

岩体考虑弱面影响时的三维及二维 破坏模式和强度判别

裴觉民 李仲奎

(清华大学水利系, 北京)

提 要

在岩体工程分析中, 合理地判别岩体的破坏模式及其相应的强度有着重要的意义。由于复杂岩体存在节理弱面系统, 所以它的破坏和强度明显地受到岩体构造和应力状态的影响, 从而呈现出各向异性的特点。然而这一问题尚未受到应有的重视。本文根据理论分析和试验资料对此进行了探讨, 提出了考虑弱面影响的三维和二维理论模式和判别准则, 并对二维问题进行了模拟试验和非线性有限元分析。文中介绍了试验和计算结果对比的情况, 并对破坏模式和强度的各向异性问题及其有限元应用进行了讨论和分析。

一、前 言

复杂岩体是包括完整岩石块体和节理裂隙或弱面系统的复杂组合体。它因受构造体系的切割而呈现出非均质、非连续和各向异性的特征。这些特征理应在它的破坏模式和破坏强度上有所反映, 但在岩体力学的分析中, 为了简化起见, 常常把岩体看作均质的弹塑性体, 采用各向同性的破坏强度理论; 或者把岩体看作刚塑性体, 岩体中的岩块近乎刚性体, 岩体的强度完全由弱面所控制, 因而采用沿弱面定向破坏的强度理论。这种简化和假设在一定条件下是适用的。但由于它们难以反映复杂岩体的各向异性的全部破坏特征, 因此, 有时与实际情况会有较大的出入。

近代岩体力学对岩体中的节理裂隙和软弱面问题作了较多的研究, 许多岩体力学模拟试验就专门研究了裂隙面和软弱面对岩体破坏的影响^[1]。这些研究结果都表明, 岩体的破坏形态是各向异性的, 与岩体的构造特性和应力状态都有密切的关系, 它不能用单一的模式来加以表达。笔者建议采用本文提出的多组裂隙组合破坏的强度理论来反映复杂岩体的多种破坏模式和破坏强度的各向异性特征。

二、破坏模式和破坏强度的三维表达

复杂岩体有多种可能的破坏模式, 不同的破坏模式有其相应的破坏强度。现设岩体是一种由岩石块体和节理裂隙或弱面系统所组成的复合体。这种复杂岩体有五种潜在的基本破坏模式(图1)。当某方位上的应力状态达到或超过某一破坏模式的强度时, 在该方位上岩体

会出现该种模式的破坏形态。图1(a)、(b)、(c)分别表示了岩体的张拉破坏、穿过岩块剪切破坏和沿某一裂隙面剪切破坏，它们的强度用常规方法容易确定。对图1(d)、(e)中所示的沿两组及三组裂隙面的组合破坏模式，笔者建议用以下方法确定其强度。



图 1

(一) 沿两组裂隙组合面剪切破坏时的组合强度

设在切割岩体的三组裂隙的任意两组裂隙面上上出现如图1(d)这种齿状组合破坏模式。形成组合面的两组裂隙面的法线 oz_a 、 oz_b 对原坐标系 $oxyz$ 的方向余弦及两个组合面的平均破坏面法线 oz 的方向余弦均用经、纬角表示(图2)。这三个平面组成一个三角体柱面，如将两个裂隙面上的抗剪强度投影到平均破坏面上去可求得组合强度，因此，可把平均破坏面看作是组合破坏的等效面。

现设两组裂隙面法线 oz_a 及 oz_b 在 $oxyz$ 坐标系中的经、纬角分别为 λ_a 、 λ_b 及 θ_a 、 θ_b ，组合破坏等效面法线的经、纬角为 λ 及 θ 。根据经、纬角可求得它们的法线的方向余弦。现将图2中的三角体柱面分别沿坐标系的单位球体表面移到经、纬角各为 90° 的地方(图3)，以求裂隙面在等效面上的面积投影。设 a_a 、 a_b 、 a 及 b_a 、 b_b 、 b 分别为 a 、 b 两组裂隙面和等效面的平均高度和宽度，并根据图3所示几何关系，取等效面面积为单位面积时求得裂隙面面积的投影比为

$$\begin{aligned}\omega_a &= [\sin \angle \lambda_b \sin \angle \theta_a] / [\sin (\angle \lambda_a + \angle \lambda_b) \sin (\angle \theta_a + \angle \theta_b)] \\ \omega_b &= [\sin \angle \lambda_a \sin \angle \theta_b] / [\sin (\angle \lambda_a + \angle \lambda_b) \sin (\angle \theta_a + \angle \theta_b)]\end{aligned}\quad (1)$$

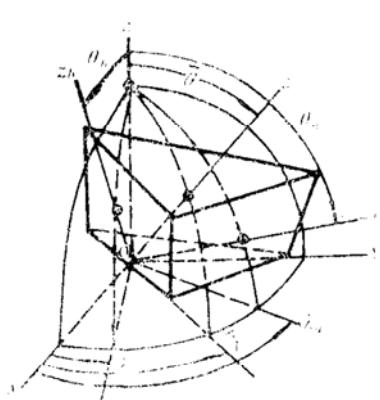


图 2

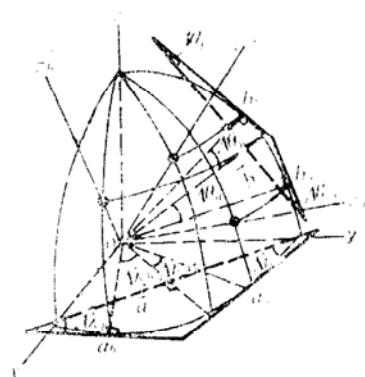


图 3

式中 $\Delta\lambda_a = \lambda_a - \bar{\lambda}$, $\Delta\lambda_b = \lambda_b - \bar{\lambda}$; $\Delta\theta_a = \theta_a - \bar{\theta}$, $\Delta\theta_b = \theta_b - \bar{\theta}$; 均取绝对值。

现以等效面坐标系 $oxyz$ 为基准，在单位球面上作等效面和两组裂隙面的各自坐标系，它们分别为 $ox_ay_az_a$ 和 $obx_by_bz_b$ 。它们的法线垂直于球面，面上的切线分别切于球面的经线和纬线。如图4所示， a , b 裂隙面坐标系对等效面坐标系的方向余弦分别为 $L_i^a = (l_{i1}^a, l_{i2}^a, l_{i3}^a)$ 及 $L_i^b = (l_{i1}^b, l_{i2}^b, l_{i3}^b)$, $i = 1, 2, 3$ (对应于各坐标系的 ox , oy , oz)。根据原坐标系所示经、纬角(见图2)，或根据鲍尔(Ball, 1920)的结果^[2]，可算出它们的方向余弦。如已知裂隙面经、纬向抗剪强度分量为 s_{31}^a , s_{32}^a 及 s_{31}^b , s_{32}^b ，则两组裂隙的组合抗剪强度 s_d 为

$$\begin{aligned} s_d^2 &= [(l_{11}^a s_{31}^a + l_{21}^a s_{32}^a) \omega_a + (l_{11}^b s_{31}^b + l_{21}^b s_{32}^b) \omega_b]^2 + \\ &+ [(l_{12}^a s_{31}^a + l_{22}^a s_{32}^a) \omega_a + (l_{12}^b s_{31}^b + l_{22}^b s_{32}^b) \omega_b]^2 \end{aligned} \quad (2)$$

(二) 沿三组裂隙面组合剪切破坏的组合强度

设岩体在三组裂隙面上发生如图1(e)的锥形组合破坏，破坏等效面的坐标系取 $oxyz$ ，三组坐标系 $ox_ay_az_a$, $obx_by_bz_b$ 及 $ocx_cy_cz_c$ 的裂隙面对等效面坐标系的方向余弦分别为 $L_i^a = (l_{i1}^a, l_{i2}^a, l_{i3}^a)$, $L_i^b = (l_{i1}^b, l_{i2}^b, l_{i3}^b)$ 及 $L_i^c = (l_{i1}^c, l_{i2}^c, l_{i3}^c)$, $i = 1, 2, 3$ 。它们仍可由原坐标系中经纬角关系或鲍尔结果求出。

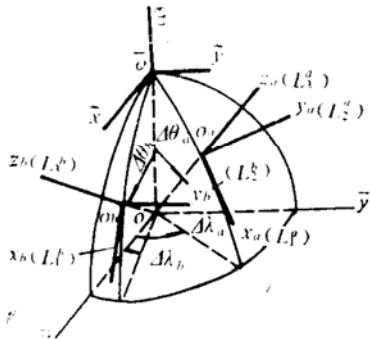


图4

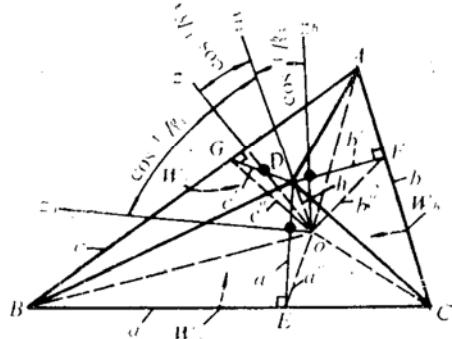


图5

图5示出破坏组合面锥面的关系。锥底边长分别为 a , b , c (即 BC , CA , AB)；锥高 h (即 OD)，锥面三角形高为 a' , b' , c' (即 DE , DF , DG)；它们在等效面上的投影为 a'' , b'' , c'' (即 oE , oF , oG)。由三角关系可知： $a' = h/\sin(\cos^{-1}l_{33}^a)$, $b' = h/\sin(\cos^{-1}l_{33}^b)$, $c' = h/\sin(\cos^{-1}l_{33}^c)$ ； $a'' = a'l_{33}^a$, $b'' = b'l_{33}^b$, $c'' = c'l_{33}^c$ 。并由正弦定律可知： $a/\sin(\pi - \Delta\lambda_{bc}) = b/\sin(\pi - \Delta\lambda_{ca}) = c/\sin(\pi - \Delta\lambda_{ab}) = 2K$, K 为常量。其中 $\Delta\lambda_{ab} = \lambda_a - \lambda_b$, $\Delta\lambda_{bc} = \lambda_b - \lambda_c$, $\Delta\lambda_{ca} = \lambda_c - \lambda_a$ 。现设破坏锥形面的三个三角形面积投影为 W_a , W_b , W_c (即 $\triangle BCO$, $\triangle CAO$, $\triangle ABO$)，锥底等效面三角形面积为 W (即 $\triangle ABC$)。则 $W = W_a + W_b + W_c$ ，而三个裂隙面面积投影分别为 ω_a' , ω_b' , ω_c' ，即

$$\left. \begin{aligned} \omega_a' &= [A'l_{33}^a \sin(\pi - \Delta\lambda_{bc})] / [B' \sin(\cos^{-1}l_{33}^a)] \\ \omega_b' &= [A'l_{33}^b \sin(\pi - \Delta\lambda_{ca})] / [B' \sin(\cos^{-1}l_{33}^b)] \\ \omega_c' &= [A'l_{33}^c \sin(\pi - \Delta\lambda_{ab})] / [B' \sin(\cos^{-1}l_{33}^c)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中

$$A' = \sin(\cos^{-1}l_{33}^a) \sin(\cos^{-1}l_{33}^b) \sin(\cos^{-1}l_{33}^c);$$

$$\begin{aligned} B' = & l_{33}^a \sin(\pi - \Delta \lambda_{bc}) \sin(\cos^{-1}l_{33}^b) \sin(\cos^{-1}l_{33}^c) + \\ & + l_{33}^b \sin(\pi - \Delta \lambda_{ca}) \sin(\cos^{-1}l_{33}^c) \sin(\cos^{-1}l_{33}^a) + \\ & + l_{33}^c \sin(\pi - \Delta \lambda_{ab}) \sin(\cos^{-1}l_{33}^a) \sin(\cos^{-1}l_{33}^b). \end{aligned}$$

如已知破坏裂隙面的经、纬向抗剪强度分量为 $s_{31}^a, s_{32}^a, s_{31}^b, s_{32}^b, s_{31}^c, s_{32}^c$, 并算出式(3)的 $\omega_a', \omega_b', \omega_c'$, 则组合强度 s_e 为

$$\begin{aligned} s_e^2 = & [(l_{11}^a s_{31}^a + l_{21}^a s_{32}^a) \omega_a' + (l_{11}^b s_{31}^b + l_{21}^b s_{32}^b) \omega_b' + \\ & + (l_{11}^c s_{31}^c + l_{21}^c s_{32}^c) \omega_c']^2 + [(l_{12}^a s_{31}^a + l_{22}^a s_{32}^a) \omega_a' + \\ & + (l_{12}^b s_{31}^b + l_{22}^b s_{32}^b) \omega_b' + (l_{12}^c s_{31}^c + l_{22}^c s_{32}^c) \omega_c']^2 \end{aligned} \quad (4)$$

(三) 三维破坏模式和破坏强度的判别准则

由以上方法我们可得到图1(a)、(b)、(c)、(d)、(e)所示五种基本的岩体破坏模式及相应的强度, 设它们依次为 $s_a, s_b, (s_c)_i, (s_d)_i, s_e$, 如已知破坏面上的应力为 $\sigma_a, \sigma_b, (\sigma_c)_i, (\sigma_d)_i, \sigma_e$, 则可得到五种破坏模式的应力强度比。它们是 $F_a = \sigma_a/s_a, F_b = \sigma_b/s_b, (F_c)_i = (\sigma_c)_i/(s_c)_i, (F_d)_i = (\sigma_d)_i/(s_d)_i, F_e = \sigma_e/s_e$ 。 i 为不同组合, $i = 1, 2, 3$ 。岩体的破坏模式和强度的判别准则则可表述如下:

1. 岩体产生张拉断裂破坏

$$F_a \geq 1, \text{ 且 } F_a > F_b, (F_c)_i, (F_d)_i, F_e \quad (i=1,2,3) \quad (5)$$

2. 岩体产生穿过岩块剪切破坏

$$F_b \geq 1, \text{ 且 } F_b > F_a, (F_c)_i, (F_d)_i, F_e \quad (i=1,2,3) \quad (6)$$

3. 岩体产生沿某一组裂隙面剪切破坏

$$(F_c)_i \geq 1, \text{ 且 } (F_c)_i > (F_c)_{j(i \neq j)}, F_a, F_b, (F_d)_i, F_e \quad (i,j=1,2,3) \quad (7)$$

4. 岩体产生沿某两组裂隙面组合剪切破坏

$$(F_d)_i \geq 1, \text{ 且 } (F_d)_i > (F_d)_{j(i \neq j)}, F_a, F_b, (F_c)_i, F_e \quad (i,j=1,2,3) \quad (8)$$

5. 岩体产生沿三组裂隙面组合剪切破坏

$$F_e \geq 1, \text{ 且 } F_e > F_a, F_b, (F_c)_i, (F_d)_i \quad (i=1,2,3) \quad (9)$$

要指出的是岩体破坏有一个发展过程, 从开始破坏到最终破坏其强度可能相差甚多。因此, 这里所指的破坏是相对概念, 其破坏程度取决于所取强度在何种破坏阶段。

三、二维问题和模拟试验

(一) 二维破坏模式和判别准则

上述三维的岩体破坏模式判别较为繁杂，需要计算九种组合才能作最终判断，但用计算机是较易实现的。然而，岩体工程中的很多问题完全可简化为二维问题来处理。一般假设岩体的裂隙走向与计算面正交。对非正交情况，其应力圆可根据夹角进行修正，以消除误差^[31]。对平面中沿两组裂隙面组合剪切破坏强度的确定，可将图2中的法线纬角 θ_a, θ_b 及 θ 均取 90° ，则简化为图6的平面问题。设取平面为单位厚度，即 $b_a = b_b = b = 1$ ，这时由式(1)表达的两组裂隙与等效面的投影面积比简化为

$$\begin{aligned}\omega_a'' &= \sin \angle \lambda_b / \sin (\angle \lambda_a + \angle \lambda_b) \\ \omega_b'' &= \sin \angle \lambda_a / \sin (\angle \lambda_a + \angle \lambda_b)\end{aligned}\quad (10)$$

式中 $\angle \lambda_a = \lambda_a - \bar{\lambda}$, $\angle \lambda_b = \lambda_b - \bar{\lambda}$, λ 为法线经角。

图6中给出了两组裂隙面法线和切线的方向余弦，它们可根据 $oxyz$ 坐标系中的经角和纬角来确定。根据式(2)，二维问题的组合强度 s_d 可简化为

$$s_d = l_{22}^a s_{32}^a \omega_a'' + l_{22}^b s_{32}^b \omega_b'' \quad (11)$$

式中 s_{32}^a, s_{32}^b ——裂隙面强度的切向分量。

二维问题的破坏模式可分四类，设其应力强度比分别为 $F_a = \sigma_a / s_a$ (张拉破坏), $F_b = \sigma_b / s_b$ (穿岩块剪切破坏), $(F_c)_i = (\sigma_c)_i / (s_c)_i$ (沿某一裂隙剪切破坏), $F_d = \sigma_d / s_d$ (两组裂隙组合剪切破坏)。其破坏模式的判别准则可根据式(5)–(8)按二维情况确定。

(二) 模拟试验

进行岩体的原体破坏试验有许多条件限制，通常采用模拟试验方法。沃克 (Walker, 1971) 用石膏材料模拟正交裂缝对块体岩石的强度进行了直剪模拟试验^[4]。卡瓦莫托 (Kawamoto, 1970) 用夹有薄钢片的石膏进行了层状岩体强度的直剪模拟试验^[5]。笔者用夹有塑料薄膜并加有斜拉锚杆的石膏层进行了锚固情况下的层状岩体的破坏模式和强度的直剪模拟试验^[6]。试验中用动态应变仪和光线示波仪多点应变跟踪，并用微机记录破坏过程。量测误差控制在位移 $\leq 10^{-2}$ mm, 应力 ≤ 5 kPa, 荷载 ≤ 0.9806 – 1.9612 N。加载速度控制在 0.01 mm/s, 环境温度控制在 16 – 18°C , 相对湿度控制在 70 – 75% 。记录间隔为 0.2 mm 位移。图7, 8 给出了试件尺寸及材料特性。

(三) 试验与计算结果

根据笔者的试验结果，并对照沃克^[4]和卡瓦莫托^[5]的试验资料，用本文理论进行计算，

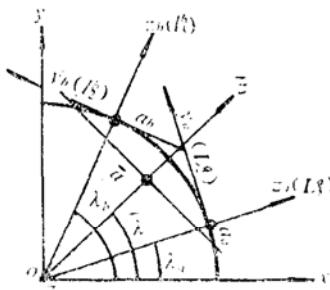


图6

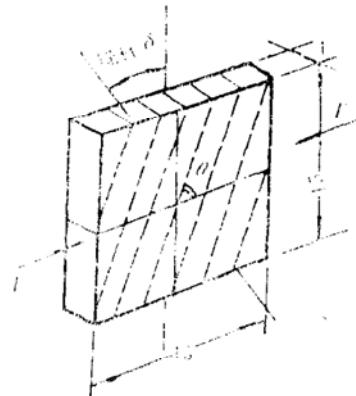


图 7

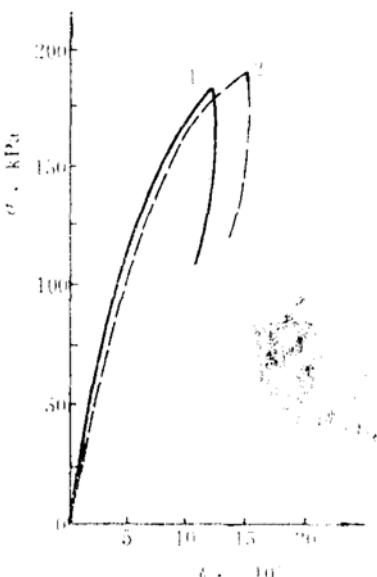


图 8

表明计算结果与试验结果比较接近。

1. 破坏模式

图9为本文试验结果与理论计算结果的对比。图中描述了锚固情况下的层状岩体模拟试件在不同方向剪切试验时得到的破坏模式。它们与理论计算结果完全一致。图中粗实线为控制破坏模式的强度内包线，它表示了三种不同模式的剪切破坏区域：①穿过岩块剪切破坏（曲线1）；②沿单一层面剪切破坏（曲线2）；③沿层面和岩层剪断面的组合面剪切破坏（曲线3）。它们分别在不同区域，且与试验的破坏模式相一致。

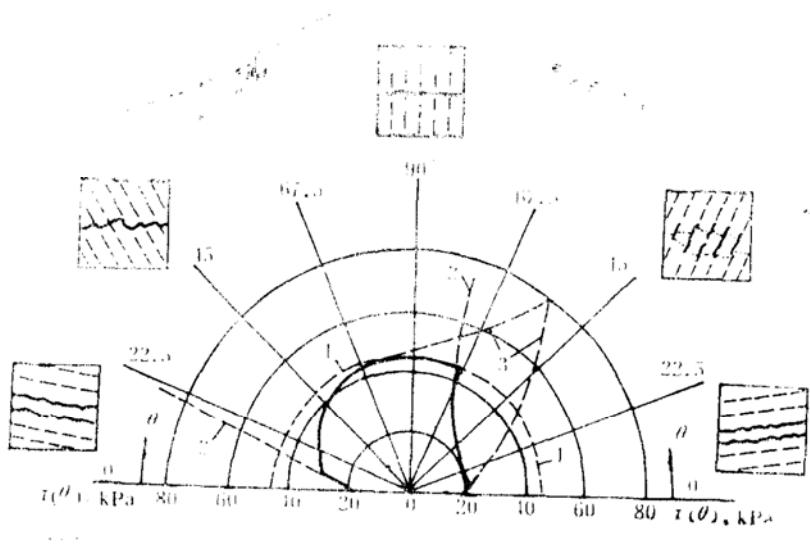


图 9

2. 破坏强度

岩体的破坏强度与其破坏模式是相应的。图10为前述三个试验结果与理论计算结果的对比。试验与计算均表明，块状岩体的强度在剪切面与裂隙面夹角θ为67.5°时最大，θ为0°或90°时（对正交裂隙面）最小（图10(a)）。对层状岩体，在θ为-22.5°时强度最大，θ为

-56.25°及11.25°时强度最小(图10(b))。锚固情况下的层状岩体，在 θ 为-45°及67.5°时强度最大， θ 为±90°及33.75°时强度最小。计算和试验的平均相对误差约为5—7%，强度图形分布一致，有很大的方向性。

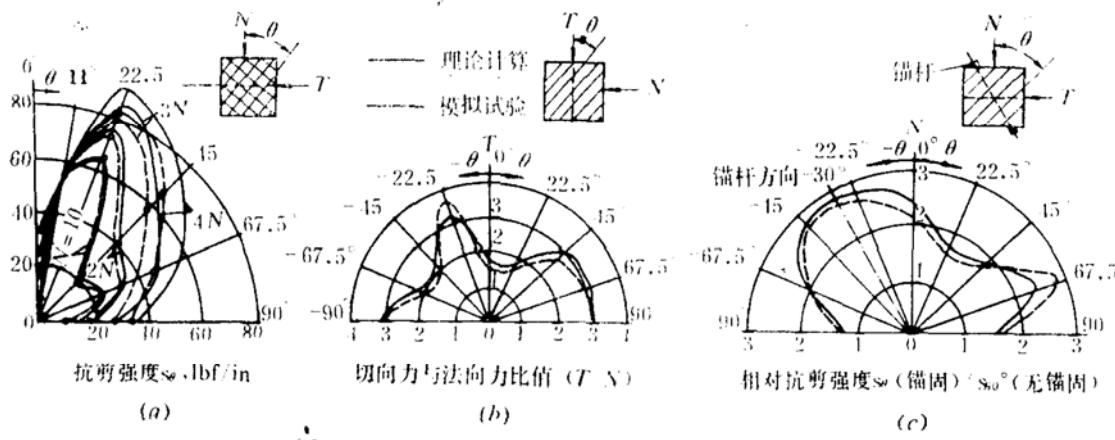


图10

3. 破坏机理

用本文理论对卡瓦莫托的试验资料进行逐级加荷的计算分析，判明了试验的破坏发展过程^①。图11给出了计算和试验的最终破坏发展。从发展过程分析，三种剪切破坏有不同机理。

穿过岩块剪切破坏 见图11(a)的 d' ， h' 和图11(b)的 a' ， e' ，由于剪切面与层面的夹角很大(67.5° — 90°)，层面对于破坏不起控制作用，岩体基本上是穿过岩块剪断的，其破坏机理与无层面的完整岩体无显著差别。

沿单一层面剪切破坏 见图11(a)的 a' ， e' ，由于层面与剪切面夹角很小($<22.5^\circ$)，层面对于破坏起控制作用，其破坏是沿层面错动的，是一种弱面滑移破坏的机理。

沿层面和岩块剪断面组合剪切破坏 见图11的其余部分，其剪切面与层面的夹角在(- 22.5° — 67.5°)及(22.5° — 67.5°)范围内，其破坏过程先从强度较低的弱面局部裂缝，然后沿裂缝端应力集中处将岩层剪断，形成齿形组合面发生破坏。这种断裂扩展的机理比较

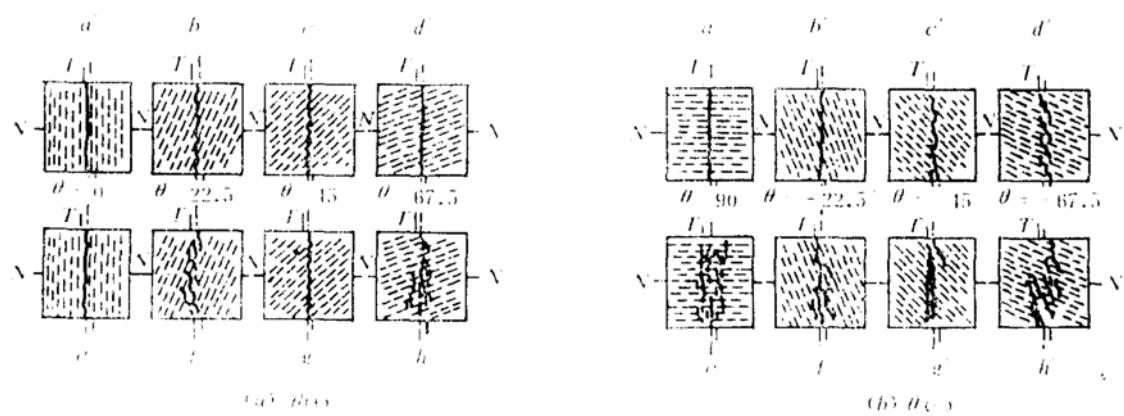


图11
 a', b', c', d' 为计算结果； e', f', g', h' 为试验结果。

① 裴觉民，层状和裂缝岩体异向抗剪强度和破坏型式研究，科学报告(4)，清华大学水利系，1983年。

复杂，当剪切方向正负变化时强度显然不同。

由此可见，岩体的破坏模式、破坏强度和破坏机理都有比较明显的方向性，具有各向异性的特征。这是一个很复杂的问题，有进一步研究的必要。

四、本文理论在有限元中的应用

本文理论的特点是考虑了岩体强度受构造弱面和应力方向的影响，比一般常用的各向同性的均质体强度理论（见图9曲线1），或弱面定向破坏的强度理论（见图9曲线2），更能反映裂隙岩体的各向异性的强度特性（见图9粗实线）。用本文方法所编的程序^②，在非线性有限元中应用效果较好^[7,8]。它在判别岩体破坏模式和强度，提供岩体安全性定量概念方面有一定特点。

图12示出了用本文理论进行地下洞室非线性有限元分析的一个实例。洞室开挖跨度20m，高度30m，分四次开挖，顶部设锚杆和混凝土顶拱，岩体为层状砂岩，层面有夹泥，并有一组裂隙以80°夹角与岩层交割。图中给出了各种破坏模式下的岩体安全系数K（ $K = 1/F$ ，F为应力强度比值）。图中(a)、(b)、(c)、(d)分别为拉力破坏、穿过岩块剪切破坏、沿单组裂隙剪切破坏和沿层面及裂隙面组合剪切破坏四种破坏模式的岩体安全系数的等值线图。图中(e)为对破坏模式进行判别后的等值线图，其K值低于1的区域为应力超过强度的破坏区域。图中(f)给出了岩体的破坏模式、破坏方向和破坏时间（指施工期）。图中的破坏区域强度降至残余强度，承载力虽有降低但还未丧失。因此，并不意味着岩体丧失稳定，相对而言，为稳定性较差的临界区域，在工程上可采取措施加固。

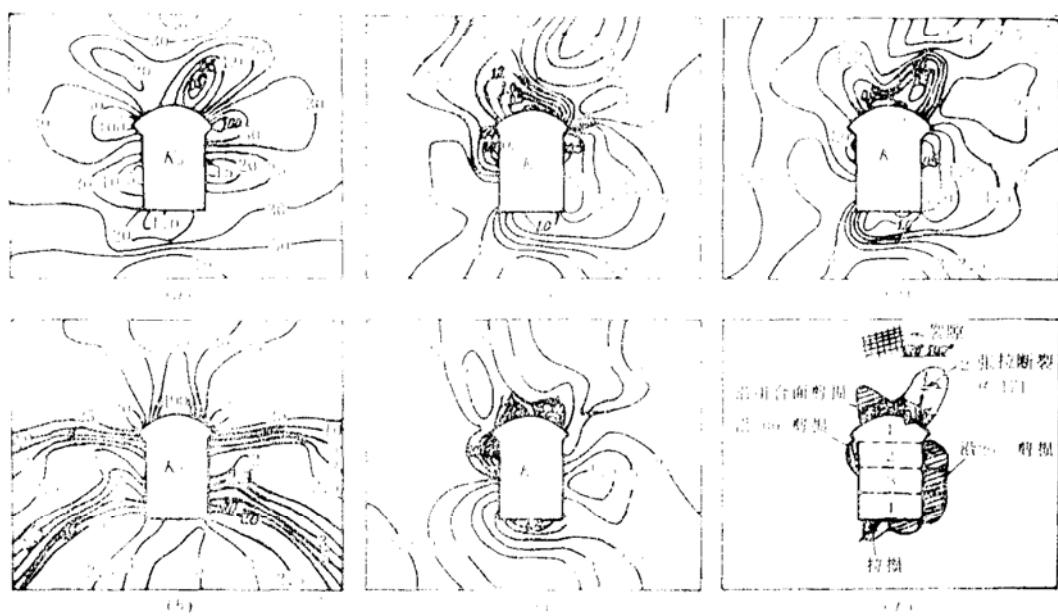


图12

以上从理论、试验和应用方面讨论了考虑弱面影响后岩体破坏模式和强度的各向异性问题。本文提出的根据岩体构造特征和应力状态对岩体破坏形态和安全程度进行定量判断的方法是初步的，现作介绍，以便讨论和改进。

^② 裴觉民，NAPARM87岩体非线性程序（理论及使用文本），清华大学水利系，1987年。

参 考 文 献

- [1] Lama, R.D. and Vutukuri, V.S., Handbook on Mechanical Properties of Rocks, Vol. II, Trans Tech Publications, 1978, pp. 43—194.
- [2] Jaeger, J.C. and Cook, N.G.W., Fundamentals of Rock Mechanics, Halsted Press, N.Y. 1976, Chapter 2, pp. 9—50.
- [3] Daemen, J.J.K., Slip Zones for Discontinuities Parallel to Circular Tunnels or Shafts, Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Absir, Vol. 20, No. 3, 1983, pp. 135—148.
- [4] Lama, R.D. and Vutukuri, V.S., Handbook on Mechanical Properties of Rocks, Vol. IV, Trans Tech Publications, 1978, pp. 150—165.
- [5] Kawamoto, T., Microscopic Shear Failure of Jointed and Layered Brittle Media, Proc. 2nd Cong. Int. Soc. Rock Mech., Belgrades, Vol. 2, 1970, pp. 215—221.
- [6] Li Zhongkui and Pei Juemin, Experimental Study on Anisotropic Strength and Failure of the Jointed Layered Rock Mass Model Samples under Anchored Conditions, Proc. of ISECRCF, Nov. 1986, Beijing, PRC, pp. 169—175.
- [7] Pei Juemin and Li Zhongkui, The Analysis of FEM on the Anchorage Consolidation for Stabilizing a Tunnel with Thick Overburden, Proc. of ICDF, Sept. 1986, Beijing, PRC, Vol. II, pp. 2.20—2.25.
- [8] Pei Juemin and Li Zhongkui, An Analysis on the Problems of the Stability and Anchorage of a Tunnel Located in Soft Weak Zone at High Ground Stress Area, Proc. of ISECRCF, Nov. 1986, Beijing, PRC, pp. 579—586.

Determination of the Two- and Three-dimensional Failure Modes and Failure Criterion of Complex Rock Mass Considering the Influence of Weak Planes

Pei Juemin, Li Zhongkui

(Tsinghua University, Beijing)

Abstract

It is important to judge reasonably the failure modes and their corresponding strength in the engineering analyses of rock mass. Due to the existence of the weak planes of joints in the complex rock mass, the failure modes and strength are affected by the structures and the stress states, and characterized by the anisotropic properties. But the proper attention is not yet paid to this problem. Based on the theoretical analyses and experimental data, the two- and three-dimensional theoretical

modes and the failure criterions, which considered the influence of the weak planes of joints, are presented. The simulating tests and the nonlinear finite element analyses of the two-dimensional problems are carried out, and the comparisons between results of tests and computations are introduced. Finally, the anisotropy of the failure modes and strength and the use of FEM are discussed and analysed.

~~~~~

**本刊1988年第1期(总42)勘误**

| 页  | 行   | 误        | 正        |
|----|-----|----------|----------|
| 封三 |     | CONTECTS | CONTENTS |
| 封四 | 倒 7 | Engineer | Engineer |
| 15 | 倒 2 | 图 9      | 图19      |
| 32 | 图 5 | 土、桩反力排错  | (互换位置)   |
| 36 | 9   | 见表 2     | 见表 3     |
| 36 | 1   | 实现低桩基础   | 实际低桩基础   |
| 70 | 13  | 直空度      | 真空度      |