

破裂岩石力学模型探讨*

刘宝琛 颜荣贵

(冶金工业部长沙矿冶研究所)

提 要

岩体是被地质构造弱面切割的地质体。它的特征是不连续、不均质和各向异性。用完整岩石试件在常规压力机上所获得的试验结果，不能很好地代表岩体的工程性质。但是，利用刚性很大的压力机对完整及破裂岩石作试验所获得的应力-应变全过程的后部份，以及循环加载-卸载曲线，在力学性质及破裂发展过程等方面，都与工程岩体十分相似。本文根据作者对多种岩石获得的应力-应变全图及循环加载-卸载试验结果，提出两种变参数单元模型，即变弹性模量的虎克体和变屈服极限的圣维南体，并由此而组成四种模拟破裂岩石的力学模型，导出相应的本构方程。根据岩石应力-应变全过程的试验结果，可以求出本构方程中的有关参数。通过模型与试验结果的对比，证明了模型的可用性，为今后讨论破裂岩体的稳定性及其支护分析提供了参考模型。

一、前 言

工程岩体是小规模的地质体，它由岩石及各种地质构造弱面所组成。结构面的规模、密度及其空间分布特征是岩体力学性质的决定性因素之一。在地质构造应力场的长期作用下形成的天然岩体，都具有一组或几组裂隙。在力学性质和破坏形态方面，都与实验室室内岩石样品单轴及三轴试验的应力-应变相似。应力-应变曲线的全过程相似于宏观破裂岩体的应力-应变全过程。破裂岩体的力学性质及强度取决于岩体破裂发展的程度。因此，可以用岩石样品的多循环加载卸载试验获得的应力-应变全图，来模拟研究破裂岩体的力学性质，以期模拟现场不连续弱面岩体的力学行为，以便对地下工程、坝基工程、边坡工程提出切实可行的，反映岩体结构特征的力学参数。

二、岩石的应力-应变全过程分析

根据多种岩石单轴压缩加载、卸载循环试验的应力-应变全过程，可以绘制出如图1所示的理想化曲线。在此曲线上，可以找出特征点O, A, B, C, D, E, G等。以这些特征点为界，可以把应力-应变全过程划分为几个具有不同特征的阶段。

OA——非线性压密过程。在此阶段，存在于岩石试件内部的天然缺陷（裂纹、孔隙等），在外载作用下逐渐闭合，试件表观刚度逐渐增大。

*参加本试验工作的还有长沙矿冶研究所岩石力学实验室的全体同志。

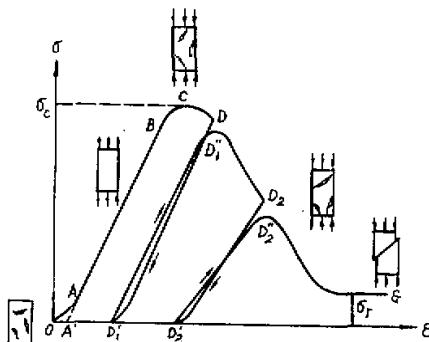


图 1 岩石应力-应变全图

AB——线性弹性过程。应变与应力成正比，试件的刚度保持不变。若在*OAB*段内任意一点卸载，则得残余应变*OA'*，即被压闭合的裂隙不能完全恢复原状。因此，再加载时试件初始刚度会有所增加。

BC——裂纹发展过程。*B*点的应力为线弹性极限，实际上*B*点较难明确确定，*B*点应为*AB*直线与*BC*曲线的切交点。过*B*点以后（或在*B*点前后），沿岩石试件内的原生裂纹的端部，因裂隙面的剪切运动而引起裂纹的稳定扩展。此过程延续到临界能释放点。之后，开始了裂纹的不稳定传播，直到*C*点。

CD——非线性破坏过程。岩石的应力达到屈服极限 σ_c 以后就进入了破裂过程。在*CD*段内，试件刚度为负值，随变形增长载荷下降。

DE——线性破坏过程。在此阶段内变形模量保持不变、但仍为负值。

EG——残余荷载曲线。在岩石试件破裂面的角度较小时，有残余强度存在，也有些岩石不存在残余强度。

综合上述，在岩石应力-应变全部过程中，岩石分别处于三种状态：含有隐裂隙的完整岩石状态(*OA*及*AB*段)，破裂发展状态(*BC*段)，破裂岩石状态(*CD*, *DE*及*EG*段)。

岩石试件应力超过 σ_c 以后，岩石进入破裂状态。由裂纹非稳定发展导致破裂蔓延、开裂增大、变形位移增大。岩石试件为一系列硬性破坏面所切割，或成块状，或成镶嵌状。试件强度受这些硬性破坏面发育程度的控制。随变形增长，硬性破坏面增多，岩石强度降低。在现场，破裂结构岩体的强度随节理、裂隙的发育程度而下降，它可以用岩石室内试验来模拟。

在岩石的应力-应变曲线*C*点以后的*D*点卸载，应力-应变关系如*DD'*所示，出现较大的残余变形*OD1'*。从而证实了卸载前破裂岩石的变形是由硬性破坏面的滑移变形及被裂隙面切割的岩块变形两部份组成。前者为不可逆变形，后者主要为可恢复变形。*CE*曲线上不同的点，代表岩石不同的破裂程度，而曲线*D1'D1''EG*及*D2'D2''EG*代表不同破裂程度岩石的应力-应变全过程。

综上所述，从岩石应力-应变全过程分析可以看出：当试件处于完整状态的*OAB*段时，它可以模拟现场无明显裂隙的完整岩体的力学性能。当试件处于破裂状态 *CDEG* 时，其变形机制及破坏规律可以模拟现场不连续岩体的力学性能。因此，可以通过岩石不同等级载荷的循环试验的应力-应变全图求取供工程设计参考的力学参数。

图1中, 曲线 $D'_1D''_1EG$ 就是具有一定裂隙的岩石的应力-应变全过程。在加载阶段 $D'_1D''_1$ 中, 岩石裂隙保持其原来状态而没有发展, 应力-应变基本上成直线关系。应力达到屈服极限 $\sigma_{D_1''}$ 以后, 岩石发生新的裂隙, 承载能力随变形增加而下降。

三、试验系统、观测方法及试验类型

(一) 刚性试验系统

刚性加载是把岩石试件安装在用四根平行钢柱组成的刚性元件中来实现。四根钢柱总面积 88cm^2 , 总刚度 $4.4 \times 10^6\text{kg/cm}$, 最大允许位移 0.72mm , 最大承载力 317t 、压力机最大输出载荷 500t 。这套平行钢柱适用于高宽比为 $2:1$, 宽度 $\leq 10\text{cm}$, $E_c \leq 0.8 \times 10^8\text{kg/cm}^2$, $\sigma_c \leq 2000\text{kg/cm}^2$ 的一切岩石试件。

(二) 观测方法

使用电阻应变片型岩石载荷传感器及弯曲钢片型电阻片纵向位移传感器, 接 $Y5D-2$ 型动态电阻应变仪(图2), 再利用 $X-Y$ 函数记录仪记录载荷-位移曲线, 并由此绘制岩石的纵向应力-应变全图。

(三) 试验类型

1. 应力-应变全过程试验 以控制岩石纵向应变速率的方法加轴向载荷, 测得岩石载荷-位移曲线。
2. 加载、卸载循环压缩试验 当应力达到 σ_c 以后, $\sigma - \varepsilon$ 曲线开始下降, 岩石处于破裂状态。此时, 卸载至近于零值, 再重新加载, 得到载荷-位移全过程及破裂岩石的一系列卸载、加载循环曲线。
3. 残余强度参数试验 在岩石破裂面角度较小的情况下, $\sigma - \varepsilon$ 曲线不与横轴相交。此时, 可以利用残余强度求算岩石破裂状态下的相应的粘结力及内摩擦角。
4. 三轴压缩加载、卸载循环试验 用轴压为 500t 、侧向最大应力为 1500kg/cm^2 的三轴试验机, 在不同的侧向应力条件下, 作轴向加载、卸载循环试验, 测得 $\sigma - \varepsilon$ 曲线。

四、试验结果分析

曾使用砂岩、红色砂岩、煤、大理岩、石英片岩、蚀变千枚岩、绿泥岩、花岗岩及橄榄岩等, 作了单轴加载及卸载循环试验, 以及侧向应力为 200kg/cm^2 、 800kg/cm^2 的三轴加载及卸载循环试验。由试验获得的曲线示于图3至图13(每一种岩石作三个以上试验)。

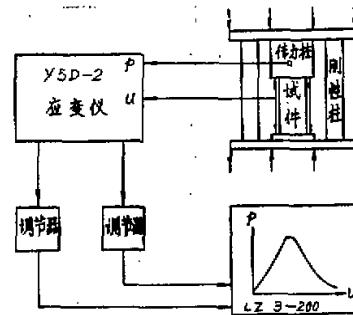
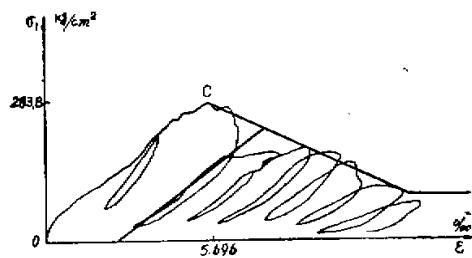
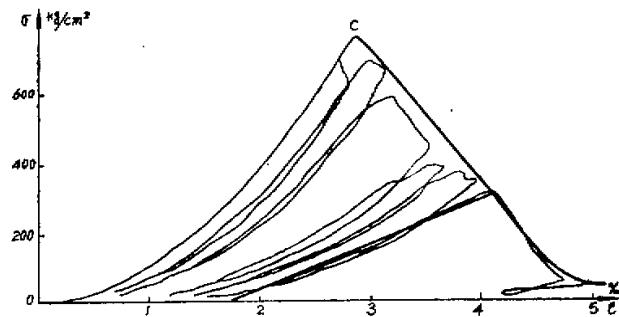
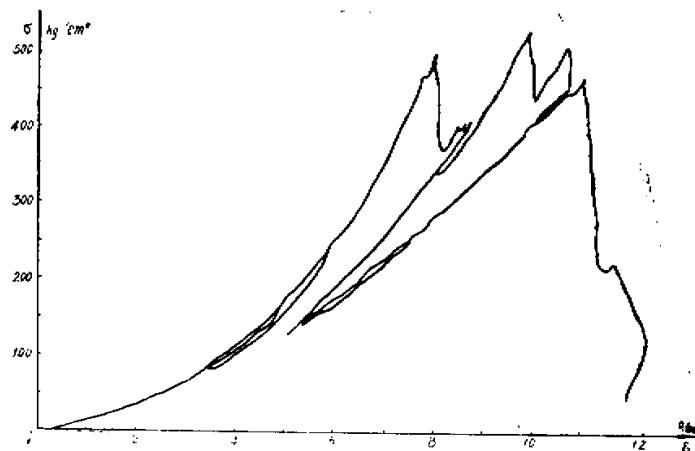
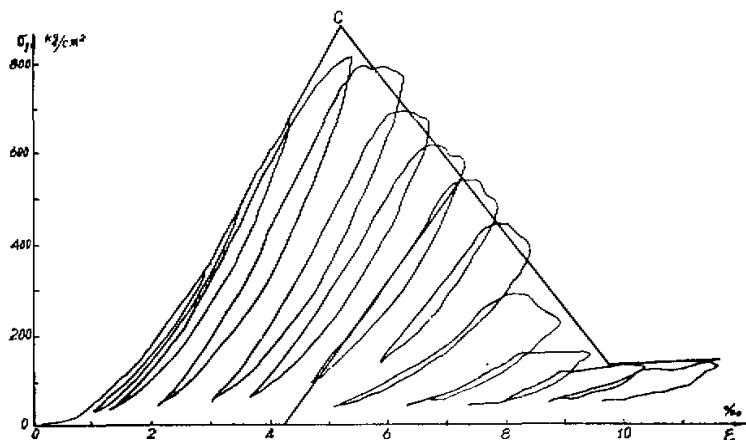
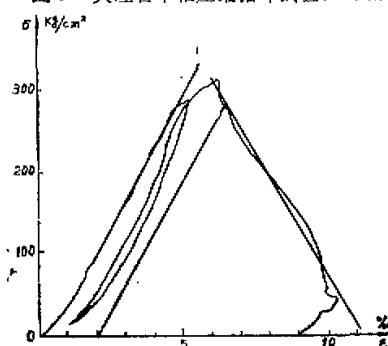
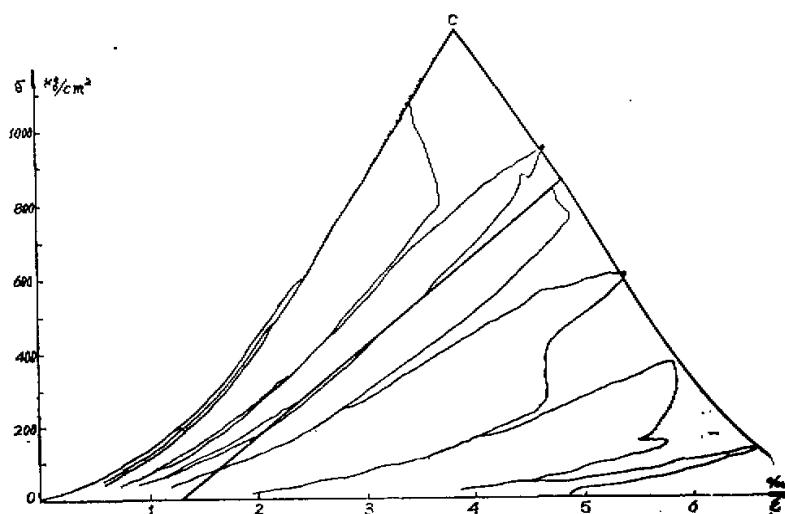
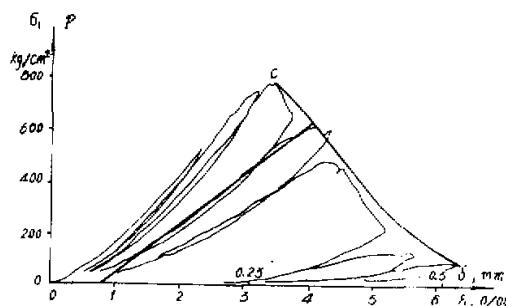
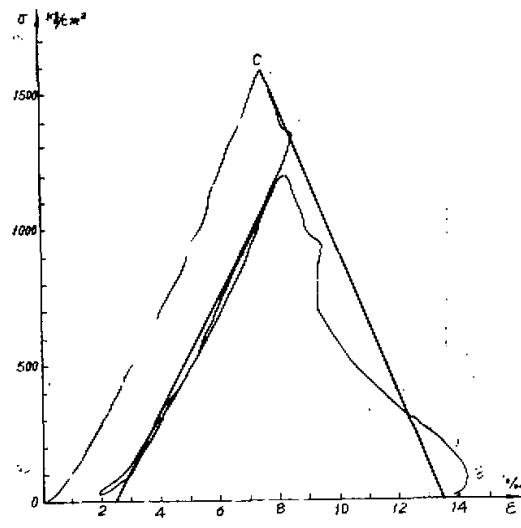
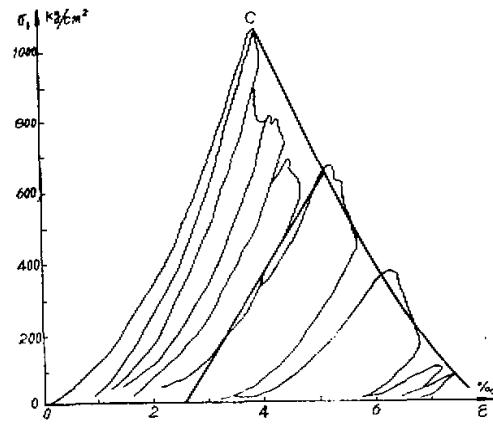
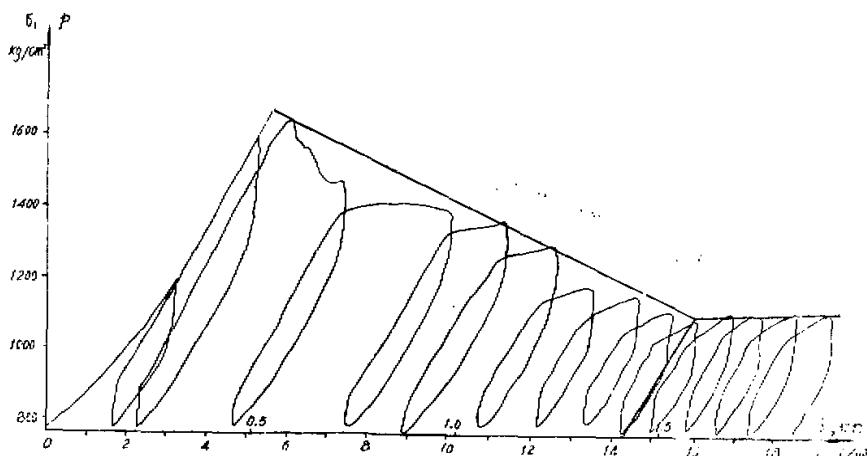
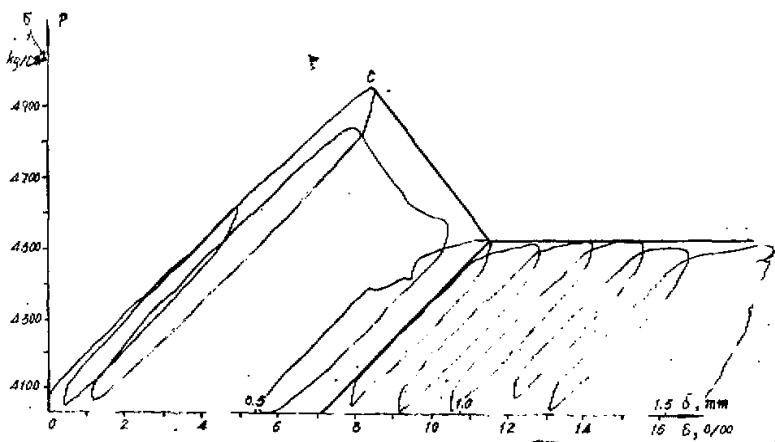


图2 试验系统方框图

图 3 砂岩单轴压缩循环试验 σ - ϵ 曲线图 4 红色砂岩单轴压缩循环试验 σ - ϵ 曲线图 5 煤单轴压缩循环试验 σ - ϵ 曲线

图6 大理岩单轴压缩循环试验 σ - ε 曲线图7 石英片岩单轴压缩循环试验 σ - ε 曲线图8 体变千枚岩单轴压缩循环试验 σ - ε 曲线

图9 $\phi = 20^\circ$ 绿泥岩单轴循环试验 σ - ϵ 曲线图10 花岗岩单轴压缩循环试验 σ - ϵ 曲线图11 橄榄岩单轴压缩循环试验 σ - ϵ 曲线

图12 $\phi = 40^\circ$ 三轴疲劳循环试验 p - δ 曲线图13 $\phi = 30^\circ$ 三轴疲劳循环试验 p - δ 曲线

由以上各图可以计算出完整岩石的屈服极限 σ_c 、屈服应变 ε_c 、弹性模量 E_c 及破裂岩石的弹性变化系数 η 、屈服限变化系数 λ 、残余强度 σ_d 等参数，这些参数一并列入表 1 中。

综合各种岩石的试验结果，可以把应力-应变曲线划分为四类，各类曲线特点如下：

(一) 第Ⅰ类全圆曲线

1. 不同破裂程度($CDEG$ 线上)岩石卸载及再加载的变形模量基本不变化，并与初次加载时岩石的弹模近似。
2. 破裂发展过程曲线 CDE 近似为一直线。破裂岩石的屈服极限随残余变形增大而降低。

表 1

岩种	试验条件	σ_c kg/cm ²	ε_c $\times 10^3 \mu\epsilon$	E_c $\times 10^5 \text{kg/cm}^2$	λ $\times 10^5 \text{kg/cm}^2$	η $\times 10^8 \text{kg/cm}^2$	σ_d kg/cm ²
绿泥岩	单轴	790.8	3.593	2.7097	1.0065	1.5524	0
红色砂岩	单轴	805.1	2.943	4.2004	1.0007	1.1484	53.28
蚀变千枚岩	单轴	1340.8	3.814	5.0078	1.1294	1.3829	0
橄榄岩	单轴	1072.6	3.952	4.0785	0.5812	0.5901	0
砂岩	单轴	283.8	5.696	0.4982	0.3636	0	94.6
大理岩	单轴	885	4.867	2.1466	0.4963	0.2370	116
石英片岩	单轴	336.2	5.874	0.6311	0.4343	0	0
花岗岩	单轴	1610.0	7.811	2.0897	0.5713	0	0
绿泥岩	三轴 $\sigma_3 = 200 \text{kg/cm}^2$	1648	5.687	1.9290	0.1337	0	1094
绿泥岩	三轴 $\sigma_3 = 800 \text{kg/cm}^2$	4964	8.886	1.0848	0.1063	0	4520

3.没有残余强度。石英片岩、花岗岩属此类型。

(二)第Ⅱ类全图曲线

特点与第Ⅰ类相同，只是存在残余强度。大理岩、砂岩属此类型。

(三)第Ⅲ类全图曲线

1.不同破裂程度岩石卸载及再加载的变形模量逐次减少，并小于初次加载时岩石的弹性模量。

2.破裂发展过程CDE为一曲线。

3.没有残余强度。绿泥岩、蚀变千枚岩、橄榄岩属此类。

(四)第Ⅳ类全图曲线

特点与第Ⅲ类相同，只是存在残余强度。红色砂岩属此类。

五、破裂岩石的力学模型

(一)变参量单元模型

为了模拟破裂岩石应力-应变关系，以及获得它的本构方程，只利用现有的三种线性单元模型是不够的。为此，提出两种变参量单元模型。

1.变弹性模量虎克体

以图14所示符号表示。在岩石处于完整状态时($\sigma \leq \sigma_c$)，岩石呈线性弹性，弹模为一常数 E_c 。

$$\sigma \leq \sigma_c,$$

$$E = E_c = \text{const}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (1)$$

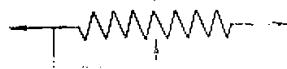


图14 变模量虎克体

在应力达到 σ_c 之后, 对于岩石破裂状态的某一点, 可以认为卸载及再加载沿同一途径, 变形模量也是一个常数。对于不同的破裂状态, 变形模量与相对残余应变 $(\varepsilon - \varepsilon_c)/\varepsilon_c$ 成线性关系, 因此采用一种特殊的非线性模型, 即

$$\varepsilon > \varepsilon_c,$$

$$E = E_c \left(1 - \eta \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_c} \right) = E_c \left(1 - \eta \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} \right) \quad (2)$$

式中 E_c , E ——完整及破裂岩石的变形模量;
 ε_1 , ε_2 ——可恢复及不可恢复(残余)应变;
 η ——破裂岩石变形模量变化系数。

2. 变屈服极限圣维南体

以图15所示符号表示。在应力达到初始屈服极限 σ_c 以后, 屈服极限随应变增加而变化。屈服极限随应变增加而减小的称为递减型(软化); 屈服限随应变增加而增大的称为递增型(硬化), 屈服限为一常数的称为理想塑性(图16)。



图15 变屈服极限圣维南体

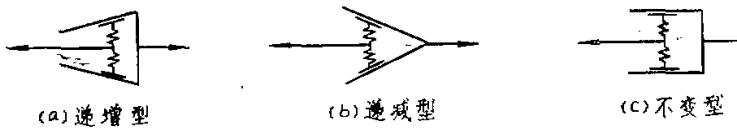


图16 变屈服极限圣维南体

变屈服极限圣维南体的本构方程为

当 $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 > \varepsilon_c$ 时,

$$\sigma' = \sigma_c \left(1 - \lambda \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_c} \right) = \sigma_c \left(1 - \lambda \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} \right) \quad (3)$$

式中 σ' ——破裂岩石的屈服极限;
 λ ——屈服极限变化系数。

(二) 变参数单元模型的组合

利用上述两种变参数单元模型的组合, 可以获得与试验结果很相近的几种模型。

1. I类模型

由虎克体及变屈服限圣维南体串联组成(图17)。

曲线的oc段为完整岩石的线弹性段。在c点以后，随应变增加、残余变形增大，屈服限下降。由公式(3)可得

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_c}{\lambda} \left(1 - \frac{\sigma'}{\sigma_c} \right) \quad (4)$$

由公式(1)得

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E} \quad (5)$$

破裂岩石的总应变为

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{E} \left(1 - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{\varepsilon_c}{\lambda} \quad (6)$$

当 $\sigma = \sigma_c$ 时, $\varepsilon = \varepsilon_c$

当 $\sigma \rightarrow 0$ ($\sigma \rightarrow \sigma_c \rightarrow 0$) 时, $\varepsilon \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\lambda}$

分析公式(6), 有下列各种情况

(1) 当 $\lambda = 1$, 则 $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_c$, 过屈服限以后的曲线为铅垂线ca(图18)。

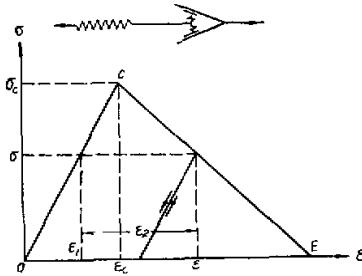


图17 I类模型及其σ-ε曲线

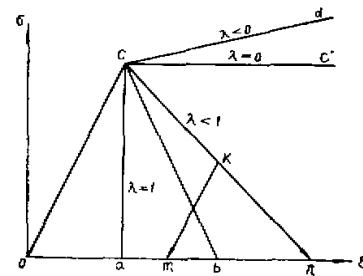


图18 I类模型的子模型

(2) $0 < \lambda < 1$, $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 > \varepsilon_c$, 破裂岩石沿cb线发展。

(3) $\lambda = 0$, $\sigma = \sigma_c$, 获得理想弹塑性体, 变形沿cc'发展。

(4) $\lambda < 0$, 当 $\varepsilon > \varepsilon_c$ 后, $\sigma > \sigma_c$, 如直线cd所示, 为硬化型弹塑性体。

在 $\varepsilon > \varepsilon_c$ 后的任意一点 σ' 卸载, 则 $\sigma - \varepsilon$ 为线性关系 ($\varepsilon = \sigma/E$), 再加载至 σ' 点以前, $\sigma - \varepsilon$ 保持线性。在 σ' 点以后, 应力随应变增加而下降。在k点, 当减小 σ 时, 曲线路径为km; 当增加 ε 时, 曲线路径则为hn(图18)。

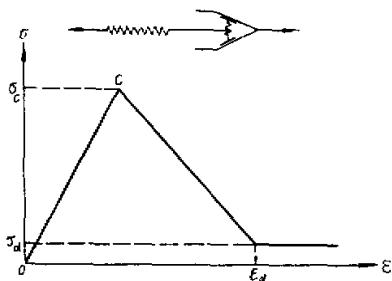
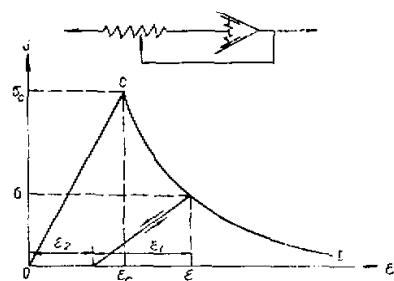
2. II类模型

由虎克体及减-恒屈服限圣维南体串联组成(图19)。它与I类模型不同之点仅在于它有残余强度。

3. III类模型

由递减弹模虎克体及递减屈服限圣维南体串联组成(图20)。当应力在0与 σ_c 之间时, 模型为线性弹性。在 $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 > \varepsilon_c$ 之后, 变形由两部份组成, 由公式(2)得

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma}{E_c} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - \eta \varepsilon_2} \right) \quad (7)$$

图19 I类模型及其 σ - ε 曲线图20 II类模型及其 σ - ε 曲线

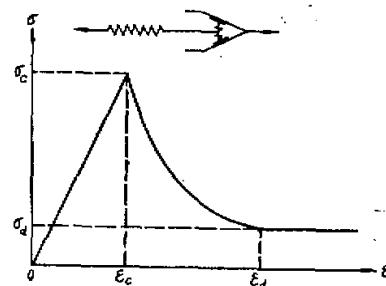
由式(3)及(7)得

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{E_c} \left(\frac{\sigma_c - \sigma}{\lambda} + \frac{\lambda \sigma}{\lambda - \eta + \eta \frac{\sigma}{\sigma_c}} \right) \quad (8)$$

当 $\sigma = \sigma_c$ 时, $\varepsilon = \varepsilon_c$

当 $\sigma \rightarrow 0$ ($\sigma \rightarrow \sigma_c \rightarrow 0$) 时, $\varepsilon \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\lambda}$

$\eta = 0$, 式(8)转变为式(6), 第III类转化为I类模型。

图21 IV类模型及其 σ - ε 曲线

4. IV类模型

由递减模量虎克体与递减-恒屈服极限圣维南体串联组成(图21)。它与III类模型不同之点仅在于它有一定残余强度。

根据岩石试验结果, 求出模型的各个有关参数, σ_c , ε_c , λ , η , σ_d 等, 一并列入表1, 对于大理岩获得本构方程为

$$\sigma < 885 \text{ kg/cm}^2, \varepsilon < \varepsilon_c (\varepsilon_c = 4.867 \times 10^{-3})$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = 0.5152 \times 10^{-5} \sigma \quad (9)$$

$$\varepsilon > \varepsilon_c$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{E} \left(1 - \frac{1}{\lambda} \right) = 10.78 \times 10^{-5} - 0.6824 \times 10^{-5} \sigma \quad (10)$$

按公式(9)及(10)作的大理岩应力-应变全图示于图6。

六、结 论

本文提出的破裂岩石的力学模型，基本符合多种岩石应力-应变全图的试验结果。出现在本构方程中的参数 λ 及 η ，可以由试验结果求算。破裂岩石的本构方程可以应用于以下几个方面：

- 1.研究岩体变形、破坏过程及支护作用机理。
- 2.作为岩石工程有限单元法及边界单元法的基本输入参数。
- 3.为地下岩石工程支护设计计算提供基本参数。

破裂岩石力学模型及其本构方程刚刚提出，它还有待于更多的岩石力学试验和岩石工程实践来验证和发展。

参 考 文 献

- [1] Bieniawski, Z. T., Mechanism of Brittle Fracture of Rock, Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., Vol. 4, 1967.
- [2] New Horizons in Rock Mechanics, Proceedings Fourteenth Symposium on Rock Mechanics, 1973.

Mechanical Models of Fractured Rock

Liu Bao-shen and Yan Ruong-gui

(Research Institute of Mining and Metallurgy, Changsha)

Abstract

Rock mass, as a rule, is a geological mass cut by the geological structural weak planes. Its characteristic features are discontinuity, inhomogeneity and anisotropy. The results obtained from the compression tests in a conventional loading machine on intact rock specimen appear to be inadequate to represent the engineering properties of rock mass, but in utilizing of stiffness testing machine the negative slope part of the stress-strain curves and the fatigue testing curves for the intact rock specimen are more fully representative of the intrinsic rock properties in the mechanical behavior and failure processes. Based on the results of various rock we present two basic mathematical models with variable mechanical parameters, i. e. Hookean body with variable elastic modulus and Saint-Venant's body with variable yield-limit. From these simple models four mechanical models modelling the properties of the fractured rock have been developed and the corresponding constitutive equations have been developed. From the results of tests for determining the complete stress-strain curve, the parameters in the constitutive equations of fractured rock can be obtained, thus the constitutive equations are given. Based on the comparison between model analysis and testing results it is shown that these models are practicable and applicable, and they provide reference models for the further discussion of the stability of the fractured rock mass and the mechanism of its support.