室锚喷支护的监控作用, 复杂岩石中的建筑物学术会议论文, 总后基建营房部设计院, 1985.

On the Determination of the Load Caused by Excavating Opening

Feng Ziliang

(Tongji University, Shanghai)

Abstract

Observing the stress change of surrounding mass caused by excavating opening, the procedure to determine the load for simulating the movements of surrounding mass by Finite Element Method is discussed. Whilst load formula with effects of both the primary state of stress and the self-weight of surrounding rock mass is derived, the author points out that there is something wrong in the normal procedure in computing the excavation load by only considering the effect of primary state of stress. There are also some calculation examples of practical engineering projects included, by which the necessity of using the procedure proposed in the paper in computing the excavation loads is then illustrated.