第10卷 第3期 岩 土 工 程 学 报 Vol.10, No.3
1988年 5月 YANTU GONGCHENG XUEBAO May, 1988

对"结构应力分析中的变弹模法"的讨论

张茂祥

（辽宁省水利水电勘测设计院，沈阳）

读了"结构应力分析中的变弹模法"(以下简称"原文")*后，感到有几个问题值得讨论。

(一)原文的构造变弹模法，可设想为，把一个复连通区域扩展成单连通区域，在空洞处 $E=0$，再对扩展后的区域构造变弹模法，设物体占有的区域是 Ω，空洞占有的区域是 Ω_1，扩展后的全区域是 $R=\Omega+\Omega_1$。于是，问题可分解为如下两个问题之和(如图1)

1.在 R 上弹模为 E 的解；

2.在 Ω_1 上弹模为 $-E$，在 Ω 上弹模为 0 的问题解。

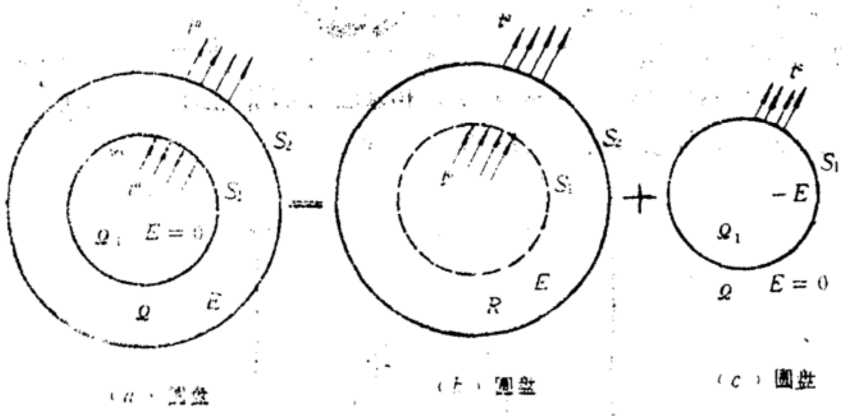

图 1

经这样扩展分解后，原文的式(4)，(5)，(6)都成了定义在扩展区域 R 上的问题。在式(4)中，在 Ω 上，$E=E$，在 Ω_1 上 $E=0$。在式(5)中，在 R 上，$\mu^{\mathrm{I}}=\mu$ (即 $E^{\mathrm{I}}=E$)。在式(6)中，在 Ω_1 上，$\mu^{\mathrm{II}}=-\mu$ (即 $E^{\mathrm{II}}=-E$)，在 Ω 上，$E=0$ (图1(c)中，外边界线 S_2 未画出)，经这样变换后，边界线 S_2，仍然是图1，(a)，(b)，(c)问题的边界线。由于在图1(c)中，Ω 上的 $E=0$，则图1(a)，(b)中 S_2 上的边界力必然相等。一般边界力是确定的，原文把边界(S_2)力当成是不确定的，这是不对的。把解的区域扩展到 R 上后，内边界 S_1 已经不是边界线，成了 R 上区域 Ω 和 Ω_1 的连接条件。因此，S_1 上的 t^b，t^c 是不能事先确定的，需要联立求解确定。其次，原文把式(5)，(6)中的 b_i^{I} 和 b_i^{II} 说成是"可事先任意确定"，这是错误的。理由如下：

任意给定 b_i^{I}，可确定 $b_i^{\mathrm{II}}=b_i-b_i^{\mathrm{I}}$，一般对这样任意给定的 b_i^{I}，由式(5)解出的 u_i 和由式(6)解出的 u_i 是不相等的，不是原问题的解，因而是错误的。正确的确定办法是 $b_i^{\mathrm{I}}=b_i\mu^{\mathrm{I}}/\mu$ $b_i^{\mathrm{II}}=b_i\mu^{\mathrm{II}}/\mu$，即 b_i 与 E 按同一规则分解。

原文图3所说的把 μ 和 ν 同时分解的方法，更是不适当的。这等于是把线代数方程的系数任意分解：

* 原文载本刊1987年第5期，pp.1－11，作者沈家荫、张扬。

$$[K]x = b \longrightarrow [K_1]x + [K_2]x = b_1 + b_2,$$

$$[K_1]x = b_1, \ [K_2]x = b_2, \ b_{22} = b - b_1$$

当$[K]=[K_1]+[K_2]$按任意方式分解时，要使由上述两个方程解得的x相等，必须有

$$[K_1]^{-1}b_1 = [K_2]^{-1}b_2 = [K_2]^{-1}(b - b_1)$$

由此条件确定b_1是很麻烦的。看下面一个极简单的例子：

$$3x = 4$$

分解成

$$2x = 2, \quad x = 2$$

求得x分别是1和2，不相等。只有把右端项4也按分解系数同一规则分解成$4\times 2/3$和$4\times 1/3$时，才能求得两个x相等，且等于原方程的解。以上是对线代数方程说明，实际上，原文的方程(4)，(5)，(6)离散后都是线代数方程，我们的说法完全适用。

(二)关于方法的工作量。考虑图2所示的无限域。如用边界元虚应力方法构造，则把边界S分成n段，每段上作用一组虚应力p_{ni}和p_{ti}（分别是法向和切向），由全部p_{ni}和p_{ti}产生的S上的边界力应与原问题的边界力p相等，由此条件求出虚应力p_{ni}和p_{ti}，即所得问题之解。原文方法与这个方法相比，原文方法是把虚应力法的边界(S)上的应力条件换成了位移条件，且要对负弹模的内域求解，实际上工作量是增大了，不是减少。

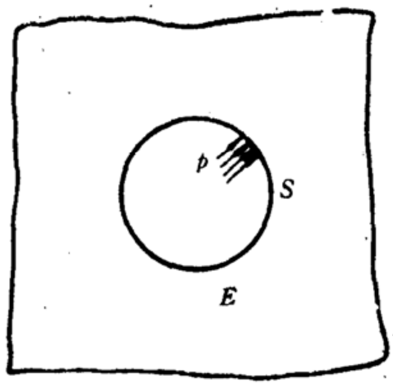

图2

(上接87页)一种"辅助手段"。是基于其它数值方法，借变弹模法的这一辅助手段，推出一种新的计算模式，详见原文第三节，第四节，最后，我们对张茂祥同志所提宝贵意见表示由衷的感谢。