

岩体承载力计算

薛玺成

(天津大学)

提 要

本文提出了考虑岩体结构面的承载力计算公式,分析了影响岩体稳定的几个重要问题,如岩体沿结构面破坏的判断依据,最危险结构面、危险结构面与缓倾角的求解等。

一、问题的提出

岩体承载力的确定,对岩体稳定和建筑物安全是很重要的。根据以往经验的总结,各部门地基规范都列举了岩体承载力取值数据表。但是,对这些数据提出的理论根据,一直没有确切的解答,目前采用的常规方法是用室内岩块单轴极限抗压强度除以几到几十的系数作为确定岩体承载力的依据。这样确定承载力的问题是:

1.它的实质是以岩块强度作为确定岩体承载力的依据,规范中按岩块强度把岩石分为坚硬、中等坚硬与软弱等级别(也有其它分法),岩块强度愈高,岩体承载力就愈大。许多工程实践证明,它们之间并不是一个简单的线性关系。当岩体中存在有软弱结构面时,这个问题就更加突出。

2.岩体承载力是由综合因素(地质的,工程的)决定的,不仅与岩体的特征和岩体强度有关,也与基础的宽度、砌置深度和受力状态等有关,而岩块强度则无法反映这些工程因素。

3.近十多年来,在解决岩体稳定问题时已普遍强调结构面的重要性,因而,在评价岩体工程时,常提出控制性结构面、最危险结构面、缓倾角等。但是,对这些概念只有定性的论述,没有定量的研究,这是与没有考虑结构面的岩体承载力计算理论直接有关,所以,研究考虑结构面条件的计算理论就成为目前解决岩体稳定问题的一个突出问题。

根据这些问题,本文提出了岩体承载力计算公式,通过对计算公式的分析讨论,解答了有关结构面的几个重要问题,在计算机上作了多种组合方案的计算,并将结果与现有规范资料进行了比较。

二、岩体极限承载力计算公式

(一)基本假设

①岩体沿结构面或不沿结构面破坏时,破坏面皆为直线;②破坏面处呈极限平衡;③建筑物荷载在地基中不扩散;④岩体破坏符合摩尔-库仑强度条件。

* 本文经陈环、清品燕、崔冠英等几位副教授审阅

(二)公式推导

按平面问题考虑,岩体中存在有两个结构面 ad 、 cd , 倾角为 α 和 β , 抗剪强度指标为 ad 面 φ_{f1} 、 c_{f1} , cd 面 φ_{f2} 、 c_{f2} , 如图 1 所示, 求解极限承载力 p_f 。

取隔离体(见图 2), 依平衡条件分析如下: 对 $\triangle bcd$

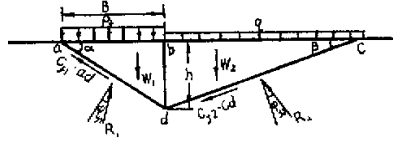


图 1 岩体受力计算图

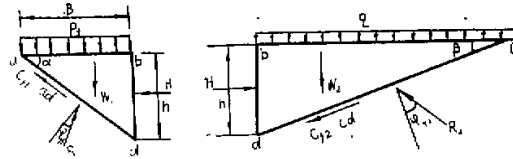


图 2 隔离体图

$\Sigma F_x = 0$, 得

$$H = c_{f2} \cdot cd \cdot \cos \beta + R_2 \cdot \cos(90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) \quad (a)$$

$\Sigma F_x = 0$, 得

$$R_2 = (q \cdot bc + w_2 + c_{f2} \cdot cd \cdot \sin \beta) / \sin(90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) \quad (b)$$

将 (b) 代入 (a) 得

$$H = c_{f2} \cdot cd \cdot \cos \beta + (q \cdot bc + w_2 + c_{f2} \cdot cd \cdot \sin \beta) \operatorname{ctg}(90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) \quad (c)$$

对 $\triangle abd$

$\Sigma F_x = 0$, 得

$$R_1 = (H + c_{f1} \cdot ad \cdot \cos \alpha) / \sin(\alpha - \varphi_{f1}) \quad (d)$$

$\Sigma F_x = 0$, 得

$$p_f = [-w_1 + c_{f1} \cdot ad \cdot \sin \alpha + R_1 \cos(\alpha - \varphi_{f1})] / B \quad (e)$$

将 (c) 式代入 (d) 式, 再将 (d) 式代入 (e) 式, 即得

$$p_f = \{-w_1 + c_{f1} \cdot ad \cdot \sin \alpha + [c_{f2} \cdot cd \cdot \cos \beta + (q \cdot bc + w_2 + c_{f2} \cdot cd \cdot \sin \beta) \times \operatorname{ctg}(90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) + c_{f1} \cdot ad \cdot \cos \alpha] \operatorname{ctg}(\alpha - \varphi_{f1})\} / B \quad (1)$$

式 (1) 中 ad , bc , cd , w_1 , w_2 等是 α , β , 岩体容重 γ 与荷载作用宽度 B 的函数, 即

$$\left. \begin{aligned} ad &= B / \cos \alpha & bc &= B \cdot \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta & cd &= B \cdot \operatorname{tg} \alpha / \sin \beta \\ w_1 &= \frac{1}{2} \gamma \cdot B^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha & w_2 &= \frac{1}{2} \gamma \cdot B^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha / \operatorname{tg} \beta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

可见, p_f 是个多元函数, 简写为

$$p_f = f(\alpha, \beta, \varphi_{f1}, c_{f1}, \varphi_{f2}, c_{f2}, B, r, q) \quad (3)$$

有些建筑物(如水坝, 挡土墙)经常受水平荷载作用, 如图 3 所示。图 1 与图 3 中的 $\triangle bcd$ 受力状态全同, 上述导出的 (a), (b), (c) 式可直接引用, 这里只需写出 $\triangle abd$ (见图 4) 的平衡方程:

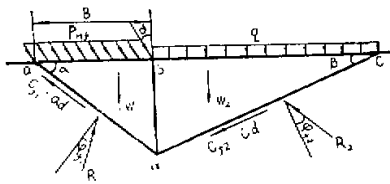


图 3 有水平荷载作用时岩体受力计算图。

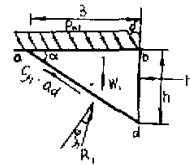


图 4 隔离体图

$\Sigma F_x = 0$, 得

$$p_{Hf} \cdot B \cdot \sin \delta - c_{f1} \cdot ad \cdot \cos \alpha - H + R_1 \cdot \sin(\alpha - \varphi_{f1}) = 0 \quad (f)$$

$\Sigma F_z = 0$, 得

$$p_{Hf} \cdot B \cdot \cos \delta + w_1 - c_{f1} \cdot ad \cdot \sin \alpha - R_1 \cos(\alpha - \varphi_{f1}) = 0 \quad (g)$$

由 (g) 式解得 R_1 代入 (f) 式, 将 (c) 式也代入 (f) 式, 整理后可得

$$p_{Hf} = p_f / B [\cos \delta + \sin \delta \operatorname{ctg}(\alpha - \varphi_{f1})] \quad (4)$$

若使 (4) 式中 $\delta = 0$, (4) 式就变为 (1) 式。

在求解 (1), (4) 两式时, 要求 $(\alpha - \varphi_{f1}) > 0$, $(90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) > 0$, 否则, 力 H 就要出现负值或静力平衡条件无法满足, 这在实践中是不可能的。

三、岩体地基破坏的形式与临界角

(一) 岩体地基破坏的形式:

根据已建的工程实例, 岩体地基破坏的基本形式可归纳为四种情况, 如图 5 所示。它们的承载力计算公式推导过程与前面类似, 现将结果抄录如下:

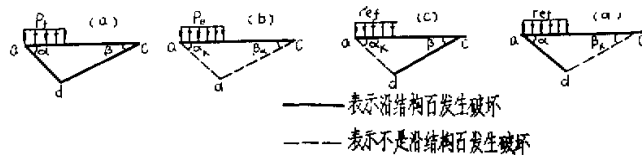


图 5 岩体破坏的几种典型情况

图5(a), 求 p_f 与 p_{Hf} 即上述的(1)、(4)式。

$$p_c = \{-w_1 + c_e a d \sin \alpha_k + [c_e c d \cos \beta_k + (q \cdot bc + w_2 + c_e c d \sin \beta_k)]^* \\ \times \operatorname{ctg}(90^\circ - \beta_k - \varphi_e) + c_e a d \cos \alpha_k\} \operatorname{ctg}(\alpha_k - \varphi_e) / B \quad (5)$$

有水平荷载作用时,

$$p_{He} = p_e / [\cos \delta + \sin \delta \operatorname{ctg}(\alpha_k - \varphi_e)] \quad (6)$$

$$p_{ef} = \{-w_1 + c_e a d \sin \alpha_k + [c_{f2} c d \cos \beta + (q \cdot bc + w_2 + c_{f2} c d \sin \beta)] \\ \times \operatorname{ctg}(90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) + c_e a d \cos \alpha_k\} \operatorname{ctg}(\alpha_k - \varphi_e) / B \quad (7)$$

$$\text{有水平荷载作用时, } p_{Hef} = p_{ef} / [\cos \delta + \sin \delta \operatorname{ctg}(\alpha_k - \varphi_e)] \quad (8)$$

$$p_{ef} = \{-w_1 + c_{f1} a d \sin \alpha + [c_e c d \cos \beta_k + (q \cdot bc + w_2 + c_e c d \sin \beta_k)] \\ \times \operatorname{ctg}(90^\circ - \beta_k - \varphi_e) + c_{f1} a d \cos \alpha\} \operatorname{ctg}(\alpha - \varphi_{f1}) / B \quad (9)$$

$$\text{有水平荷载作用时, } p_{Hef} = p_{ef} / [\cos \delta + \sin \delta \operatorname{ctg}(\alpha - \varphi_{f1})] \quad (10)$$

(二) 临界角的求解

岩体破坏并不是都沿结构面发生的, 甚至软弱结构面也不一定都是破坏面。不能把软弱结构面与危险结构面等同起来, 这是两个不同的概念。求解临界角的目的, 是为了判别岩体是否沿结构面发生破坏, 这是正确选用承载力的基础。

关于临界角的概念, 可用下式表示:

$$p_f - p_e = 0 \quad (11)$$

它的物理意义是: 当结构面倾角 α 、 β 变化到某个特定值时使所求的 p_f 值恰好与 p_e 相等, 这个特定的 α 、 β 值就是临界角。

求解方程(11)时, 需将上述的方程(1)、(5)代入(11)式, 因方程较繁, 不再写出。值得指出的是方程(11)是个超越方程, 不能用初等运算求解, 笔者在计算机上用迭代法求解, 当达到确定的精度时, 宽行打印机就输出结果。

下面用具体算例加以说明, 某工程砂岩的实测数据为 $\varphi_e = 38.2^\circ$, $c_e = 0$, 结构面的 $\varphi_{f1} = \varphi_{f2} = 24^\circ$, $c_{f1} = c_{f2} = 0$, $B = 1000\text{cm}$, $r = 0.0025\text{kg/cm}^3$, $q = 0.3\text{kg/cm}^2$, 求临界角 α_{kp} 与 β_{kp} 。

由(5)式求得 $p_e = 40.58\text{kg/cm}^2$, 绘于图6、7中为AB直线。

为了求 α_{kp} 与 β_{kp} , 用(11)式作下面两种情况的计算:

1. 取 $\alpha = 70^\circ$, 将 β 从 $5^\circ \sim 70^\circ$ 按一定步长作计算, 因其它条件已确定, 所以 $p_f = f(\beta)$, 将不同的 β 值代入求得的 p_f 值描绘于图6中得 $L101'M$ 曲线, 它与AB线相交于 $1, 1'$ 两点,

*式中的 α_k, β_k 见后面最危险结构面求解。

这两点对应在横座标上的 β 角为: $\beta_{kp1} = 8.0^\circ$, $\beta_{kp2} = 57.0^\circ$, 此即为 $\alpha = 70^\circ$ 时的 β 角临界值。当变化 α 时, 可求得不同的 β 角临界值。

由图 6 可以看出: 当 $\beta \leq \beta_{kp1}$ 或 $\beta \geq \beta_{kp2}$ 时, 不会沿结构面发生破坏; 当 $\beta_{kp1} < \beta < \beta_{kp2}$ 才沿结构面发生破坏, 因为 $p_f < p_e$ 。

2. 同理取 $\beta = 10^\circ$, α 从 $5^\circ \sim 70^\circ$ 按一定步长作计算, 可得图 7 中的 $L101'$ 曲线, 它与 AB 线的交点为 $1, 1'$, 求得 $\alpha_{kp1} = 28^\circ$, $\alpha_{kp2} = 73^\circ$ 。

当 $\alpha \leq \alpha_{kp1}$ 或 $\alpha \geq \alpha_{kp2}$ 时, 不会沿结构面发生破坏; 当 $\alpha_{kp1} < \alpha < \alpha_{kp2}$ 时, 沿结构面发生破坏, 因为 $p_f < p_e$ 。

通过以上讨论可以看出: ①岩体是否沿结构面破坏决定于临界角值。②它的实际意义是, 不能认为沿结构面计算的承载力是最小值, 应当求 p_e 值去校核, 这样做才是安全合理的。

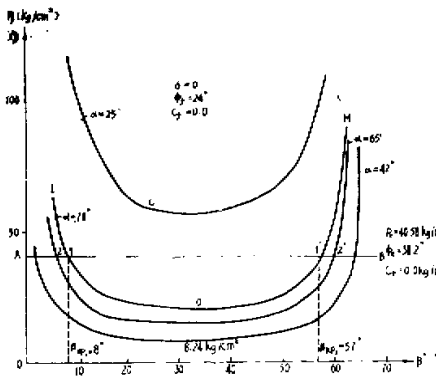


图 6 $\beta-p_f$ 关系曲线

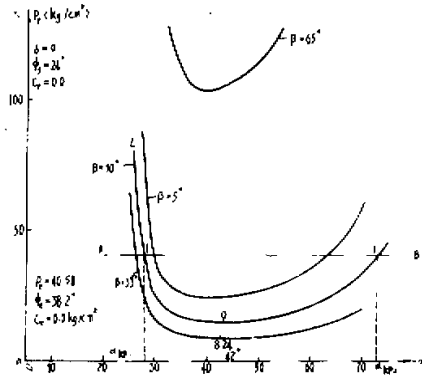


图 7 $p_f-\alpha$ 关系曲线

四、最危险结构面与危险结构面(缓倾角)

(一) 最危险结构面

最危险结构面是指: 相应于承载力最小的结构面位置。将(1)式分别对 α 和 β 求导数, 取极值, 则

$$\frac{\partial p_f}{\partial \alpha} = 0 \tag{h}$$

$$\frac{\partial p_f}{\partial \beta} = 0 \tag{i}$$

对(h), (i)两式求解, 即得最危险结构面倾角 α_k 和 β_k 。为求解方便, 令 $c_{f1} = c_{f2} = 0$, $q = 0$, 方程(1)简化为

$$p_f = -\frac{1}{2} r B \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} r B \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} (90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) \operatorname{ctg} (\alpha - \varphi_{f1})$$

$$\frac{\partial p_f}{\partial \beta} = \frac{1}{2} r B \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg} (\alpha - \varphi_{f1}) [-\operatorname{csc}^2 \beta \operatorname{ctg} (90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) + \operatorname{ctg} \beta \operatorname{csc}^2 (90^\circ - \beta - \varphi_{f2})] = 0$$

由题解要求 $\alpha > \varphi_{f1}$ 与 $(\alpha - \varphi_{f1}) < 90^\circ$, 从而得

$$\operatorname{csc}^2 \beta \operatorname{ctg} (90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) = \operatorname{ctg} \beta \operatorname{csc}^2 (90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) \quad (j)$$

$$(j) \text{ 式的解是: } \beta_k = 45^\circ - \varphi_{f2} / 2 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_f}{\partial \alpha} = & -\frac{1}{2} r B \sec^2 \alpha + \frac{1}{2} r B \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} (90^\circ - \beta - \varphi_{f2}) [2 \operatorname{tg} \alpha \sec^2 \alpha \\ & \times \operatorname{ctg} (\alpha - \varphi_{f1}) - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{csc}^2 (\alpha - \varphi_{f1})] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

方程式(13)也是超越方程, 在计算机上用迭代法求解(精度为3%), 求解结果列于表1。

表1 最危险结构面倾角 α_k 与 β_k 值

φ_f°	9	11	14	17	20	22	24	27	29	31	备注
α_k°	24.8	27.7	32	35.4	38.8	41	43	46	48	50	$\delta = 0^\circ$
α_k°	5	10	15	18	24	28	30	33	36	38	$\delta = 10^\circ$
α_k°	/	/	/	/	/	/	15	20	24	26	$\delta = 20^\circ$
β_k°	40.5	39.5	38	36.5	35	34	33	31.5	30.5	29.5	

为实际应用方便, 将 α_k 绘制成曲线, α_k 可近似用线性方程表示:

$$\left. \begin{aligned} \delta = 0^\circ & \quad \alpha_k = \varphi_f + 19 \\ \delta = 10^\circ & \quad \alpha_k = 1.34(\varphi_f - 5.3) + 4 \\ \delta = 20^\circ & \quad \alpha_k = 1.57(\varphi_f - 17) + 4 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

结论: ① β_k 由(12)式计算, 它只与 φ_f 有关; ② α_k 用(14)式计算, 它是 δ 与 φ_f 的函数; ③ 对不是沿结构面破坏的岩体求 α_k 与 β_k 时, (12)式和(14)式同样适用, 只需将 φ_f 换成 φ_r 即可。

(二) 危险结构面(缓倾角)

最危险结构面对应于最小承载力。危险结构面对应于接近最小承载力。在图6、7中绘出了 α , β 与 p_f 的关系曲线, 这些曲线呈明显的U(或非对称的U字)字形, 这就说明, 当结构面倾角在最危险结构面附近一定范围内变化时, 岩体承载力虽有所提高, 但提高的很小, 对应于这些倾角范围值, 对岩体稳定都是不利的, 我们把这个范围值叫危险结构面, 用 α_k' 和 β_k' 表示。

根据图6与图7中的U字形特征, 我们暂提出以承载力值较最小承载力值提高10%范围内相应的结构面倾角为危险结构面, 这样我们就可得到

$$\beta_k' = \beta_k \pm 10^\circ \sim 13^\circ \tag{15}$$

$$\alpha_k' = \alpha_k \begin{cases} +8^\circ \sim 10^\circ \\ -7^\circ \sim 8^\circ \end{cases} \tag{16}$$

现在再分析工程上习用的缓倾角概念。根据缓倾角概念，可能会认为当结构面倾角较缓时对岩体稳定不利，这实际上是一种误解。从上面分析可知，危险结构面并不一定是缓倾角，甚至可达 $40^\circ \sim 50^\circ$ ，因此，建议废弃“缓倾角”一词，代之以“危险结构面”。

五、计算成果与规范资料的比较

在进行比较之前，应当强调指出，下面列举的计算成果是按本文公式(5)计算的 P_c 值，这个承载力值与现有规范资料有可比性。考虑结构面的岩体承载力计算值与现有规范资料无可比性，原因是明显的。

计算中采用的抗剪强度指标，见表2，3。

表2 岩体抗剪强度指标

$\varphi_c,^\circ$	22	24	27	29	31	33	35	37	39	42
$c_c(\text{kg/cm}^2)$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

表3 岩体抗剪强度指标

$\varphi_c,^\circ$	20	22	24	27	29	31	33	35	37	39	42
$c_c(\text{kg/cm}^2)$	0.0	0.0	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.5	0.5	0.5	0.5

注： 本表指标的选取参考了下列资料：
水利水电工程岩石力学性质参考数据汇编(初稿)，长江流域规划办公室水利水电科学
研究院，1972年8月。

表2中的指标，来源于国内外50多个大坝设计采用指标值，同时参阅了部分试验资料的建议设计采用值，它的取值范围可包括各种类型的岩体。考虑到工业与民用建筑的特点，将表2适当修正给出表3。

工业与民用建筑地基设计规范中的岩石类土允许承载力[R]值见表4。

表4 岩石类土允许承载力[R](t/m²)

岩石风化类型	微风化	中等风化	强风化
硬质岩石	≥ 400	150~250	50~100
软质岩石	150~200	70~120	20~50

注： 摘自工业与民用建筑规范。

表5 用本文公式计算成果($\delta = 0$)

φ_f (°)	20	22	24	27	29	31	33	35	37	39	42
c_e (kg/cm ²)	0.0	0.0	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.5	0.5	0.5	0.5
p_s (kg/cm ²)	2.38	2.92	6.14	7.70	10.59	12.33	14.43	20.09	24.70	29.13	38.02

注: $B = 300\text{cm}$, $\gamma = 0.0025\text{kg/cm}^3$, $q = 0.25\text{kg/cm}^2$

由表4与表5比较可以看出,两者取值范围几乎相等。

考虑到水工建筑物的特点,改变计算条件,取 $B = 1000\text{cm}$, $q = 0.5\text{kg/cm}^2$, $\gamma = 0.0025\text{kg/cm}^3$,将计算结果与国外有关资料进行了比较,也颇为近似,如苏联坝基岩石允许应力取值范围为 $8 \sim 60\text{kg/cm}^2$,我们用表2抗剪强度指标,计算结果为 $7.79 \sim 68.71\text{kg/cm}^2$ 。

六、结 论

1.根据极限平衡理论推导出岩体承载力计算公式,能够反映岩体的工程地质特征(特别是结构面)与工程因素,因而它比靠经验取值合理。

2.本文讨论了在解决岩体稳定问题时有关结构面的几个重要问题,这就是:

临界角是判别岩体是否沿结构面破坏的判据,它是安全合理地选用承载力的基础;

最危险结构面, $\beta_k = 45^\circ - \varphi_f/2$ 它只与结构面的 φ_f 有关; α_k 不仅与结构面的 φ_f 有关,而且与受力方向 δ 有关。 $\delta = 0$ 时, $\alpha_k = \varphi_f + 19$; $\delta = 10^\circ$ 时, $\alpha_k = 1.34(\varphi_f - 5.3) + 4$; $\delta = 20^\circ$ 时, $\alpha_k = 1.57(\varphi_f - 17) + 4$;

$$\text{危险结构面, } \beta_k' = \beta_k \pm 10 \sim 13^\circ, \quad \alpha_k' = \alpha_k \begin{cases} +8^\circ \sim 10^\circ \\ -7^\circ \sim 8^\circ \end{cases}$$

3.将计算结果与现有的规范资料进行了比较,成果近似,说明计算理论与实践的一致性。

符 号

P_e ——垂直荷载作用下,岩体承载力值(kg/cm²);

P_f ——垂直荷载作用下,沿结构面破坏的岩体承载力值(kg/cm²);

P_{ef} ——垂直荷载作用下,部分沿结构面破坏的岩体承载力值(kg/cm²);

P_{He} ——有水平荷载作用时,岩体承载力值(kg/cm²);

P_{Hf} ——有水平荷载作用时,沿结构面破坏的岩体承载力值(kg/cm²);

P_{Hef} ——有水平荷载作用时,部分沿结构面破坏的岩体承载力值(kg/cm²);

δ ——荷载与垂线之间夹角(度);

φ_e ——岩体内摩擦角*(度);

c_e ——岩体内聚力(kg/cm²);

φ_f ——结构面内摩擦角(度);

c_f ——结构面内聚力(kg/cm²);

α, β ——结构面倾角;

*本文所指的岩体强度指标 φ, c 除注明者外,均指结构体与结构面共同起作用的强度指标,而非指结构面强度指标。

- α_k, β_k ——最危险结构面倾角;
 α_k', β_k' ——危险结构面倾角(缓倾角);
 B ——基础宽度(cm);
 γ ——岩体容重(kg/cm^3);
 q ——边载值(或由基础埋深引起的)(kg/cm^2)。

参 考 文 献

- [1] 潘家铮, 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析, 水利出版社, 1980年6月。
[2] Jaeger, C., Rock mechanics and Engineering, Cambridge University Press, 1972。
[3] 国家建委建筑科学研究院, 工业与民用建筑地基设计规范, 1973年。

The Calculation of Bearing Capacity of Rock Mass

Xue Xi-cheng

(Tianjin University)

Abstract

This paper gives the formulas for calculating the bearing capacity considering the structural planes of rock mass and analyzes some important problems influencing the stability of rock mass, such as, the criterion of whether the rock mass being wrecked along the structural plane, the solution for the most dangerous structural plane, the dangerous-planes and the slightly-inclined angle.