

孔隙水压力对饱和砂的剪切模量和阻尼比的影响

李文泐 刘惠珊

(冶金部建筑研究总院, 北京)

提 要

本文通过动三轴进行饱和砂的液化试验, 考察三种砂的剪切模量和阻尼比随孔隙水压力变化的规律。由试验可知: ①饱和砂的剪切模量与阻尼比随孔隙水压力的增加而降低; ②在一般情况下, 剪切模量、阻尼比与孔隙水压力及剪应变幅之间的关系可分别表示为可分离变量的函数: $G(u, \gamma) = f(u) \cdot G_m(\gamma)$ 及 $\lambda(u, \gamma) = g(u) \cdot \lambda_m(\gamma)$, 对试验所用的三种砂已给出表达式; ③在接近液化时, 橡皮膜对试验结果有较大的影响, 应进行修正。

一、前 言

土的剪切模量和阻尼比是反映土的动力特性的重要指标。通常认为, 随着剪应变幅 γ 的加大, 剪切模量 G 愈来愈小, 而阻尼比 λ 愈来愈大^[1](图1)。这种以往常用的 $G-\gamma$, $\lambda-\gamma$ 关系没有考虑孔隙水压力 u 对剪切模量 G 及阻尼比 λ 的影响。对于受循环荷载作用的饱和砂, 由于循环荷载引起的孔压(即孔隙压力, 下同)上升会使剪切模量 G 和阻尼比 λ 产生很大变化, 其地震反应同孔压较低时有很大差别, 因此, 若仅考虑剪应变幅而不考虑孔压发展对 G 和 λ 的影响将导致明显的误差。

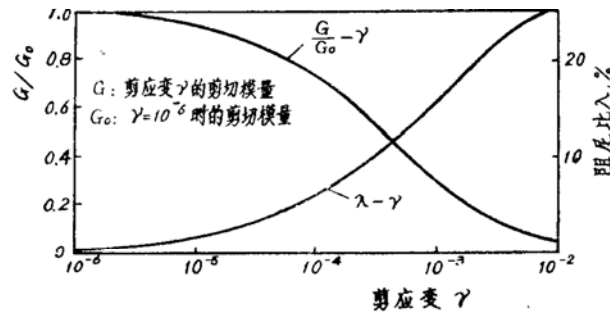


图1 砂土的 $G-\gamma$, $\lambda-\gamma$ 曲线(Seed)

近年来发展起来的场地地震反应分析的有效应力分析方法, 在考虑剪应变幅对饱和砂的剪切模量和阻尼比影响的同时, 初步考虑了孔压增长对剪切模量的影响, 认为剪切模量随有效应力平方根的减小而降低^{2,3}, 即

$$G = G_{m0} \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_m} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

式中 σ'_m ——孔压 $u = 0$ 时的初始有效应力，在式中为常量；
 σ' ——砂在孔压变化过程中的有效应力值， $\sigma' = \sigma'_m - u$ ；
 u ——孔隙水压力；
 G_{m0} ——孔压 $u = 0$ 时的剪切模量。

至于孔压发展对饱和砂的阻尼比的影响，在有效应力分析法中通常未加考虑，而仍不加修正地用总应力法中的 $\lambda - \gamma$ 曲线。

由于有效应力法是近几年发展起来的，有关孔压对剪切模量与阻尼比影响的试验资料至今还不够丰富。因此，本文试图通过试验探讨循环荷载作用下孔压上升对饱和砂剪切模量和阻尼比的影响，建立合适的 $G-u$ ， $\lambda-u$ 关系式，以便进一步掌握土的动力特性，为有效应力地震反应分析与液化判别提供必要的参数。

二、试验仪器及方法

试验仪器为国产 DSZ-100 型电磁式振动三轴仪。试件直径 4cm，高 8cm。土样用煮沸法排气，匀装法装样。试样的饱和度用静压下孔压系数 B 控制，要求 B 值大于 97%。试样首先在均等压力下固结排水，然后在不排水条件下施加频率为 1Hz 的轴向动应力。以孔压与侧压力之比 $u/\sigma_c = 1$ 为液化标准。

试验用表 1 中的 No.1 砂样进行，又用表中 No.2 及 No.3 砂样进行校核性试验。试样的物理特性见表 1。试验分析中取土的动泊桑比 $\mu = 0.5$ 。

表 1 砂 样 的 物 理 特 性

砂样 编号	颗 粒 级 配 (%)						最大 孔隙比 e_{max}	最小 孔隙比 e_{min}	初始 孔隙比 e	初 始 相对密度 D_r	土的 类别
	>1 (mm)	1~0.5	0.5~0.25	0.25~0.1	0.1~0.053	<0.053					
N0.1		0.4	8.97	58.7	25.63	6.3	0.88	0.45	0.72 0.65 0.60	0.38 0.54 0.66	粉砂
N0.2		2.5	15.0	48.0	19.0	15.5	0.86	0.50	0.69	0.48	粉砂
N0.3	0.2	0.6	67.1	30.4	1.0	0.7	0.87	0.55	0.72	0.48	中砂

三、试验结果及分析

图 2 (a) 是饱和砂 (No.1) 在循环加载下的应力 σ ，应变 e 及孔压 u 的时程曲线。图 2 (b) 为该次试验中用 X-Y 仪连续记录的应力-应变滞回圈。由图 2 可见，随着循环次数的增加，应力幅下降，应变幅增大，孔压逐步上升，剪切模量和阻尼比均逐渐变小。改变施加于土样上的初始轴向动应力，便得到不同应力水平时剪切模量和阻尼比随孔压的变化情况。

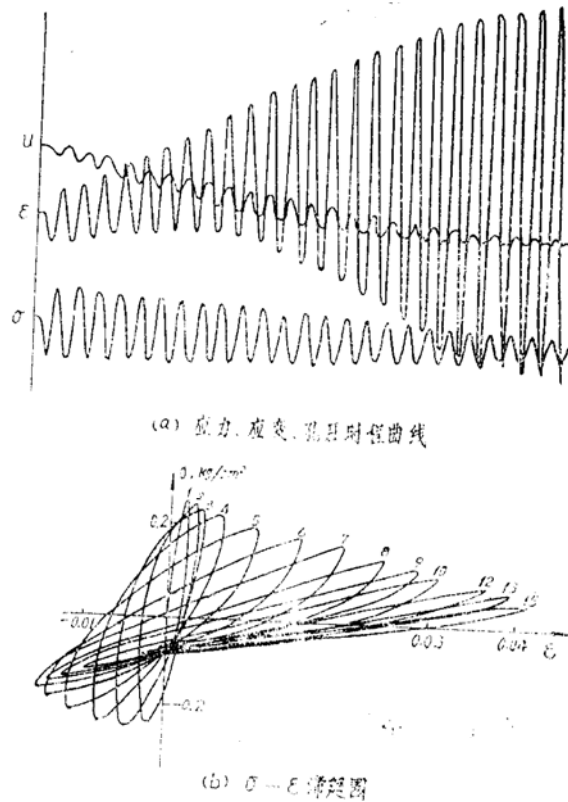


图2 循环三轴试验的典型试验记录 (No.1砂)

若将干砂与饱和砂的 $G-\gamma$ 试验曲线相比较(图3), 可以看到, 干砂的曲线要高于饱和砂, 即对于同一应变幅而言, 饱和砂的剪切模量要比干砂低。根据哈丁(B. O. Hardin, 1972)和理查特(F. E. Richart, 1970)等人的研究结果⁽⁴⁾, 饱和度对砂类土的剪切模量和阻尼比的影响不大, 因而干砂与饱和砂排水试验所得的 G 值相近, 故可近似认为图3中两条曲线的差值 AB 反映了孔压上升造成的剪模降低, 从而表明饱和砂的剪模不仅是应变的函数, 也是孔压的函数(图3中干砂的 G_{m0} 取相应于初始剪应变幅 γ_0 时的 G_m 值)。

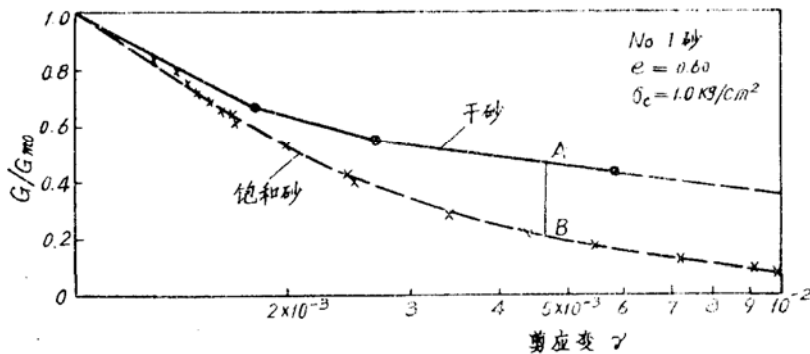


图3 干砂与饱和砂的 $G-\gamma$ 曲线

(一)孔压上升过程中的剪切模量G

根据每次液化试验第一周的记录,计算孔压 u = 0 时的剪切模量 G_{m0}; 令孔压为 u、剪应变幅为 γ 时的剪切模量为 G, 施加于试样上的围压为 σ_c, 则 No.1 砂的 G/G_{m0}-u/σ_c 试验结果如图 4 所示. 随着 u/σ_c 的增大, G/G_{m0} 不断降低; 在 u/σ_c = 1 时, G/G_{m0} 值接近于零. 不同的固结压力 σ_c (0.4~1.0 kg/cm²) 对 G/G_{m0}-u/σ_c 的影响似不明显.

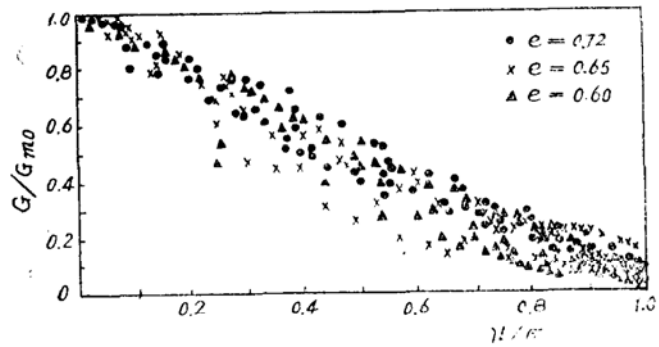


图 4 G/G_{m0}-u/σ_c 的试验结果 (No.1 砂)

图 5 中标出不同相对密度试样的 G/G_{m0}-u/σ_c 试验曲线的算术平均值. 由图可见, 不同相对密度的砂 (D_r = 0.38~0.66, 即 e = 0.72~0.60), 其剪模比 G/G_{m0} 随孔压比 u/σ_c 的变化规律基本上是一致的.

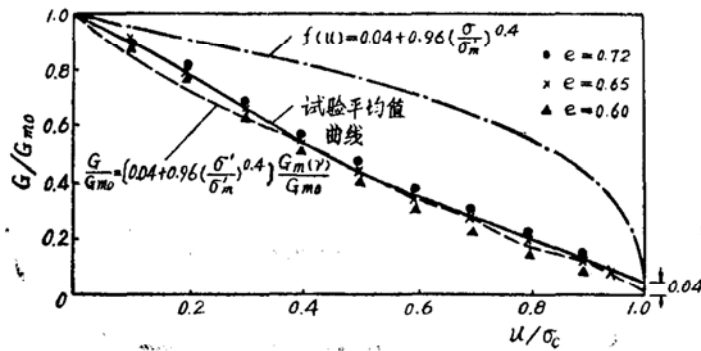


图 5 G/G_{m0}-u/σ_c 试验曲线 (No.1 砂) 与计算曲线的比较

为了找出剪切模量随孔压的变化规律, 我们假定剪切模量 G 是孔压 u 及剪应变幅 γ 的函数, 并且是可以分离变量的, 即

$$G = f(u) \cdot G_m(\gamma) \tag{2}$$

式中 G —— 当孔压为 u、剪应变幅为 γ 时的剪切模量, 即 G(u, γ);

G_m(γ) —— 孔压 u = 0, 而剪应变幅为 γ 时的剪切模量;

f(u) —— 考虑孔压上升使剪切模量降低的影响而引入的孔压修正函数.

关于剪切模量与剪应变幅的关系 G_m(γ), 西特 (Seed) 等人曾作过大量研究, 认为可用下式计算:

$$G_m(\gamma) = 1000 K_2 (\sigma'_m)^{1/2} \text{ lb/ft}^2 \tag{3}$$

式中 K₂ —— 随剪应变幅 γ 变化的函数, 如图 6 所示.

如果将式 (3) 所示的 G_m(γ) 作为已知函数代入式 (2), 并将三轴试验结果作为式 (2) 左

端的 G ，则可得到我们所要求的孔压修正函数 $f(u)$ 。为此，将式(2)除以 G_{m0} 可得到如下归一化的表达式：

$$\frac{G}{G_{m0}} = f(u) \cdot \frac{G_m(\gamma)}{G_{m0}} \quad (4)$$

根据试验结果，上式中 $f(u)$ 应满足下列边界条件：当 $u/\sigma_c = 0$ 时， $f(u) = 1$ ；当 $u/\sigma_c = 1$ 时， $f(u)$ 应趋于某一常数 a ，故假定

$$f(u) = a + (1 - a) \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_m} \right)^b \quad (5)$$

式中 a, b ——与土性有关的待定参数，由试验确定。

其中 a 反映砂土液化后残留的剪切模量值， b 则反映了剪切模量随孔压降低的速度。将式(5)代入式(4)，得

$$\frac{G}{G_{m0}} = \left[a + (1 - a) \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_m} \right)^b \right] \frac{G_m(\gamma)}{G_{m0}} \quad (6)$$

将图5中 G/G_{m0} 的试验算术平均值曲线作为式(6)中的 G/G_{m0} ，而 $G_m(\gamma)$ 如式(3)所示， G_{m0} 即为与初始剪应变幅对应的 $G_m(\gamma)$ 值，可近似按图7中 $u = 0$ 时的平均剪应变幅代入式(3)求得。

在本试验条件下，试样的相对密度 $D_r = 0.38 \sim 0.66$ ， $\gamma = 10^{-3} \sim 10^{-2}$ ，在这一范围内 D_r 的变化对 K_2 取值的影响很小，故式(3)中 K_2 的取值忽略了不同相对密度的影响，近似取其平均值。

γ 的取值应与同一时刻的 u 相对应，根据试验得到的 $\gamma-u/\sigma_c$ 平均曲线(图7)取值。

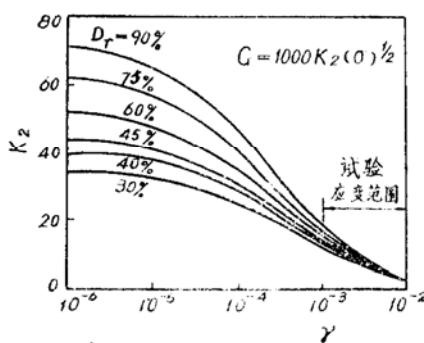


图6 $K_2-\gamma$ 曲线^[1]

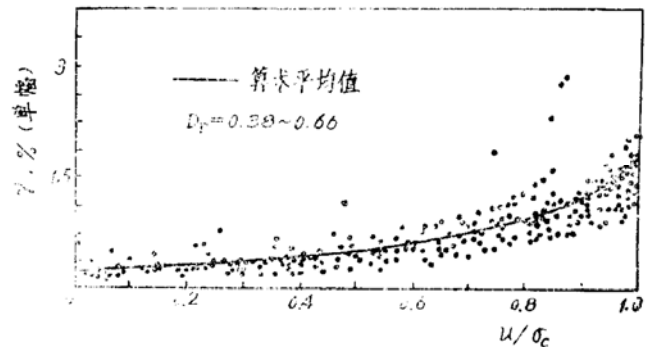


图7 $\gamma-u/\sigma_c$ 试验曲线(No.1砂)

根据图3中 $u/\sigma_c = 1$ 时试验点的算术平均值，确定式(6)中的 $a = 0.04$ ，然后经过统计分析，得 $b = 0.4$ ，代入式(6)得

$$\frac{G}{G_{m0}} = \left[0.04 + 0.96 \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_m} \right)^{0.4} \right] \frac{G_m(\gamma)}{G_{m0}} \quad (7)$$

式(7)的计算结果如图5中虚线所示。

当剪应变幅 γ 保持某一定值时,式(7)中 $G_m(\gamma)$ 保持其初值 G_{m0} 不变,即 $G_m(\gamma) = G_{m0}$,由此可得在等应变幅条件下,剪切模量随孔压的变化规律(即孔压修正函数)为

$$f(u) = 0.04 + 0.96 \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_m} \right)^{0.4} \quad (8)$$

土的剪切模量随 γ 及 u 的变化可大致用图8所示的 $G-u/\sigma_c-\gamma$ 三坐标示意图表示^[1]。显然,图5中的试验平均值曲线是 $G(u, \gamma)$ 在 $G-u/\sigma_c$ 平面上的投影曲线。

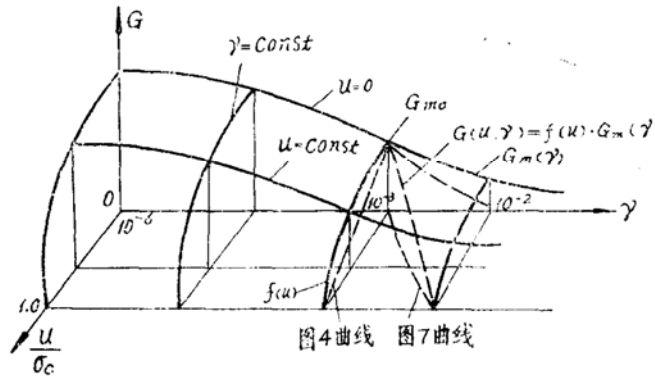


图8 $G-u/\sigma_c-\gamma$ 三坐标示意图

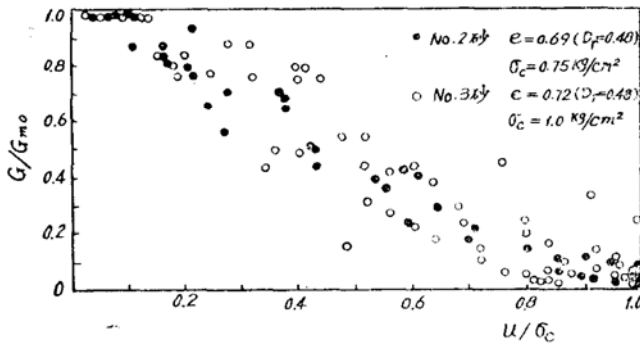


图9 $G/G_{m0}-u/\sigma_c$ 试验结果(No.2, No.3砂)

用 No.2 及 No.3 砂样进行校核试验的结果如图9所示。图10为三种砂样试验的 $G/G_{m0}-u/\sigma_c$ 算术平均值曲线。这三种砂的试验平均值是很接近的,均可用式(7)表示。图10中仅标出No.2砂的计算曲线。

比较式(8)和式(1),可见由本试验所得的计算曲线式(8)与常用的式(1)所表示的 $G-u$ 关系基本是一致的,但本文建议的式(5)更具有一般性,只要根据试验资料适当调整式中

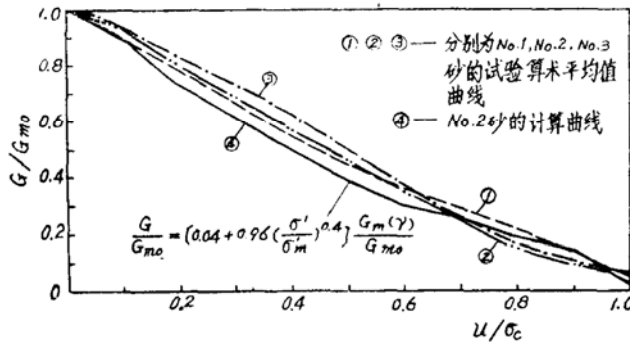


图10 $G/G_{m0}-u/\sigma_c$ 关系曲线(No.1, No.2, No.3砂)

的参数 a, b , 便可适用于不同的土性和应力条件。

(二) 孔压上升过程中的阻尼比 λ

阻尼比反映动荷作用下因土的内阻而引起的能量耗散, 由下式求出:

$$\lambda = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} \tag{9}$$

式中符号见图11(a)。当滞回圈由于残余应变影响而不完全闭合时, 分别将上半圈与下半圈的面积相加而得到 ΔW (图11(b))。

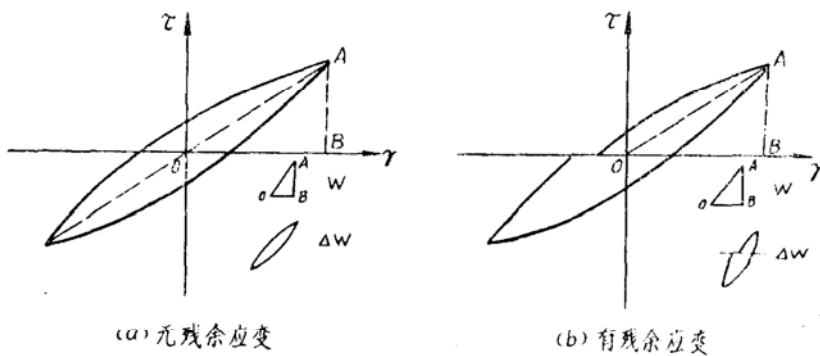


图11 土在振动下的滞回圈示意图

通常认为, 阻尼比 λ 随剪应变幅 γ 的加大而增大(图1)。对于液化过程中的饱和砂而言(图2及图12), 阻尼比的变化不仅与剪应变幅有关, 孔压上升对其有更大的影响。

图12是No.1砂阻尼比相对值 λ/λ_{m0} 与孔压比 u/σ_c 的试验结果, λ_{m0} 为孔压 $u = 0$ 时与初始剪应变幅相对应的阻尼比, 对每一试验为定值。图13标出了 No.1 砂在不同密度时试样的试验平均曲线。

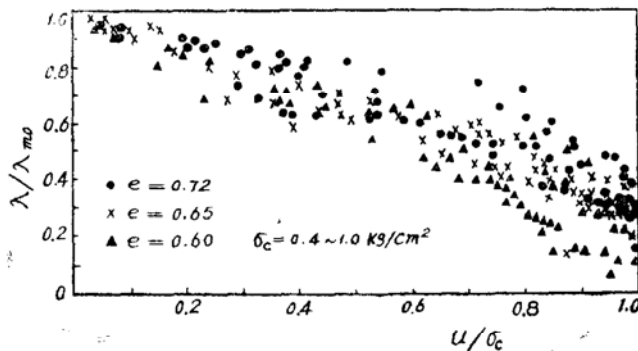


图12 $\lambda/\lambda_{m0}-u/\sigma_c$ 试验结果(No.1砂)

为了找出阻尼比随孔压变化的规律, 假定阻尼比 λ 是 u 及 γ 的可分离变量的函数, 即

$$\lambda = g(u) \cdot \lambda_m(\gamma) \tag{10}$$

式中 λ —— 当孔压为 u , 剪应变幅为 γ 时的阻尼比, 即 $\lambda(u, \gamma)$;

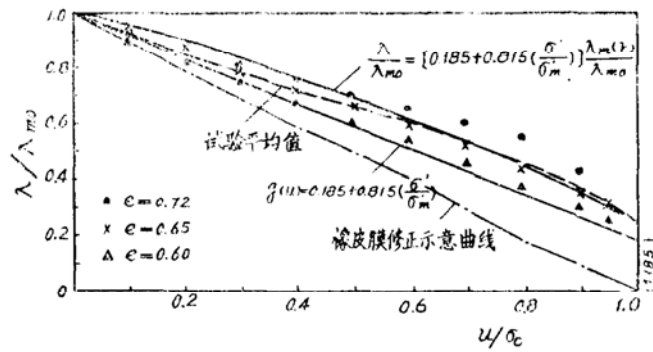


图13 $\lambda/\lambda_{m0}-u/\sigma_c$ 试验曲线与计算曲线的比较(No.1砂)

$\lambda_m(\gamma)$ ——孔压 $u = 0$ 时的阻尼比与剪应变幅关系,本文中采用西特的 $\lambda-\gamma$ 曲线作为 $\lambda_m(\gamma)$ 的典型曲线(图 1);

$g(u)$ ——阻尼比的孔压修正函数。

根据图13中的试验曲线, $g(u)$ 应满足以下边界条件: $u/\sigma_c = 0$ 时, $g(u) = 1$; $u/\sigma_c = 1$ 时, $g(u)$ 趋于某一定值 c , 因此可以假定

$$g(u) = c + (1 - c) \left(\frac{\sigma'}{\sigma_m} \right)^d \tag{11}$$

式中 c, d ——与土性有关的待定参数, 由试验确定。

参数 c 反映了在等应变幅条件下, 孔压比 $u/\sigma_c = 1$ 时的阻尼比; d 则反映了阻尼比随孔压变化的速度。

将式(11)代入式(10), 并写为无量纲形式, 则

$$\lambda/\lambda_{m0} = \left[c + (1 - c) \left(\frac{\sigma'}{\sigma_m} \right)^d \right] \frac{\lambda_m(\gamma)}{\lambda_{m0}} \tag{12}$$

式中 λ_{m0} ——与初始剪应变幅相对应的 $\lambda_m(\gamma)$ 值。

根据图13的试验平均值曲线, 得到 $c = 0.185$, $d = 1$, 代入式(12), 得

$$\lambda/\lambda_{m0} = \left[0.185 + 0.815 \left(\frac{\sigma'}{\sigma_m} \right) \right] \frac{\lambda_m(\gamma)}{\lambda_{m0}} \tag{13}$$

即
$$g(u) = 0.185 + 0.815 \left(\frac{\sigma'}{\sigma_m} \right) \tag{14}$$

式(14)就是在等应变幅情况下 $[\lambda_m(\gamma) = \lambda_{m0}]$ No.1砂的阻尼比与孔压的关系(图13)。

图14为No.2砂及No.3砂的 $\lambda/\lambda_{m0}-u/\sigma_c$ 试验结果。将图14与图12相比较, 可以看到, 三种砂的阻尼比均随着孔压比的增大而趋于减小, 但减小的速度有所不同。对No.2及No.3砂而言, 式(12)中的土性参数 $c = 0.37$, $d = 1$, 即No.2及No.3砂的 $\lambda/\lambda_{m0}-u/\sigma_c$ 曲线表达式为

$$\lambda/\lambda_{m0} = \left[0.37 + 0.63 \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_{m0}} \right) \right] \frac{\lambda_m(\psi)}{\lambda_{m0}} \quad (15)$$

由以上分析可见,饱和砂的阻尼比随着孔压的增长而降低,其阻尼比 λ/λ_{m0} -孔压比 u/σ_c 关系的一般形式可用式(11)表示,只要适当调整参数 c, d ,式(11)便可适用于不同土性和应力条件。

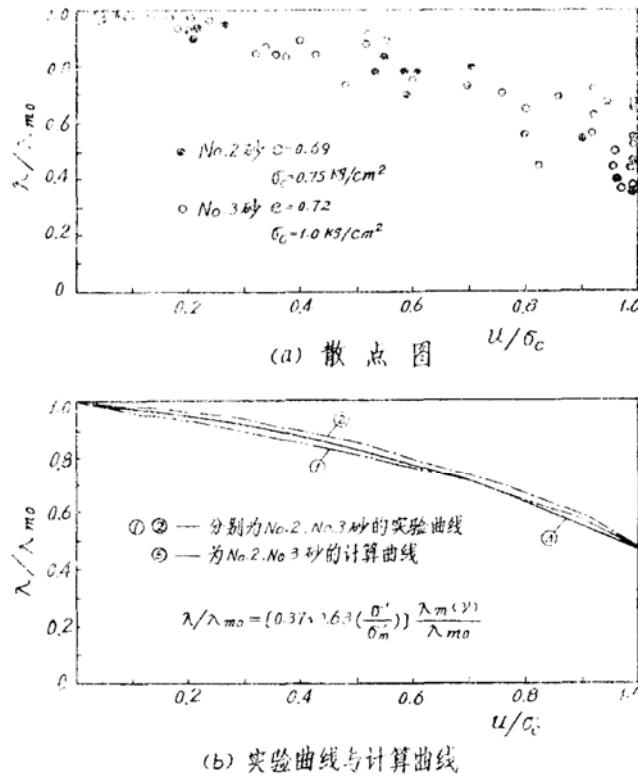


图14 $\lambda/\lambda_{m0}-u/\sigma_c$ 试验结果(No.2, No.3砂)

四、胶膜对试验结果的影响

试验中发现,当 $u/\sigma_c = 1$ 时,土样的剪模比及阻尼比不等于零(图4、图12)。笔者认为,这一现象在一定程度上反映了胶膜对土样的约束作用,以及压力室内的气体弹性对试验结果的影响。为了解胶膜对动三轴试验结果的影响,我们将胶膜充水后,用水样进行了均压条件下的动三轴试验。

图15和图16分别为不同胶膜水样的 $G-\psi$ 和 $\lambda-\psi$ 试验结果。由于水不抗剪,在低频振动下其粘滞阻尼又很小,故可以近似认为图15及图16中的水样试验得到的剪切模量和阻尼比主要反映了胶膜作用及气体弹性变形的影响。

由图15可见,对于同一胶膜,振动频率的变化(0.5~3Hz)对剪切模量值基本无影响,但不同厚度膜的剪切模量值相差较大。胶膜(1)较厚,其剪模值亦较大。此外,随着剪应变幅 ψ 的加大,剪模值略有降低。但当 $\psi > 0.015$ 时,两个胶膜的剪模值均趋于稳定。由于同一胶膜的剪切模量随剪应变幅的变化不是很大,故可近似取每个胶膜的剪切模量为一常值 G'

(如对膜(1)取 $G' = 3\text{kg/cm}^2$, 膜(2)取 $G' = 1\text{kg/cm}^2$, 即取最后稳定时的 G 值为 G')。

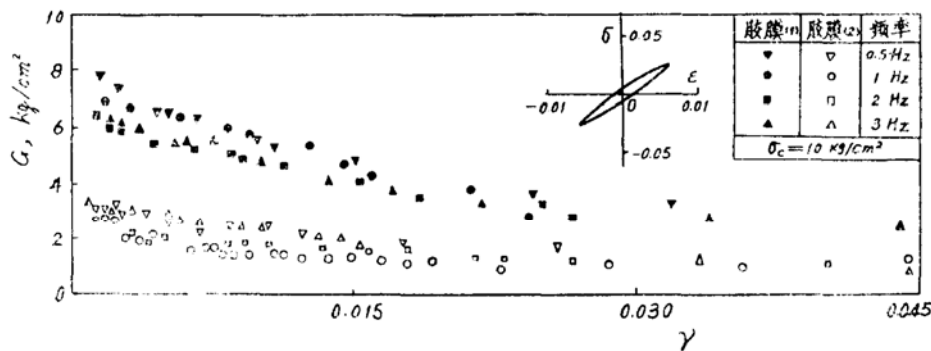


图15 不同胶膜水样的 $G-\gamma$ 试验结果

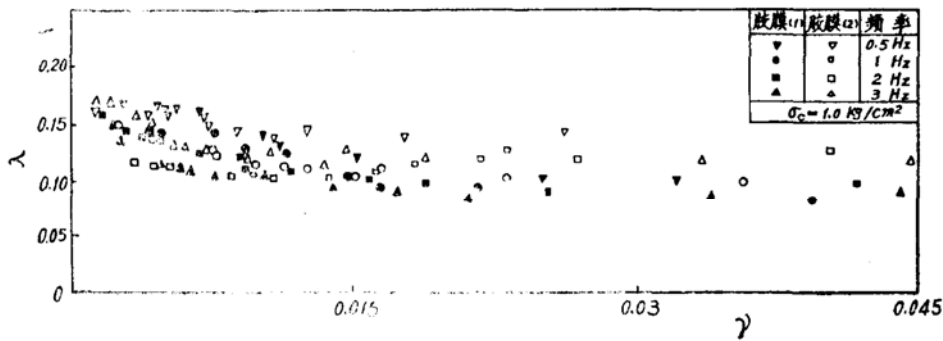


图16 不同胶膜水样的 $\lambda-\gamma$ 试验结果

当胶膜内装砂样时, 砂与膜同时受力, 类似两个并联的弹簧, 其总刚度为砂样与胶膜的刚度之和, 故可用减小动应力的方法对砂样的试验曲线进行修正。应减小的动应力 $\Delta\tau$ 为

$$\Delta\tau = G'\gamma \tag{16}$$

式中 G' ——胶膜的剪切模量。

图17为No.2砂的部分 $G/G_{m0}-u/\sigma_c$ 试验曲线修正前后的对比。图中 N_L 为液化循环数。由图可见, 随着 u/σ_c 的增大, 修正前后的 G/G_{m0} 值相差亦大; 当 $u/\sigma_c = 1$ 时, 修正后的 G/G_{m0} 值比修正前更接近零, 但仍不完全等于零。这表明饱和和砂土在液化时仍然与水有所不同, 由于砂土颗粒互相碰撞摩擦, 还使其保留很小的抗剪能力。

由图16可见, 胶膜的阻尼比随剪应变幅的变化很小。可用图18所示的方法对砂样试验所得的阻尼比进行修正。图中滞回圈 AC 为砂样的滞回圈, 其面积为 ΔW ; 滞回圈 BD 为相同剪应变幅的水样的滞回圈, 其面积为 ΔW_1 , 修正后砂土的阻尼比 λ' 可由下式计算:

$$\lambda' = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W'}{W'} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W - \Delta W_1}{\Delta OAB \text{的面积}} \tag{17}$$

式中: ΔOAB 的面积 = $\Delta OAB_1 - \Delta OBB_1 = \frac{1}{2} \sigma' \cdot \overline{OB}_1 = \frac{1}{2} (\sigma - \sigma_1) \cdot \overline{OB}_1$ 。

根据试验, No.1砂液化时未修正的阻尼比在0.06~0.16之间, 平均值约为0.1, 水样的阻尼比约为0.1左右(图16)。因此可粗略估计, 若对每次试验逐个修正, 所得液化时土的阻

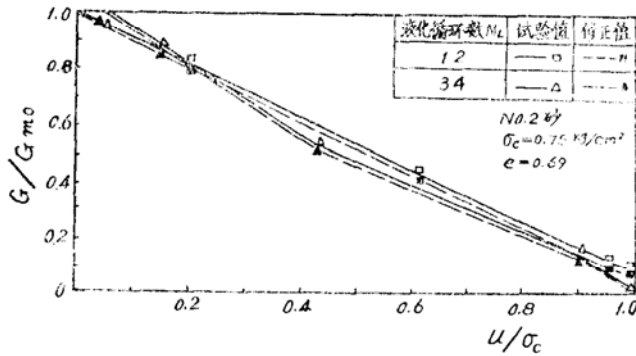


图17 胶膜对剪模影响的修正

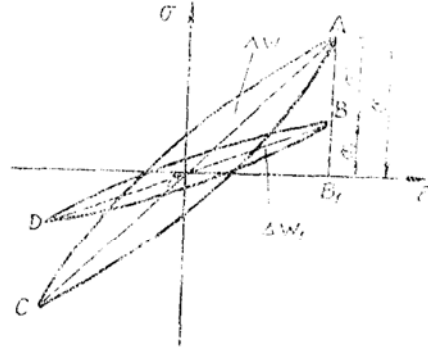


图18 胶膜对阻尼比影响的修正方法

尼比有可能是非常接近于零的。修正后的 $\lambda/\lambda_{m0}-u/\sigma_c$ 示意曲线标于图13中（由于橡皮膜质量欠佳，有的只试验一次即漏水，因此未能对每次试验逐个进行修正）。

在推导式(8)、式(14)及式(15)中的参数 a, b, c, d 时采用的是未经修正胶膜影响的试验数据。若经过修正，则 a, b, c, d 的数值可能稍有不同，但分析方法不变。

五、结 论

根据试验，对于本试验所采用的三种饱和砂样可得如下初步结论：

1. 饱和砂的剪切模量和阻尼比是剪应变幅 γ 及孔压 u 的函数。

剪切模量随着 γ 与 u 的增大而逐渐降低。在等应变幅条件下，剪切模量随孔压的变化规律一般可用指数形式，即式(5)表示。

阻尼比随着 γ 的加大而增大，又随 u 的增长而降低。在等应变幅条件下，阻尼比随孔压的变化规律一般可用式(11)表示。

2. 对于本试验所用的No.1砂样，剪切模量-孔压关系式 $f(u)$ 为

$$f(u) = 0.04 + 0.96 \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_m} \right)^{0.4};$$

阻尼比-孔压关系式 $g(u)$ 为

$$g(u) = 0.185 + 0.815 \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_m} \right).$$

3. 在考虑孔压上升对剪切模量和阻尼比的影响时，应考虑对胶膜的影响进行修正。尤其在胶膜较厚而砂样又接近液化时，不进行修正会导致不正确的结果。根据现有试验粗略估计，修正后液化时的剪切模量和阻尼比均有可能非常接近于零。

本文仅是关于孔压对饱和砂的剪切模量和阻尼比影响的初步探讨。由于动三轴试验的应变幅范围较窄，故上述结论仅限于试验所用饱和砂及剪应变幅 $\gamma = 10^{-3} \sim 10^{-2}$ 之间的情况。但笔者认为文中所提出的分析方法及定性结论将具有普遍意义。

初步的计算表明, 参数 a, b, c, d 的取值对场地地震液化反应有明显的影响, 因此进一步研究查明上述参数的变化规律及其影响是很有必要的。

本文曾得到王志良、郭佩玖等同志的热情帮助, 汪闻韶同志亦曾对本文提出过宝贵意见, 谨在此表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] Seed, H. B. and Idriss, I. M., Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis, Report No. EERC 70-10, Univ. of Calif., 1970.
- [2] Wang Zhi-liang and Wang Yuqing, Soil Model of Effective Stress for Seismic Loadings, International Conference on Recent Advance in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. II, 1981, pp. 603~606.
- [3] Finn, W. D. Liam, Byrne, P. M. and Martin, G. R., Seismic Response And Liquefaction of Sand, ASCE, Vol. 102, No. GT 8, Aug., 1976, pp. 841~856.
- [4] Hardin, B. O. and Drnevich, V. P., Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects, ASCE, Vol. 98, No. SM 6, 1972, pp. 603~624.

Influence of Pore Water Pressure on Shear Modulus and Damping Ratio of Saturated Sands

Li Wen-yang and Liu Hui-shan

(General Research Institute of Building & Construction, MMI, Beijing)

Abstract

The dynamic characteristics of three kinds of Sands were examined by means of dynamic triaxial tests. The results are summarized as follows: (1) shear modulus and damping ratio of saturated sands all decrease with the increase of pore water pressure. (2) shear modulus and damping ratio may be expressed as the functions of pore water pressure and shear-strain amplitude: $G = f(u) \cdot G_m(\gamma)$, $\lambda = g(u) \cdot \lambda_m(\gamma)$. From the test results the expressions of $G-u$ and $\lambda-u$ under the test condition are derived by separating variable. (3) the effect of sample films on test results is studied and analysed. With the effect of films modified, both shear modulus and damping ratio of the soil during liquefaction may be considered to approach zero.