

三维边坡稳定问题的基本方程与分析方法

李树奇^{1, 2, 3}, 黄传志^{1, 2, 3}, 曹永华^{1, 2, 3}, 刘爱民^{1, 2, 3}

(1. 中交天津港湾工程研究院, 天津 300222; 2. 港口岩土工程技术交通行业重点实验室, 天津 300222;
3. 天津市港口岩土工程技术重点实验室, 天津 300222)

摘要: 基于空间一点应力分析, 进行了空间曲面上一点的应力分析, 得出了曲面上一点的法向应力、剪应力与应力分量、曲面一阶偏导数的关系。建立了曲面至边坡表面土柱上力的微分平衡方程、力的平衡方程、力矩平衡方程。和库仑屈服条件一起, 构成了边坡稳定问题普遍适用的基本方程。采用与二维问题的简化 Bishop 法类似假定, 得出了一种三维边坡稳定性分析的计算方法。算例表明, 本文方法计算结果是合理的, 具有广泛的应用意义。

关键词: 三维边坡稳定; 空间曲面; 应力分析; 力矩平衡方程; 计算方法

中图分类号: TU443 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2010)12-1892-06

作者简介: 李树奇(1968-), 男, 河北枣强人, 硕士, 教授级高级工程师, 从事港口岩土工程研究, E-mail: Li-shuqi@sohu.com

Fundamental equations and analytic methods of three-dimensional slope stability

LI Shu-qi^{1, 2, 3}, HUANG Chuan-zhi^{1, 2, 3}, CAO Yong-hua^{1, 2, 3}, LIU Ai-ming^{1, 2, 3}

(1. Tianjin Port Engineering Institute Ltd. of CCCC First Harbor Engineering Co., Ltd., Tianjin 300222, China; 2. Key Laboratory of Port Geotechnical Engineering, Ministry of Transport, Tianjin 300222, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical Engineering of Tianjin, Tianjin 300222, China)

Abstract: Based on the stress analysis of a point in space, the stress analysis of a point on a surface is performed, then the relationship among the normal stress, the shear stress, the stress component of a point on a surface and the first order partial derivative of the surface equation is deduced. Equilibrium equations of soil columns between the sliding surface and the top surface of the slope are established, which include differential equilibrium equation of force, equilibrium equation of force, and equilibrium equation of moment. These equilibrium equations and Coulomb yield condition can form the fundamental equations of three-dimensional slope stability analysis. Applying the supposition similar to that applied in the simplified Bishop method, a kind of three-dimensional slope analysis method can be obtained. An example is presented to show that the computation method is reasonable and applicable.

Key words: three-dimensional slope stability; surfaces in space; stress analysis; moment equilibrium equation; computation method

0 引言

边坡稳定性分析问题是岩土力学中的一个传统课题, 其研究工作由来已久, 其中大多数的研究是在二维问题的条件下进行的, 对三维问题的研究只是近几十年才开展起来。实际上, 无论是人工边坡, 还是天然边坡, 滑坡的情况均是在三维条件下发生的。因此, 三维边坡问题的研究越来越受到重视, 相关的研究成果已有许多文献介绍^[1-5]。近几年, 朱大勇等^[6-7]通过假定滑动面上法向应力, 得出了安全系数的显式计算方法。

毫无疑问, 三维边坡稳定问题研究的难度很大, 研究的方法大多是二维问题的条分法推广到三维问题

的条柱法。尽管经过多年的发展, 但条柱法并未像二维问题的条分法那样成熟, 在实际工程中也未普遍应用^[7]。

实际上, 在二维问题的条分法推广到三维问题所谓条柱法过程中, 作为其基础性的问题: 空间曲面(可能的滑动面)上一点的法向应力、剪应力与曲面的关系、曲面至边坡表面土柱上力的微分平衡方程、力矩平衡方程等, 尚需要进行研究, 以便获得一套具有普遍意义的基本方程, 为三维边坡问题研究奠定坚实的基础。本文正是基于这种目的, 进行了三维边坡问题

的基本方程的研究, 并在此基础上, 获得广泛适用的三维边坡稳定性的分析方法。

1 空间上一点的应力

空间上一点的应力关系通常按微分体的受力分析得出, 如图 1 所示。当微分体位于坐标面上的 3 个面的应力分量 $s_x, s_y, s_z, t_{xy}, t_{xz}, t_{yz}$ 已知时, 可得出微分体斜面上的应力。

平行于坐标轴方向的平均应力 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ 为^[8-9]:

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= s_x l + t_{xy} m + t_{xz} n, \\ \bar{Y} &= t_{xy} l + s_y m + t_{yz} n, \\ \bar{Z} &= t_{xz} l + t_{yz} m + s_z n. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, l, m, n 为微分体斜面的法向余弦, 有

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad (2)$$

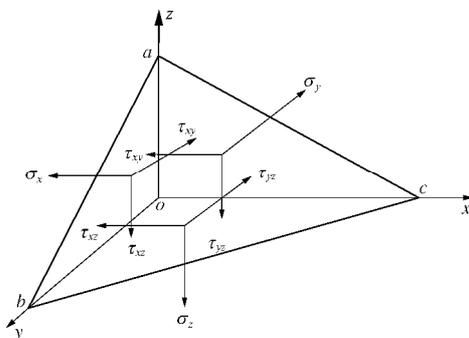


图 1 微分体上受力示意图

Fig. 1 Stresses acting on a differential cell

$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ 是微分体斜面上 3 个相互正交的矢量, 其它方向的矢量 (应力) 可以由 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ 及其方向余弦得出。

微分体斜面上的法向应力为

$$s = \bar{X}l + \bar{Y}m + \bar{Z}n \quad (3)$$

记 $\{l, m, n\}$ 是微分体斜面的一个切向余弦

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad (4)$$

因为切向矢量与法向矢量是正交的, 必有

$$ll_1 + mm_1 + nn_1 = 0 \quad (5)$$

并有微分体斜面上方向余弦为切向余弦的切向应力

$$t_s = \bar{X}l_1 + \bar{Y}m_1 + \bar{Z}n_1 \quad (6)$$

在法向余弦确定的情况下, 切向余弦应满足式 (4), (5), 因为切向余弦有 3 个, 所以 $\{l, m, n\}$ 不是唯一的, 仍有一个可以取不同值。因此, 式 (6) 是切向应力的一般形式。

微分体斜面上切向应力的极大值, 就是式 (6) 在式 (4), (5) 条件下的极大值, 可采用拉格朗日乘法求出。记切向应力的极大值为 t , 容易解出 t, s 和对应的切向余弦应满足

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= tl_1 + sl, \\ \bar{Y} &= tm_1 + sm, \\ \bar{Z} &= tn_1 + sn. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

t 就是通常所说的剪应力, t 只是一种特定方向的切向应力, 称 t 为剪应力只是为区别一般形式的切向应力。

另外, 式 (7) 中的 3 式分别乘以 l, m, n 后, 相加后就是式 (3)。而式 (7) 中的 3 式分别乘以 l_1, m_1, n_1 后, 相加后就是式 (6)。式 (7) 中的 3 式分别对等号两边平方, 相加得

$$t^2 + s^2 = \bar{X}^2 + \bar{Y}^2 + \bar{Z}^2 \quad (8)$$

这与通常的剪应力表达式是一样的。所以式 (7) 是法向应力、剪应力与应力分量关系的一般形式。

2 曲面上一点的应力分析

如果空间上的一点为空间曲面 $z = h(x, y)$ 上的一点, 微分体斜面为曲面在该点处的切平面, 则空间上一点的应力分析就是曲面上一点的应力分析。

对图 1 所示微分四面体, 微分体斜面的一阶偏导数 $h'_x = -\frac{\Delta z}{\Delta x}, h'_y = -\frac{\Delta z}{\Delta y}$, 并有法向余弦

$$\{l, m, n\} = \left\{ \frac{-h'_x}{\Delta_h}, \frac{-h'_y}{\Delta_h}, \frac{1}{\Delta_h} \right\} \quad (9)$$

式中

$$\Delta_h = \sqrt{1 + h'^2_x + h'^2_y} \quad (10)$$

当微分体充分小时, h'_x, h'_y 就是曲面的一阶偏导数 $h'_x = \frac{\partial h}{\partial x}, h'_y = \frac{\partial h}{\partial y}$ 。

将式 (9) 代入式 (1) 得

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= \frac{1}{\Delta_h} (t_{xz} - s_x h'_x - t_{xy} h'_y), \\ \bar{Y} &= \frac{1}{\Delta_h} (t_{yz} - s_y h'_y - t_{xy} h'_x), \\ \bar{Z} &= \frac{1}{\Delta_h} (s_z - t_{xz} h'_x - t_{yz} h'_y). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由式 (4), (5), (9) 得剪应力的方向余弦为

$$\{l_1, m_1, n_1\} = \left\{ \frac{\cos a}{\Delta_a}, \frac{\sin a}{\Delta_a}, \frac{h'_x \cos a + h'_y \sin a}{\Delta_a} \right\} \quad (12)$$

式中

$$\Delta_a = \sqrt{1 + (h'_x \cos a + h'_y \sin a)^2} \quad (13)$$

a 是 \bar{X} 方向与剪应力在水平方向的方向角, 也是边坡的水平破坏方向的方向角。

式 (7) 就可写为

$$\left. \begin{aligned} t_{xz} - s_x h'_x - t_{xy} h'_y &= t \frac{\Delta_h}{\Delta_a} \cos a - s h'_x, \\ t_{yz} - s_y h'_y - t_{xy} h'_x &= t \frac{\Delta_h}{\Delta_a} \sin a - s h'_y, \\ s_z - t_{xz} h'_x - t_{yz} h'_y &= t \frac{\Delta_h}{\Delta_a} (h'_x \cos a + h'_y \sin a) + s_0. \end{aligned} \right\} (14)$$

式(14)就是曲面上一点的法向应力、剪应力与应力分量(或平行于坐标轴方向的应力 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$)的关系。如果曲面 $z = h(x, y)$, $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ 已知, 法向应力、剪应力、 a 就可以确定了。

3 屈服条件下曲面上一点的应力关系

边坡稳定问题通常采用库仑屈服条件:

$$f = t - \frac{1}{F_s} [(s - u) \tan j + c] = 0, \quad (15)$$

式中 j, c 为土体的内摩擦角、黏聚力, u 为孔隙水压力, F_s 为安全系数。

将库仑屈服条件代入式(14), 得

$$t_{xz} - s_x h'_x - t_{xy} h'_y = \frac{c_u}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} \cos a + \left(\frac{\tan j}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} \cos a - h'_x \right) s, \quad (16a)$$

$$t_{yz} - s_y h'_y - t_{xy} h'_x = \frac{c_u}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} \sin a + \left(\frac{\tan j}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} \sin a - h'_y \right) s, \quad (16b)$$

$$s_z - t_{xz} h'_x - t_{yz} h'_y = \frac{c_u}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} (h'_x \cos a + h'_y \sin a) + \left[1 + \frac{\tan j}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} (h'_x \cos a + h'_y \sin a) \right] s, \quad (16c)$$

式中

$$c_u = c - u \tan j, \quad (17)$$

式(16)为屈服条件下曲面上一点的应力关系。

4 力的平衡方程

4.1 空间一点力的平衡方程

众所周知, 三维问题的应力分量应满足平衡方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial t_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial t_{xz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial t_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial s_y}{\partial y} + \frac{\partial t_{yz}}{\partial z} &= 0, \\ -\left(\frac{\partial t_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial t_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial s_z}{\partial z} \right) &= g_0. \end{aligned} \right\} (18)$$

式中 g 为土体重度。其中的第三式左端的负号是垂直力以向下的重力为正, 与垂直坐标向上为正恰好方向相反。应用平衡方程, 可以得出边坡稳定问题的力、力矩平衡方程。

4.2 土柱上力的平衡方程

设地基表面为: $z = s(x, y)$, 则对土体中的任意一个曲面: $z = h(x, y)$, $s(x, y) \geq h(x, y)$ 。将平衡方程在垂直向的 $h \sim s$ 高度上积分, 并应用积分号下的微分法, 得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} - (t_{xz} - h'_x s_x - h'_y t_{xy})_{z=h} + p_x &= 0, \\ \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} - (t_{yz} - h'_y s_y - h'_x t_{xy})_{z=h} + p_y &= 0, \\ \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} - (s_z - h'_x t_{xz} - h'_y t_{yz})_{z=h} + p_z + w &= 0. \end{aligned} \right\} (19)$$

式(19)是高度为 $s - h$ 、截面积为 $dxdy$ 的土柱上力的微分平衡方程。

式中 $E_x = \int_h^s s_x dz$, $T_{xy} = \int_h^s t_{xy} dz$, $E_y = \int_h^s s_y dz$, $T_{xz} = \int_h^s t_{xz} dz$, $T_{yz} = \int_h^s t_{yz} dz$, 为土柱间的柱间力; $w = \int_h^s g dz$ 是高度为 $s - h$ 、截面积为单位面积上的土体重力。 p_x, p_y, p_z 分别为作用在边坡表面的 x, y, z 方向应力。

4.3 封闭区域上力的整体平衡方程

如果曲面 $z = h(x, y)$ 与地基表面围成的封闭区域为 W , 曲面 $z = h(x, y)$ 与地基表面交界线为 Γ_s , 由 Γ_s 围成的水平面区域为 D , 对式(19)中的第一式在区域 D 积分, 将二重积分化为曲线积分, 并注意到在 Γ_s 上 $s = h$, 则

$$\iint_D \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\Gamma_s} T_{xy} dy - E_x dx = 0, \quad (20)$$

所以

$$\iint_D (t_{xz} - h'_x s_x - h'_y t_{xy})_{z=h} dx dy = \iint_D p_x dx dy, \quad (21a)$$

对式(19)中的第二、三式同样讨论, 有

$$\iint_D (t_{yz} - h'_y s_y - h'_x t_{xy})_{z=h} dx dy = \iint_D p_y dx dy, \quad (21b)$$

$$\iint_D (s_z - h'_x t_{xz} - h'_y t_{yz})_{z=h} dx dy = \iint_D (p_z + w) dx dy, \quad (21c)$$

式(21)为曲面 $z = h(x, y)$ 与土体表面围成的封闭区域 W 内力的整体平衡方程。

5 力矩平衡方程

由平衡方程可得出: 在曲面 $z = h(x, y)$ 与土体表面围成的封闭区域 W 内, 力矩平衡方程的一般形式为

$$\begin{aligned} & \iint_D \{ (t_{xz} - s_x h'_x - t_{xy} h'_y) [A_1(h - z_R) + A_3(y - y_R)] + \\ & (t_{yz} - s_y h'_y - t_{xy} h'_x) [A_2(h - z_R) - A_3(x - x_R)] - \\ & (s_z - t_{xz} h'_x - t_{yz} h'_y) [A_1(x - x_R) + A_2(y - y_R)] \} dx dy \\ & = \iint_D \{ p_x [A_1(s - z_R) + A_3(y - y_R)] + p_y [A_2(s - z_R) - \end{aligned}$$

$$A_3(x - x_R)] - (p_z + w)[A_1(x - x_R) + A_2(y - y_R)]] dx dy, (22)$$

式中 A_1, A_2, A_3 为任意常数; x_R, y_R, z_R 为取矩点坐标。

容易看出: 式 (22) 是滑动面上的力对一点 (x_R, y_R, z_R) 的力矩组合 (图 2)。如果 $A_1 = A_2 = A_3 = 1$, 则式 (22) 就是对空间一点: (x_R, y_R, z_R) 的力矩平衡方程。

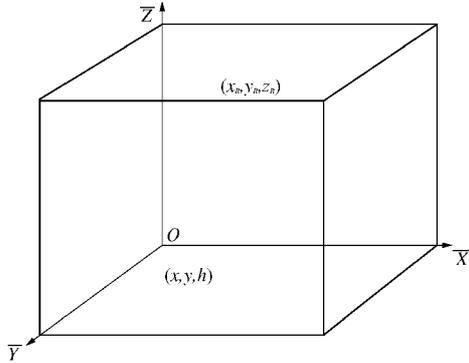


图 2 对一点力矩示意图
Fig. 2 Moments acting on a point

6 基于力矩平衡的边坡稳定性分析方法

曲面上一点的应力关系式(14)、屈服条件式(15)、力的平衡方程式(19)及式(21)、力矩平衡方程式(22), 是研究边坡稳定问题普遍适用的方程, 构成了边坡稳定问题的基本方程。应用这些基本方程, 可以较方便地研究边坡稳定性分析的计算方法。如: 对法向应力 s , 或土柱之间的柱间力做出不同的假定, 采用其它的平衡方程 (如力的平衡方程、对空间一点的力矩方程), 及采用不同的方法确定 a , 就可以获得不同的边坡稳定性分析方法。

式 (22) 中取 $A_1 = 1, A_2 = 1, A_3 = 0$, 且 $p_x = 0, p_y = 0$ 时, 将式 (16) 代入力矩平衡方程有

$$\iint_D \left\{ \frac{c_u}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} [(h - z_R)(\cos a + \sin a) - (x - x_R + y - y_R) \cdot (h'_x \cos a + h'_y \sin a)] + s [(h - z_R) \left(\frac{\Delta_h \tan j}{\Delta_a F_s} (\cos a + \sin a) - h'_x - h'_y \right) - (x - x_R + y - y_R) \left(1 + \frac{\Delta_h \tan j}{\Delta_a F_s} (h'_x \cos a + h'_y \sin a) \right)] \right\} dx dy = \iint_D -(x - x_R + y - y_R)(w + p_z) dx dy, (23)$$

由式 (19) 中的第三式及式 (16c), 容易得出: $s =$

$$\frac{w + p_z + \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} - \frac{c_u}{F_s} \frac{\Delta_h}{\Delta_a} (h'_x \cos a + h'_y \sin a)}{1 + \frac{\Delta_h \tan j}{\Delta_a F_s} (h'_x \cos a + h'_y \sin a)}, (24)$$

将式 (24) 代入式 (23), 并引入假定:

$$\iint_D \left[-\frac{\tan j}{F_s} (h - z_R) g + ((h - z_R) h'_x + (x - x_R)) \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} \right) \right] dx dy = 0, (25)$$

式中

$$g = \frac{\cos a + \sin a + (h'_x + h'_y)(h'_x \cos a + h'_y \sin a)}{\frac{\Delta_a}{\Delta_h} + \frac{\tan j}{F_s} (h'_x \cos a + h'_y \sin a)}. (26)$$

可得出安全系数的计算公式为

$$F_s = M_R / M_0, (27a)$$

$$M_R = \iint_D [c_u + (w + p_z) \tan j] (h - z_R) g dx dy, (27b)$$

$$M_0 = \iint_D (w + p_z) (h - z_R) (h'_x + h'_y) dx dy. (27c)$$

在这一公式的推导过程中, 引入了一个假定 (式 (25)), 这一假定与二维问题的简化毕肖普法是完全类似的。如果 $h'_y = 0, a = 0$, 并取 D 在 y 方向为单元宽度的区域, 式 (27) 就退化为二维问题的简化 Bishop 法^[10] (仅仅是书写形式不同)。

式 (27) 中, a 是 \bar{X} 方向与剪应力在水平方向的夹角, 与法向应力无关, 所以也是边坡的水平破坏方向的方向角。适当地选取滑动面; 并根据所选定的坐标系和边坡可能的水平破坏方向, 以式 (26) 的最小值确定 a , 就可计算安全系数。对确定的边坡, 按照这样的计算原则, 编制计算程序是没有任何问题的, 下面举例说明。

7 算例分析

7.1 局部作用荷载的边坡

设土质边坡对称于 oxz 平面 (如图所示 3), 坡高 20 m, 坡顶、坡底水平, 坡面与水平面夹角为 b ($\tan b = 0.5$)。坡顶局部区域作用荷载。

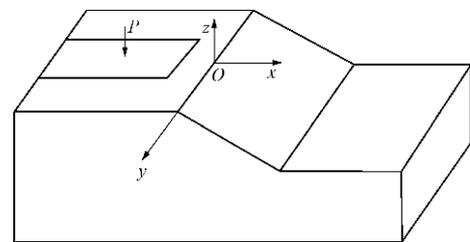


图 3 局部作用荷载的边坡示意图

Fig. 3 Diagram for slope under local load

目前, 采用椭球面为滑动面较多^[4, 7], 为便于比较, 滑动面采用椭球面 $\frac{(h - z_R)^2}{R^2} + \frac{(x - x_R)^2}{R^2} + \frac{(y - y_R)^2}{L^2} = 1$ 。计算中, 不考虑孔隙水压力 ($u = 0$)。

对关于 oxz 平面对称的问题, 可取 $-90^\circ \leq a \leq 90^\circ$,

并以式(26)的最小值确定 a 。取 y_R 位于滑动面的对称面上。并取不同的 x_R, z_R, R, L , 计算安全系数的最小值。对式(27)采用数值积分计算过程, 并采用迭代法(类似于二维问题的简化 Bishop 法)计算安全系数。

在目前的研究中, 常取边坡可能的水平向破坏方向为 x 方向, 即 $a=0$; 为便于比较, 对这种情况也做了计算。所以还计算了 $a=0$ 情况和二维问题简化 Bishop 法的安全系数。

情况 1, 均质土边坡: $c=18 \text{ kPa}$, $j=20^\circ, 25^\circ$, $g=17 \text{ kN/m}^3$; 在坡顶宽度为 30 m、距坡肩 2 m 后的区域内, 作用 $p_z=30, 60 \text{ kPa}$ 均布荷载。计算的安全系数如表 1。

表 1 坡顶局部区域作用荷载的均质土坡安全系数

Table 1 Safety factors of homogeneous slope under local load

计算条件 $j / (^\circ)$	$p_z = 30 \text{ kPa}$			$p_z = 60 \text{ kPa}$		
	本文	($a=0$)	Bishop 法	本文	($a=0$)	Bishop 法
20	1.395	1.446	1.345	1.380	1.420	1.257
25	1.652	1.703	1.593	1.634	1.676	1.506

这种坡顶局部宽度内作用荷载的情况, 荷载越大, L/R 越小, 对表 1 中的计算情况 $1.0 \leq L/R \leq 3.0$ 。

计算结果表明按三维计算与二维计算的安全系数相差已很明显, 说明按二维计算的安全系数明显偏小了。而假定边坡可能的水平向破坏方向时的安全系数略偏大。

情况 2: 两层土边坡, 坡底面以上, $c_1=20 \text{ kPa}$, $j_1=25^\circ$, $g_1=17 \text{ kN/m}^3$; 坡底面以下, $c_2=10 \text{ kPa}$, $g_2=17 \text{ kN/m}^3$, 取 $j_2=15^\circ, 20^\circ$; 在坡顶宽度分别为 20, 50 m 且距坡肩 2 m 后的区域内, 作用 $p_z=60 \text{ kPa}$ 均布荷载; 计算的安全系数见表 2。

表 2 坡顶局部区域作用荷载的两层土坡安全系数

Table 2 Safety factors of slope of two strata under local load

计算条件 $j_2 / (^\circ)$	荷载宽度 20 m			荷载宽度 50 m		
	本文	($a=0$)	Bishop 法	本文	($a=0$)	Bishop 法
15	1.296	1.370	1.234	1.278	1.352	1.234
20	1.482	1.559	1.408	1.458	1.534	1.408

表 2 的计算结果表明, 荷载作用宽度越小, 安全系数越大, 与二维计算的安全系数相差也越大。而边坡可能的水平向破坏方向为 x 方向时的安全系数较明显的偏大。

表 3 均质三维土坡安全系数

Table 3 Safety factors of homogeneous three-dimensional slope

计算条件 $j_2 / (^\circ)$	$c=10 \text{ kPa}$		$c=15 \text{ kPa}$		$c=20 \text{ kPa}$	
	本文	Bishop 法	本文	Bishop 法	本文	Bishop 法
20	0.986	1.166	1.126	1.321	1.243	1.462
25	1.175	1.406	1.331	1.561	1.461	1.716

以上计算表明, 本文方法计算的安全系数是合理的。

7.2 三维边坡

设三维土质边坡如图 4 所示, 坡高 20 m, 坡顶、坡底水平, 坡面与水平面夹角 $b(\tan b=0.5)$, 坡顶无荷载。

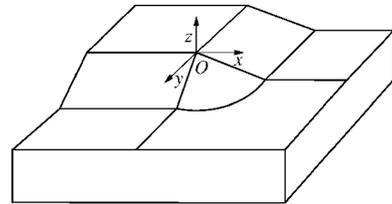


图 4 三维边坡示意图

Fig. 4 Diagram for three-dimensional slope

边坡可能的水平向破坏方向应在 x 坐标轴方向与 y 坐标轴方向之内, 所以可取 $0 \leq a \leq 90^\circ$, 并以式(26)的最小值确定。为便于比较, 取滑动面为球面 $(h-z_R)^2 + (x-x_R)^2 + (y-y_R)^2 = R^2$ 。因为边坡关于垂直面 $y=x$ 对称, 计算中取 $y_R=x_R$, 并对不同的 x_R, z_R, R , 计算安全系数的最小值。

计算中: $g=17 \text{ kN/m}^3$, c, j 取不同值, 计算的安全系数如表 3。

表 3 的计算结果, 首先说明, 并不是因式(26)在 $0 \leq a \leq 90^\circ$ 的最小值而使安全系数明显的小。因为 $a=0, c=15 \text{ kPa}, j=20^\circ$ 时的安全系数为 1.149, 与表中的 1.126 很接近; 且与 $a=90^\circ$ 时的计算值完全相同。实际上, 对这种三维边坡, 边坡上每一点的水平破坏方向可能都是不同的。

由表 3 可见, 安全系数显著小于按二维问题近似计算值(按 $a \leq 45^\circ$ 时的二维边坡)。对表中的计算情况, 安全系数小于按二维问题近似计算值的 14.7% 以上。显然, 对这种典型的三维边坡, 安全系数小于按二维问题近似计算值是正确的。

8 结 论

(1) 在以法向余弦表示的空间一点应力分析的基础上, 进行了空间曲面上一点的应力分析, 得出了曲面上一点的法向应力、剪应力与应力分量的关系。

(2) 建立了截面积为 $dx dy$ 的曲面至边坡表面土柱上力的微分平衡方程。

(3) 建立了滑动体内力的平衡方程、力矩平衡方程。

(4) 上述的曲面上一点的应力关系、平衡方程, 及库仑屈服条件, 均是边坡稳定问题具有普遍意义的基本方程。为研究三维边坡稳定问题的研究奠定坚实的基础。

(5) 应用上述基本方程, 可以较方便地研究三维边坡稳定性分析的计算方法。只需一个假定 (与二维问题的简化 Bishop 法的类似假定), 得出了一种三维边坡稳定性分析方法, 方法的物理意义明确, 便于计算程序的编制。算例表明, 本文方法计算结果是合理的, 具有广泛的应用意义。

参考文献:

- [1] DUNCNA J M. State of the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. *Journal Geotechnical Engineering, ASCE*, 1996, **122**(7): 577 - 596.
- [2] HUANG C C, TSAI C C. New method for 3D and asymmetrical slope stability analysis[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2000, **126**(10): 917 - 927.
- [3] 冯树仁, 丰定祥, 葛修润, 等. 边坡稳定性的三维极限平衡分析方法及应用[J]. *岩土工程学报*, 1999, **21**(6): 657 - 661. (FENG Shu-ren, FENG Ding-xiang, GE Xiu-run, et al. 3D limit equilibrium method for slope stability and application[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, **21**(6): 657 - 661. (in Chinese))
- [4] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡法[J]. *岩土工程学报*, 2001, **23**(5): 525 - 529. (CHEH Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, **23**(5): 525 - 529. (in Chinese))
- [5] 李 亮, 迟世春, 郑榕明. 基于椭球滑动体假定和三维简化 JANBU 法的边坡稳定分析[J]. *岩土力学*, 2008, **29**(9): 2439 - 2445. (LI Liang, CHI Shi-chun, ZHENG Yung-ming. Three-dimensional slope stability analysis based on ellipsoidal sliding body and simplified JANBU method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, **29**(9): 2439 - 2445. (in Chinese))
- [6] ZHU D Y, LEE C F, JIANG H D. Generalised framework of limit equilibrium methods and numerical procedure for slope stability[J]. *Geotechnique*, 2003, **53**(4): 377 - 395.
- [7] 朱大勇, 丁秀丽, 邓建辉. 基于力平衡的三维边坡安全系数显式解及工程应用[J]. *岩土力学*, 2008, **29**(8): 2011 - 2015. (ZHU Da-yong, DING xiu-li, DENG Jian-guo. Explicit solution to 3D safety factor of slope based on force equilibrium and application to engineering[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, **29**(8): 2011 - 2015. (in Chinese))
- [8] 铁摩辛柯, 古地尔. 弹性理论[M]. 徐芝纶, 吴永祺译. 北京: 高等教育出版社, 1964. (TIMOSHENKO S T, GERE J M. Theory of elastic stability[M]. XU Zhi-lu, WU Yong-zhen, translators. Beijing: Higher Education Press, 1964. (in Chinese))
- [9] 张学言, 闫澍旺. 岩土塑性力学基础[M]. 第二版. 天津: 天津大学出版社, 2006. (ZHANG Xue-yan, YAN Shu-wang. Fundamentals of Geotechnics Plasticity[M]. 2nd ed. Tianjin: Tianjin University Press, 2006. (in Chinese))
- [10] BISHOP A W. The use of slip circle in the stability analysis of earth slopes[J]. *Geotechnique*, 1955, **5**: 7 - 17.