

随时间而变的侧压力和泊桑比的测定*

陈宗基

(中国科学院地球物理研究所, 北京)

提 要

本文作者在装有电阻应变计的固结仪中测定了各级荷载作用下, 作为时间的函数的侧压力; 提出了一种确定随时间而变的泊桑比的新方法和它的理论根据; 并对它的实用意义进行了讨论。

一、前 言

从实践得知, 土体中的应力分布随着时间而变化。弹性理论告诉我们, 多连通体中的应力分布决定于泊桑比。泊桑比在土中的粘弹性比拟物是一个决定于时间和当时的有效应力的参数。由于剪切蠕变、体积蠕变和固结的各种时间效应是互相关联的, 因此要测定土的泊桑比就非常困难。在诸如挖方支撑、挡土墙和地下结构物等土压力支承建筑物的设计中, 不仅需要估计开始时的应力分布, 而且也要估计应力怎样随时间而变化。注意到象伦敦地下铁道隧洞周围最后达到的应力状态乃是一种静水应力状态是有意义的(格罗索浦^[1](Glossop), 1950)。本文对使应力分布逐渐变化的影响因素提出了实验和理论研究的结果。

二、电阻应变计固结仪的描述

电阻应变计固结仪是一种压密仪。用这种仪器可以量测作为时间的函数的侧向压力(陈宗基^[2], 1957~1961)。这种固结仪是由两个对称的刚性对开环组成的, 对开环被两片薄钢片紧密地连接在一起(图1)。作用在对开环组合体内壁的侧压力使薄钢片产生张应变, 这种张应变可借助于两个有效应变计来测定。它们与两个无效应变计一起连接在一个惠斯敦全桥中。电桥在3伏的直流电压下工作, 每一应变变化则用一个灵敏的电流表G加以记录。这种电路是一种温度补偿电路。浮式组合环用弹簧悬挂起来(示意图中没有画出), 只允许有垂直位移。两个对开环的连接处各有防水密封垫, 以防孔隙水渗漏。为了进行仪器的率定, 作了一个人工试样。这就是带有两个平底的空心橡皮圆柱体, 里面被水充满, 放在固结仪中进行试验。因为在这个人工试样中的应力状态是静水应力状态, 所以对固结仪可以直接率定。

*原文用英文写成, 本译稿由铁道科学研究院欧阳宗元翻译。

三、试验结果的讨论

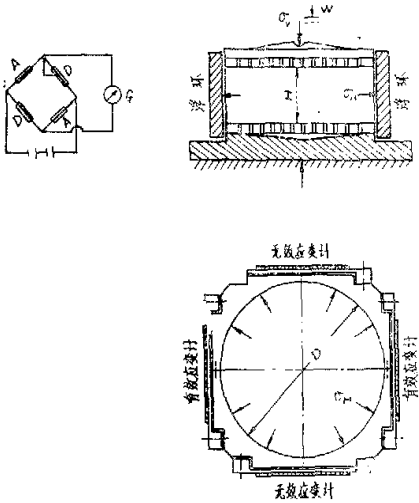


图1 应变计固结仪示意图

这里提出三组试验典型结果并进行讨论。所有试验都是分级加荷。在第一组试验中，垂直压力 q 分别等于20, 40和60kPa；第二和第三组试验则分两级加荷， q 分别等于30和60kPa。试验中量测了随时间变化的垂直变形 W/H 和侧压力与垂直压力的比值 σ_h/q ，并把试验结果绘成了 W/H ， $\sigma_h/q - \sqrt{t}$ 关系曲线。其中 t 为用分钟表示的时间。

在第一级荷载刚加上后出现了瞬时的垂直变形，这可能是由于开始时透水板和试样之间的接触不紧密所造成的。在以后的各级加荷中没有看到这种现象。第一组试验试样的含水量 $w = 39.7\%$ (图2)。在

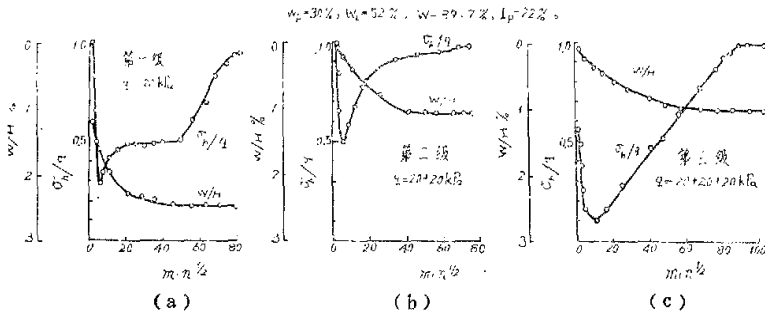


图2 一、二、三级加荷试验的 $\frac{W}{H}, \frac{\sigma_h}{q} - \min^{\frac{1}{2}}$ 的关系曲线

第一和第二级荷载刚加上的开始瞬间，侧压力等于垂直压力，这表明试样是完全饱和的。以后由于孔隙水被挤出，侧压力减小，但同时也在试样内部出现偏应力松弛，应力被转移到刚性环上，又造成侧向应力的增大。其结果是侧压力减小到某一个最小值以后又逐渐上升，最后达到静水应力状态。

在许多情况中， σ_h/q 比值只能达到一个小于1的最大值。可以看到，试样的相对压缩随着加荷级数而减小。这就是说，由于粒间接触数的增加，发生了体积硬化现象。所以在第三级加荷中(图2(c))，起始应力比只有0.55，以后迅速地减小，接着又逐渐上升到1。这就表明，在80kPa的垂直压力下，屈服值和摩擦效应已经产生和发挥起来了。

第二组试验试样的含水量 $w = 42.8\%$ ，在第一级荷载加上后显示出的倾向性与第一组试验的相同(图3(a))。在第二级荷载中，从起始应力比0.8开始就有明显的硬化，而且达到最小值的时间延迟了(图3(b))。

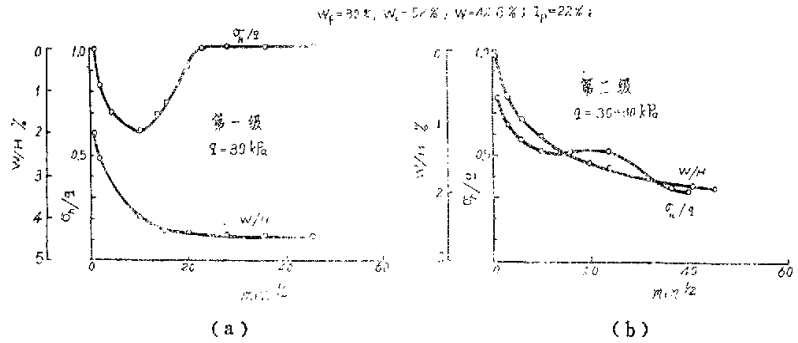


图3 一组两级加荷试验的 $\frac{W}{H}, \frac{\sigma_h}{q} - \min^{\frac{1}{2}}$ 关系曲线

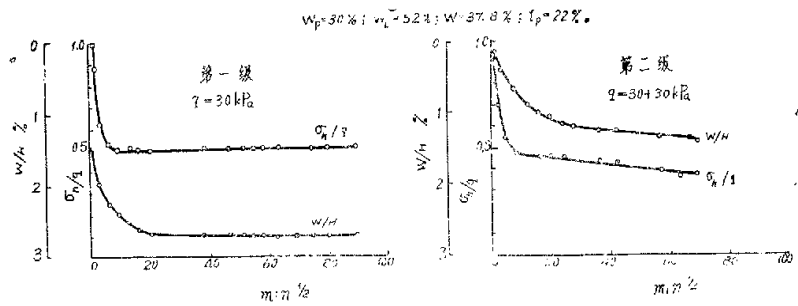


图4 另一组两级加荷试验的 $\frac{W}{H}, \frac{\sigma_h}{q} - \min^{\frac{1}{2}}$ 关系曲线

第三组试验试样的含水量 $w = 37.8\%$ ，试验中的应力比不断地减小，在一周的时间内没有看到回升。这清楚地说明，试样的粘滞性和松弛时间显著地增大了。由于体积硬化增加了，粒间接触数变得如此大，以致于粒间联结的滑移和跳动变得更难了。

从上述试验结果可以得出一个结论，就是在含水量较高的土中，剪应力可以迅速地松弛到零，而且在一周的时间内可以达到静水应力平衡状态。1957年，作者在一种松弛塑性仪中^[3]，对哈尔滨粘土也测得了应力松弛到零的现象。对于孔隙度和含水量较低的土，这个过程将会延迟。正如我们以后将要讨论到的那样，如果硬化效应能使粘滞性无限增大（有限的蠕变），则应力状态就不会是静水应力状态。

四、理论分析

在侧压力问题中，水压力、蠕变、土骨架的松弛和这种结构的硬化等三种时间因素显然是互相关联的：

1. 在完全饱和的试样中，加荷以后的水压力 U_w 立刻达到 $U_w = q$ 的数值。然后孔隙水被挤出，水压力很快地减小，并在次固结期间渐趋于零(陈宗基, 1959)；

2. 在弹性变形中, 水平压力达到它的起始值 $\sigma_h = q\nu_e/(1-\nu_e)$; 由于松弛, 应力逐渐转移到组合物刚度最大的部分, 也就是固结环上, 因此 σ_h 增大到接近于 $\sigma_h = q\nu_u/(1-\nu_u)$;

3. 在孔隙比和含水量较高的试样中, 偏应力 $\sigma_v - \sigma_h$ 松弛到零, 最后在加荷 5~10 天以后达到静水应力状态。但是由于受到 5% 的压缩, 含水量因而减少了的试样中, 在一周之后并不是静水应力状态, 这可从 $\sigma_h/q < 1$ 这一事实中觉察到。而且在荷载刚加上的瞬间, 应力比也小于 1。这些都表明, 摩擦效应和较强的粒间联结力已经产生, 而粒间接触数日也必定是由于体积硬化而相当地增大了。

这里可以区分成三种不同类型性状:

- (1) σ_h/q 减小 \rightarrow 最小值 \rightarrow 增大 \rightarrow 最大值 $-\sigma_h/q > 1$
- (2) σ_h/q 减小 \rightarrow 最小值 \rightarrow 增大 \rightarrow 最大值 $-\sigma_h/q < 1$
- (3) σ_h/q 逐渐减小 \rightarrow 极限值; 观测期间再不见增大。

我们曾在一种含水量 $\omega = 21.5\%$, 固结系数 $c_v = 18 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, $\nu_e = 0.41$, $\nu_u = 0.44$ 的密实肥粘土的 $21kP_0$ 垂直压力作用的试验中看到过第二种情况(陈宗基^[6], 1961), 与第二种类型相同的特征也可以从魏德迈(Vidmar)的试验结果中看到(苏克利(Suklje)^[8], 1969), 他在室内土压力模型中研究了应力松弛现象。应力比首先减小到一个最小值, 然后在 1.2×10^6 秒的期间内逐渐增大到约为 0.8。因为刚性墙被允许作侧向运动和转动, 测得的侧压力必定会小于象应变计固结仪那样完全固定的刚性壁上的侧压力。

以上的发现可以用数学式表示如下。假定材料为均质和各向同性的, 在应力低于上加限值时的应力-应变关系可以写成

$$\sigma(t) = I \int_{-\infty}^t \{K(t-t^*) - 2G(t-t^*)/3\} \text{tr } e(t^*) dt^* + 2 \int_{-\infty}^t G(t-t^*) e(t^*) dt^* + U_w \quad (1)$$

式中 $K(t^*)$ 和 $G(t^*)$ 是有效应力不变量的函数。经过拉普拉斯变换以后, 忽略 $t = 0$ 以前的历史, 并且为了简化, 不考虑应力不变量的时间效应, 于是得到

$$\bar{\sigma} = I(\bar{K} - 2\bar{G}/3) \text{tr } \bar{e} + 2\bar{G} \bar{e} + \bar{U}_w \quad (2)$$

$$\bar{\sigma}^* = \frac{2\bar{G}(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \bar{e}^* + \bar{U}_w \quad (2a)$$

式中 I —— 单位矩阵;

σ —— 应力矩阵;

e —— 应变矩阵;

$\text{tr } e = e^* = e_1 + e_2 + e_3 =$ 体积应变;

$\sigma^* = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} =$ 静水压力;

K_e —— 弹性体积模量;

G_e —— 弹性剪切模量;

U_w —— 水压力;

$\bar{G} = G_e/(1+s\bar{G}_v)$;

$\bar{K} = k_e/(1+s\bar{K}_v)$;

K_v —— 体积蠕变函数的变换式, 是一个单调的升函数, 趋近于某一极限值;

G_v —— 剪切蠕变算子, 可考虑四种类型;

随 $\log t$ 的蠕变: $\bar{G}_s = G_s / (1 - \phi_0 \log c_s)$;

随 t 的蠕变: $\bar{G}_v = G_v \eta s / (\eta s + G_v)$;

随 r 的蠕变: $\bar{G}_r = \bar{G}_s s^r / (\phi_0 + s^r)$; $0 < r \leq 1$

具有一定极限的蠕变: $G_0 = (A_n s^n + \dots A_0) / (B_n s^n + \dots B_0)$;

η = 粘滞度; $\phi_0, A_n \dots B_n$ = 常数。

所有上述公式和以后的公式中, 一个量值上面加一横代表这个量值的拉普拉斯变换式。在实际中, 只有对于非常小的应力和在磨粉质粘土的情况下才能看到限于某一定值的蠕变。而上述第一类类型则是最普遍的。正如我们上面曾分析过的那样, 由于体积压缩和粒间接触的增加, 使得粒间联结的滑移和破裂越来越困难, 而且粘滞度增大, 甚至可以变成无限大(参见公式(8))。从公式(2)可以导出下列公式:

$$\frac{\bar{\sigma}_h}{q} = 1 - 2 \bar{G} \bar{W} / H q \quad (3)$$

$$\bar{v} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\bar{G}}{K - \bar{G}} \right) \quad (4)$$

式(3)右边的第二项表示剪应力的松弛和水压力的效应, 后者是包含在 \bar{W} 中。按测出作为时间函数的应力比和垂直变形, 就可以估算剪切蠕变算子 \bar{G}_0 。所以应变计周结仪实质上是一种侧限条件下的松弛塑性仪。

作为侧向膨胀算子起始值的泊桑比 v_0 可按下列公式算出:

$$\frac{W}{H} = 2 q m_{vc} \left\{ \frac{c_v t}{\pi H^2} \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad T_v = \frac{c_v t}{H^2} \quad (5)$$

$$\frac{\sigma_h}{q} = 1 - \frac{2(1 - 2v_0)}{1 - v_0} \left\{ \frac{c_v t}{\pi H^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

公式(5)和(6)适用于所有变形主要是弹性的, 且其中蠕变和松弛效应均可以忽略的起始过程。

侧向膨胀算子的最后值可从下式求得:

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{v_u}{1 - v_u} \quad (7)$$

画出应力比 σ_h/q 和垂直变形 W/H 与时间平方根之间的关系曲线, 应用公式(5), (6), (7) 和戴劳(Taylor)的配合法可以得到表1。在作者早年提出的一种粘土层的固结和流动理论中, 把体积变形看成是弹性的, 而把上骨架的剪切性状假定成随时间线性地变化的马克斯威尔(Maxwell)蠕变(陈宗基^[2], 1953), 这些假定暗示着长期的应力状态将是静水应力状态。这种性状的实验证明表示在图2和图3a的典型实例中, 另外, 在伦敦地下铁道完工许多年以后, 隧洞周围的应力状态也是静水应力状态(格罗索浦^[11], 1950)。公式(2), (3)和(4)告诉我们, 如果蠕变不停止, 而是不断地进行, 进行的方式与随着 $\log t, t^r, t$ 等时间而增大的方式无关, 那么在 $t \rightarrow \infty$ 和 $s \rightarrow 0$ 时, $G_s \rightarrow 0$ 而 $v_u \rightarrow \frac{1}{2}$ 。因为土的松弛时间曾以天、周、月、年甚至更长时间的量级来确定的, 因此可以预期在实际中经过若干月、年和甚至更久以后可能

表1

试 验	加 荷	$c_v, 10^{-8} m^2/s$	ν_c	ν_u
第 一 组	第 一 级	16	0.16	0.5
	第 二 级	18	0.23	0.5
	第 三 级	10	0.0	0.5
第 二 组	第 一 级	20	0.27	0.5
	第 二 级	12	0.25	0.25
第 三 组	第 一 级	30	0.27	0.33
	第 二 级	11	0.09	0.23

会达到静水应力状态。对于具有非常缓慢地减速的对数蠕变的土，这个过程就会慢得多。另一方面，如果蠕变可以停顿，因而剪变形是有限的，那么最后的应力状态就不会是静水应力状态。图3 b和图4告诉我们，这里存在一个临界压缩值，到达这个临界值以后，应力比就不会升高。也就是说，当压缩达到某一临界值 e_{cr} 时，粘滞度就变成无限大。下面给出一个试探性的公式：

$$\eta = \eta_0 / (1 - \frac{e}{e_{cr}})^n \quad (8)$$

这个公式说明粘滞度随着压缩呈双曲线型增大。

五、结 论

为了工程设计，人们总希望有一个土体中的起始应力分布和最终应力分布的概念。为达到这一目的，应变计固结试验必须与蠕变和(或)松弛试验结合起来。这样，我们就可以得到计算分析所需的数据和函数，包括：剪切蠕变函数，松弛函数，弹性参数 G_c 和 ν_c ，压缩系数 m_{vc} ，固结系数 c_v ，最终泊桑比 ν_u 和体积模量，硬化等。在建筑中，设计一种有效的排水系统，减小水压，并使土骨架达到有效的体积硬化以阻止蠕变是很重要的。这样就可达到降低挡土结构物所受的侧向压力的目的。

为了获得一种人们期望的应力场和变形场的概念以及对我们的方法的有效性的概念，进行有限元分析是很有裨益的。

参 考 文 献

- [1] Glossop, R., Geotechnique, I, 1950.
- [2] Tan Tjong-kie, Proc. III ICSMFE, III, 196, 1953.
- [3] Tan Tjong-kie, Three Dimensional Theory on the Consolidation and Flow of Clay Layers, Scientia Sinica, 6 (1), 203, 1957.
- [4] Tan Tjong-kie, Structure Mechanics of Clays, Scientia Sinica, 8 (1), 83, 1957.
- [5] Tan Tjong-kie, Proc. IV ICSMFE, III 40, Disc. 1961.
- [6] Tan Tjong-kie, Consolidation and Secondary Time Effects of Homogeneous, Ani-

- sotropic, Saturated Clay Strata, Proc. V. ICSMFE, I(63), 367, 1961.
- [7] Tan Tjong-kie. Determination of the Rheological Parameters and the Hardening Coefficients of Clays: Rheology and Soil Mechanics, IUTAM Symp., Grenoble, 1964.
- [8] Vidmar, S. and Suklje, S., Relaxation Effects on the Earth Pressure, In Rheological Aspects of Soil Mechanics, 581pp., Wiley-Interscience, 1969.

Time Dependent Lateral Pressures, Poisson's Ratio Measurement

Chen Zhong-ji (Tan Tjong-kie)

(Institute of Geophysics, Academia Sinica, Beijing)

Abstract

Lateral pressures have been measured as a function of the time in the Gauge oedometer under various stepwise loadings. This report presents a new method for the determination of the time dependent Poisson's ratio and its theoretical basis. Implications for practical applications are discussed.