

计算推力桩的双参数法以及 长桩参数的确定

吴恒立

(重庆交通学院)

一、双参数概念的推广

现行的单一参数法,如 k 法、 M 法、 c 值法等,对桩在地面处的挠度、转角和桩身最大弯矩的实测值只能凑合到较为接近的程度而不能全部符合,这是单一参数法待定参数的数目不足所致。作者从1975年起曾几次提出过这一问题,并提出了双参数法^[1],以使用两个可供调整的参数来解决此问题。文献[1]提出的土抗力模数 K 的分布图式示如图1,通过调整 m 和 t 两个参数能适应某些实际问题的需要。但是,双参数的概念可以推广到更广泛的范围。例如在微分方程式

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -Kyb_p \quad (1)$$

中令 $K = mx^n$ (2)

可供调整的参数是 m 和 n , m 是除零以外的一切正数, n 是任意实数(通常用 $n \geq 0$)。式(2)表达的土抗力模数 K 的分布图式示如图2。又如令式(1)中的 K 为

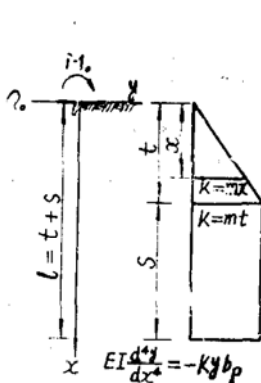


图1

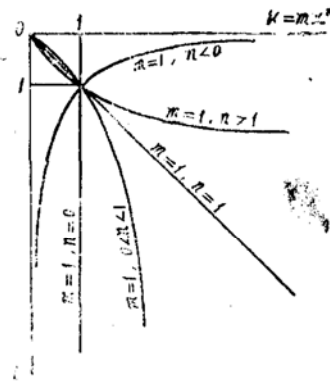


图2

$$K = c + mx^n \quad \text{或} \quad K = m(c + x)^n \quad (3)$$

当参数 c 、 m 、 n 均为待定时是三参数法,指定其中之一留两个待定就是双参数法,但由于

指定参数和指定值不同会有各种不同形式, 式(2)即式(3)指定 $c = 0$ 的情况。

二、双参数法的实质和桩-土共同作用时桩的刚度

双参数法的实质是通过两个参数的调整改变 K 的分布图式来符合桩在地面处的全部位移和桩身最大弯矩的实测值, 并且在 K 的分布图式确定后, 它是唯一解。解式(1)可得挠度 y 、转角 φ 、弯矩 M 、剪力 Q 和土抗力集度 p 为

$$\begin{aligned}
 y &= y_0 A(ax) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B(ax) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C(ax) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D(ax) \\
 \frac{\varphi}{\alpha} &= y_0 A'(ax) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B'(ax) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C'(ax) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D'(ax) \\
 \frac{M}{\alpha^2 EI} &= y_0 A''(ax) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B''(ax) + \frac{M_0}{\alpha^3 EI} C''(ax) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D''(ax) \\
 \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} &= y_0 A'''(ax) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B'''(ax) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C'''(ax) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D'''(ax) \\
 \frac{p}{\alpha^4 EI} &= y_0 A''''(ax) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B''''(ax) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C''''(ax) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D''''(ax)
 \end{aligned} \tag{4}$$

式中 y_0 、 φ_0 、 M_0 、 Q_0 是桩在地面处的挠度、转角、弯矩、剪力。对于不同的 K 的表达式函数 $A(ax)$ 、 $B(ax)$ 、 $C(ax)$ 和 $D(ax)$ 的表达式不同, α 的表达式也不同。当 K 由式(2)表达时

$$\alpha = \left(\frac{mb_p}{EI} \right)^{1/(n+4)} \tag{5}$$

分析式(4)发现函数 A 、 B 、 C 、 D 及其各阶导数中 α 对它们的影响是通过无量纲座标 ax 实现的。换言之, α 改变时只要 ax 不变各函数及其导数的值就不变。因此其主要表现是对 y 、 φ 、 M 、 Q 、 p 等发生的位置有影响, 至于对 y 、 φ 、 M 、 Q 、 p 等的大小产生影响的主要是出现于式(4)左方的 α 。我们考察 $y_0 \neq 0$ 、 $\varphi_0 = M_0 = Q_0 = 0$ 的情况, 容易看出当 ax 固定时, y 与 α 无关、 $\varphi \propto \alpha$ 、 $M \propto \alpha^2$ 、 $Q \propto \alpha^3$ 而 $p \propto \alpha^4$ 。换言之, 当 ax 不变时 α 对 y 、 φ 、 M 、 Q 、 p 的影响依次相差 α 倍, 也可说依次相差 α 的一个量级。当外荷载 M_0 和 Q_0 已知并按比例增长时, 因式(1)是线性方程式, 故 y_0 和 φ_0 在已知桩底边界条件下亦应按同一比例增长。因此根据 y_0 和 φ_0 实测值的比, 在确定了 K 的表达式时可以通过计算确定 α 值(见四节)。此 α 值将保证计算的 y_0/φ_0 与实测的比值相符。一经确定了 K 的表达式, 为方便起见, 讨论式(2)。例如已确定了 n 值, 根据规范^[2] 桩的刚度 EI 和计算宽度 b_p 在桩材和桩径已知时是确定的, 故由式(5)知道确定 α 值就是确定 m 值。因此在单一参数法中调整 m 值只能改变 y_0/φ_0 值, 如在 y_0 、 φ_0 、 M_{\max} 三个实测值中选择一个反算 m 值, 除偶然巧合外其他两个的计算值通常是不能与实测值符合的, 这就是旧概念的单一参数法的毛病。

到目前为止一般认为桩的刚度 EI 只决定于桩的材料和截面尺寸。看来这一认识有片面性, 因为桩既插入土中其刚度就是桩-土共同作用的结果, 应由载荷比值、桩长、桩径、桩

的材料、施工方法以及土抗力(实质是 K 的分布图式)等决定。这个看来颇为复杂的问题只要认识了规律是不难解决的(见四节)。总之要认识到桩在土中的刚度已不是桩在无介质情况时的刚度,而是在特定载荷比值及桩的物理、几何特征下反映桩-土共同作用的一个综合参量。据此可做到使任一指定的单一参数法在载荷和桩底边界条件已知时计算的 y_0 和 φ_0 同时与实测值完全符合。因为 EI 是一个举足轻重的参量,看来正是由于人们长期以来未能发现它的变化规律以及它在桩-土共同作用时的简便确定方法,造成了桩基设计水平长期徘徊而未能明显提高的局面。在得到了能符合桩在地面处的 y_0 和 φ_0 实测值的 α 和 EI 值以后,研究式(4)中弯矩 M 的算式,为了使它符合 M_{\max} 的实测值,能够调整的只是 $A''(\alpha x)$ 、 $B''(\alpha x)$ 、 $C''(\alpha x)$ 和 $D''(\alpha x)$ 等系数。但是在小范围内调整 α 值系数的改变量是有限的,能起主导作用的是改变系数的表达式,对于式(2)改变系数的表达式就是调整 n 值。以上就式(2)这一特殊形式说明了双参数法的实质,可以看出它是能够较显著地提高桩基设计水平的一种简便实用的方法。为说明其应用,本文将部份长桩试验资料进行分析。

三、推力桩按长度的分类和特点

当 K 由式(2)表达则 α 由式(5)表达。建议入土长度为 l 的推力桩按下述 αl 值分类,分类的根据是 δ_{QQ} 、 δ_{MQ} 、 δ_{MM} 等各自的比较计算的最大误差在2%以内。

$\alpha l \leq 2.0$ 称短桩,可按刚性桩进行计算,双参数法对这类桩的应用可在作者另篇文章^①的基础上进行。

$2.0 < \alpha l < 4.5$ 称中长桩,特点是与桩底支承条件有密切关系,双参数法对它的应用还需专门研究。

$\alpha l \geq 4.5$ 称长桩,特点是与桩底支承条件无关,不论桩底实际情况如何均可按桩底固定处理,即 $y_l = \varphi_l = 0$ 。这类桩还有一个重要的特点,即当 K 的分布图式确定时,单位力或力矩作用于桩的入土处时桩在入土处的对应位移 δ_{QQ} 、 $\delta_{MQ} = \delta_{QM}$ 、 δ_{MM} 等均有简单的规律。根据作者得到的式(2)中 n 为任意正值时式(1)的解析解^②给出与本文有关的几个规律如下:

①式(2)中 $n = 0.5$

$$\delta_{QQ} = 2.01/\alpha^3 EI, \quad \delta_{MQ} = \delta_{QM} = 1.36/\alpha^2 EI, \quad \delta_{MM} = 1.61/\alpha EI$$

②式(2)中 $n = 0.7$

$$\delta_{QQ} = 2.20/\alpha^3 EI, \quad \delta_{MQ} = \delta_{QM} = 1.48/\alpha^2 EI, \quad \delta_{MM} = 1.67/\alpha EI$$

③式(2)中 $n = 2.0$

$$\delta_{QQ} = 2.81/\alpha^3 EI, \quad \delta_{MQ} = \delta_{QM} = 1.88/\alpha^2 EI, \quad \delta_{MM} = 1.89/\alpha EI$$

四、长桩试验资料分析

(一)交通部科学研究院等1973年报告的扶余松花江大桥IV*试桩资料^③如下:①钻孔灌注

①吴恒立,考虑土抗力时刚性基础的计算,西南公路科技,1期,1975年,第44—57页。

②吴恒立,推力桩双参数法微分方程的通解(待发表)。

③交通部科学研究院、吉林省交通局勘察设计院研究,扶余松花江大桥钻孔灌注桩试验报告,1973年。

混凝土桩有钢筋笼，桩径 $D = 1.62\text{m}$ ，入土长度 $l = 18.8\text{m}$ 。②地质条件为较密的中、粗砂；③桩在地面处所受推力 Q_0 和弯矩 M_0 之比 $Q_0/M_0 = 4$ ；④分级加载时桩在地面处的实测挠度和转角见图 3，其规律是非线性的， $Q_0 = 60\text{t}$ 符合桩的容许开裂极限点条件按此进行线性化处理，即以 $Q_0 = 60\text{t}$ 时的实测值与原点相联作为比例加载的计算根据；⑤ $Q_0 = 60\text{t}$ 时桩身实测弯矩见图 4 中“·”点。

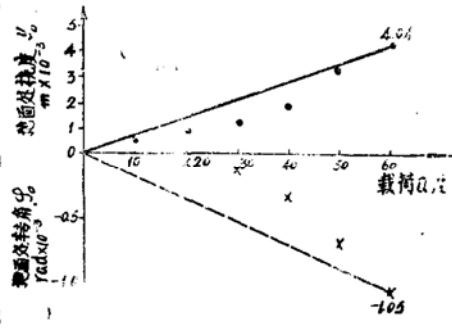


图 3

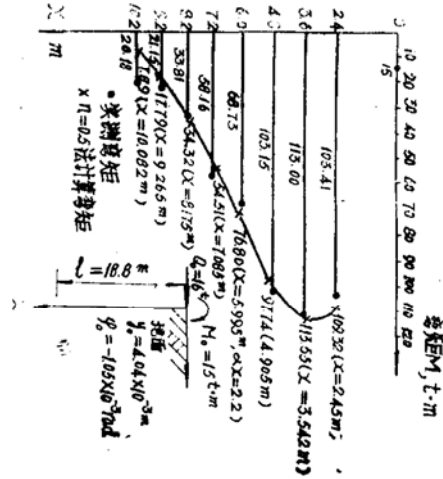


图 4

兹用式(2)双参数法拟合。已知数据为 $Q_0 = 60\text{t}$ ， $M_0 = 15\text{t}\cdot\text{m}$ ， $y_0 = 4.04 \times 10^{-8}\text{m}$ ， $\varphi_0 = -1.05 \times 10^{-3}\text{rad}$ ， $x = 3.6\text{m}$ 处 $M_{\max} = 113\text{t}\cdot\text{m}$ ， $l = 18.8\text{m}$ 。

经试算用 $n = 0.5$ 方法

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= Q_0 \delta_{QQ} + M_0 \delta_{QM} = \frac{2.01Q_0}{\alpha^3 EI} + \frac{1.36M_0}{\alpha^2 EI} \\ \varphi_0 &= -(Q_0 \delta_{MQ} + M_0 \delta_{MM}) = -\left(\frac{1.36Q_0}{\alpha^2 EI} + \frac{1.61M_0}{\alpha EI} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将各已知值代入，由 y_0/φ_0 求得 $\alpha = 0.36701/\text{m}$ 。因 $\alpha l = 6.9 > 4.5$ 属于长桩， α 值有效代回式(6)的任一式均得 $EI = 641024.1\text{t}\cdot\text{m}^2$ 。此值是考虑了桩-土共同作用的桩的刚度。采用计算宽度 $b_p =$ 桩径 D ，则 $m = \alpha^{4.5} EI/b_p = 4347.7266\text{t}/\text{m}^{3.5}$ 。如采用桩材的实际 E 值，则 $b_p = (64 \times 641024.1/\pi E)^{1/4}$ ，物理意义是用桩的计算宽度 b_p 保证桩-土共同作用时桩的 EI 值。按 $n = 0.5$ 法算得的有关截面的弯矩值如图 4 中“x”点所示。因 $x = 3.6\text{m}$ 处弯矩值已经与实测值拟合良好，故选中 $n = 0.5$ 法。如果大于实测值，应取 $n < 0.5$ 的方法试算。反之如小于实测值，要取 $n > 0.5$ 的方法试算。本例各桩身截面弯矩与实测值的比较见图 4。 M_{\max} 值及其所在位置均与实测值拟合良好，出入较大之处是 $x = 9.2\text{—}10.2\text{m}$ 的区段，但并不影响工程应用。值得指出，如遇到用 $n = 1$ 方法计算的 M_{\max} 值小于实测值，要用 $n > 1$ 法计算。如 $n = 0$ 法计算的 M_{\max} 值仍大于实测值，要用 $n < 0$ 法计算(要将 $x = 0$ 附近的点除去)或采用其他异于式(2)的双参分布图式，例如采用式(3)后一式，令 c 为某一已知小正值，就可用 $n < 0$ 。

(二)莫汉(Mohan)和施赖佛斯特(Shrivastava) (1971)的试桩资料^[3,4]如下：①土壤数据见图 5；②直径 $D = 10\text{cm}$ 的钢管桩，埋入深度 $l = 525\text{cm}$ ，桩在地面处的载荷 $Q_0 = 4.90\text{kN}$ 和 $M_0 = 0$ ；③挠度、转角、弯矩随深度的变化见图 6，其中标明了实测值和文献[3]的计算

值，二者不符合〔3〕中桩的刚度 $E_p I_p = 3.20 \times 10^8 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 = 313.92 \text{kN} \cdot \text{m}^2$ 。

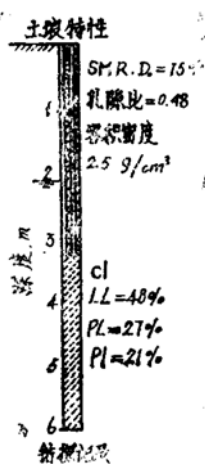


图5

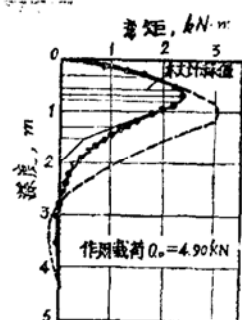
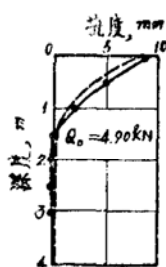
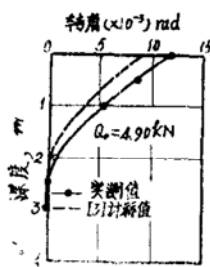


图6

现按 $Q_0 = 4.90 \text{kN}$, $M_0 = 0$, $l = 5.25 \text{m}$, $D = 0.1 \text{m}$, $y_0 = 9 \times 10^{-3} \text{m}$, $\varphi_0 = -12 \times 10^{-3} \text{rad}$, $x = 0.7 \text{m}$ 处 $M_{\max} = 2.4 \text{kN} \cdot \text{m}$, 用双参数法拟合。采用 $n = 2.0$ 方法

$$y_0 = \frac{2.81Q_0}{\alpha^3 EI} + \frac{1.88M_0}{\alpha^2 EI} \quad \text{及} \quad \varphi_0 = -\left(\frac{1.88Q_0}{\alpha^2 EI} + \frac{1.89M_0}{\alpha EI}\right) \quad (7)$$

将有关数据代入由 y_0/φ_0 得 $\alpha = 1.99571/\text{m}$ 。因 $\alpha l > 4.5$ 符合长桩条件故此 α 值有效，代回式(7)的任一式均得 $EI = 192.9163 \text{kN} \cdot \text{m}^2$ 。按此法算得桩身几个截面的弯矩值见表1。可以看到 M_{\max} 的大小和位置均与实测值相符，出入稍大的是 $x = 1.3-2.0 \text{m}$ 的区段。

表1

距地面距离(m)	0	0.3	0.6	0.7	0.8	1.0	1.3	1.5	2.0
αx		0.6	1.2	1.4	1.6	2.0	2.6	3.0	4.0
弯矩(kN·m)	0	1.42	2.29	2.36	2.33	1.96	1.04	0.5	-0.09

(三)四川省交通局勘察设计院1975年报告的南充嘉陵江桥H-4-B嵌岩试桩资料④如下：①人工凿挖现浇混凝土桩完全嵌岩有钢筋笼，桩径 $D = 1 \text{m}$ ，桩的嵌岩深度 $l = 4 \text{m}$ ；②地质条件是红色砂页岩互层。③荷载 $Q_0 = 1 \text{t}$ 和 $M_0 = 1 \text{t} \cdot \text{m}$ ，相应此荷载桩在地面处的实测挠度 $y_0 = 0.0252 \times 10^{-3} \text{m}$ ，实测转角 $\varphi_0 = -0.026 \times 10^{-3} \text{rad}$ ；④桩身各截面的实测弯矩见表2(根据原始资料按 $Q_0 = 45, 50, 55, 60 \text{t}$ 四级载荷的实测值平均再除以平均载荷)。

经试算用 $n = 0.7$ 方法拟合：

$$y_0 = \frac{2.20Q_0}{\alpha^3 EI} + \frac{1.48M_0}{\alpha^2 EI} \quad \text{及} \quad \varphi_0 = -\left(\frac{1.48Q_0}{\alpha^2 EI} + \frac{1.67M_0}{\alpha EI}\right) \quad (8)$$

将有关数据代入式(8)由 y_0/φ_0 得 $\alpha = 1.17861/\text{m}$ ，因 $\alpha l > 4.5$ 属于长桩， α 值有效，代回式

④四川省交通局勘察设计院，嵌岩灌注桩试验研究，第二部份，横向推力桩，1975年。

表 2

距地面距离(m)	0	0.52	1.02	1.52	2.02	3.02	3.52	3.94
实测弯矩(t·m)	1.00	1.353	1.31	1.14	0.99	0.54	0.27	0.08
$n=0.7$ 法 αx		0.6	1.2	1.8	2.4	3.5	4.0	
计算弯矩(t·m)	1.00	1.367	1.32	0.99	0.58	0.074	-0.03	

(8)得 $EI = 95610.4531t \cdot m^2$ 。按此法各截面的计算弯矩亦列于表 2, 在最大弯矩截面 $x = 0.52m$ 附近($x = 0 - 1.02m$)误差在 1% 以内, $x \geq 1.52m$ 计算值的衰减比实测值快。

以上三例均说明本文方法能与实测的地面处挠度、转角、桩身最大弯矩及其所在位置等同时很好符合, 且在 M_{max} 附近相当大的范围内弯矩的符合也是良好的。只是再往下弯矩计算值的衰减比实测值快, 这说明本文方法确定的 K 的分布图式在 $\alpha x < 1.5 - 2.5$ ^⑤ 的范围内是正确的, 在 $\alpha x > 1.5 - 2.5$ 的范围 K 值偏大了。为解决此问题可在 $\alpha x > 1.5 - 2.5$ 采用图 1 的下部图式并按文献[1]计算下部。

五、结 论

本文对笔者在文献[1]中提出的双参数法作了改进, 使它能适应更广泛的情况。文中首次解决了桩-土共同作用下桩的刚度的确定方法, 并认为它是一个举足轻重的参量。用本法确定参数, 可使长桩地面处挠度、转角、桩身最大弯矩及其所在位置等的计算值与实测值同时很好符合, 因而能提高长桩的设计水平。文中建议了桩按长、中长、短分类的标准和根据。计算发现本文方法确定的 K 的分布图式在 $\alpha x \leq 1.5 - 2.5$ (具体取值可由所算的桩确定) 的范围内是正确的, $\alpha x > 1.5 - 2.5$ 时弯矩的计算值比实测值衰减快, 虽不致影响工程应用, 但文中提出了改进的办法。双参数法在短桩和中长桩中的应用, 尚需进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 吴恒立, 计算弹性地基中推力桩的双参数法, 重庆交通学院学报, 第二卷, 第一期, 1983年, 第11—24页。
- [2] 中华人民共和国交通部标准, 公路桥涵设计规范, 人民交通出版社, 1975年。
- [3] Poulos H. G. and Davis, E.H., Series in Geotechnical Engineering, Pile Foundation Analysis and Design, pp. 225—228, 1980.
- [4] Mohan D. and Shrivastava S. P., Nonlinear Behaviour of Single Vartical Pile under Lateral Loads, 3rd Annual Offshore Tech. Conf., Houston, Vol. 2, Paper OTC 1485+677—684, 1971.

⑤取值随桩而异, 例如桩(一)可用2.5, 桩(二)可用2.0, 桩(三)可用1.5。