

# 分段线性电渗 - 堆载耦合固结模型

周亚东<sup>1, 2</sup>, 王保田<sup>1, 2</sup>, 邓安<sup>3</sup>

(1. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098; 2. 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098;  
3. 阿德莱德大学, 澳大利亚 阿德莱德 5005)

**摘要:** 基于分段线性差分法, 建立了一种轴对称电渗 - 堆载耦合固结模型 EC2。该模型考虑了土体自重、涂抹区及固结过程中压缩系数、渗透系数、电阻和电势等土性参数的非线性变化, 并编制了 Fortran 计算程序。EC2 在小变形情况下的计算结果与现有解析解吻合。利用自主设计的电渗 - 堆载试验装置开展室内大变形试验, 并用 EC2 对固结过程进行模拟, 结果表明 EC2 计算值与实测值接近。

**关键词:** 电渗; 堆载; 固结; 大变形; 非线性

**中图分类号:** TU472      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000 - 4548(2013)12 - 2311 - 06

**作者简介:** 周亚东 (1985 - ), 男, 河南商丘人, 博士研究生, 主要从事地基处理方面的研究。E-mail: zyd476300@126.com。

## Piecewise-linear model for electro-osmosis-surcharge preloading coupled consolidation

ZHOU Ya-dong<sup>1, 2</sup>, WANG Bao-tian<sup>1, 2</sup>, DENG An<sup>3</sup>

(1. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3. The University of Adelaide, Adelaide 5041, Australia)

**Abstract:** A numerical model for consolidation of soils treated by electro-osmosis-surcharge preloading coupled process is proposed. The model employs piecewise linear finite difference method to account for the nonlinear variation of physical and electro-chemical properties of soils during consolidation with large deformation. The physical and electro-chemical properties of soils include void ratio, coefficients of compressibility and permeability, electrical potential and resistance. FORTRAN programming package is used to implement the computation of the model and verify the model against analytical exact solutions. It is found that numerical results derived from the model are in good agreement with the analytical solutions in relation to an identical scenario of small-deformation consolidation. A laboratory model test is conducted to further verify the validity of the proposed model in simulating the consolidation process of soils. The results show that the approximations of consolidation settlement obtained by using EC2 are in good agreement with the measurements of the model tests.

**Key words:** electro-osmosis; surcharge preload; consolidation; large deformation; nonlinearity

## 0 引言

近年来, 电渗联合堆载预压法固结处理低渗透性软黏土地基, 取得了良好的效果。当软黏土含水率较高时, 固结变形较大, 关键土性参数, 比如压缩系数、渗透系数<sup>[1]</sup>、电阻和电势<sup>[2]</sup>, 随着固结的进程会发生不可忽略的变化。现有的电渗固结理论<sup>[3-6]</sup>和数值研究<sup>[7-8]</sup>通常基于小变形理论, 假设(部分)土性参数为常数, 有必要考虑高压缩性黏土大变形导致土性参数变化情况下的固结问题。

Gibson等<sup>[9]</sup>率先提出饱和土体的一维大变形固结理论。谢新宇等<sup>[10]</sup>深入研究并总结了饱和土体一维大

变形理论。Fox等<sup>[11-12]</sup>提出了分段线性大变形固结的一维数值模型和轴对称数值模型。笔者在前人研究的基础上, 建立了分段线性一维电渗固结模型EC1<sup>[13]</sup>。本文拟在前人和EC1模型的基础上, 分析和建立轴对称分段线性大变形电渗 - 堆载耦合固结模型EC2。与EC1模型相比, 该模型不仅加入了堆载对电渗的固结排水作用, 还将一维电渗拓展到二维径向轴对称问题。同时, EC2模型还可考虑土体自重、涂抹区及固结过程中压缩系数、渗透系数、电阻和电势等土性参数的

基金项目: 教育部博士点基金项目 (20100094110002)

收稿日期: 2013 - 04 - 01

非线性变化。

# 1 模型推导

## 1.1 模型建立

工程中常见的电极排布方式为六边形布置，该排布方式可转化为图1所示的轴对称形式。其中， $d_w$ ， $d_s$ ， $d_e$ 分别为阴极、涂抹区和影响区直径， $k_v$ ， $k_r$ ， $k_e$ 分别为竖向水力渗透系数、径向水力渗透系数和电渗透系数。考虑土体各向异性，水力渗透系数存在关系： $k_r = r_k k_v$ ，其中 $r_k$ 为渗透系数比。考虑到竖向排水体打设过程中井周土体扰动对渗透系数的影响，涂抹区内土体水力渗透系数为 $k_{sr} = r_k k_{sv} = r_k k_v / \eta$ ， $\eta$ 为涂抹区水力渗透系数比。

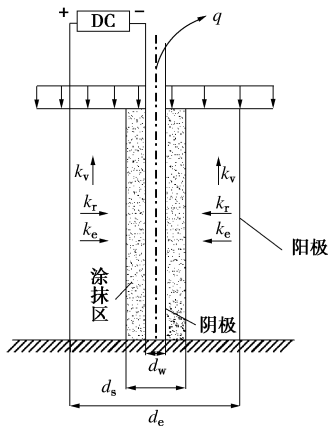


图1 电渗-堆载联合作用模型示意图

Fig. 1 Diagram of electro-osmosis-surcharging coupled consolidation

在图1的基础上，建立EC2模型初始阶段的几何图形。如图2(a)所示， $q_0$ 为黏土层上部初始荷载， $H_0$ 为该黏土层初始高度， $L_d$ 为排水板长度， $h_w$ 为地下水位。将整个黏土层沿径向和竖向分别划分为 $R_i$ 环和 $R_j$ 层，每个环形单元的初始高度 $L_0 = H_0 / R_j$ 。以黏土层底面为基准面，选取基准面和阴极中心轴线的交点为坐标原点， $r$ ， $z$ 分别为径向和竖向坐标。 $r_i$ ， $r_e$ 分别表示环形单元半径和影响区半径， $z_{ij}$ 为单元 $ij$ 的高程。施加竖向荷载 $\Delta q^t$ 和电压 $v_m^t$ 后，黏土层中水分沿径向及竖向流动，每个土体单元属性随时间步不断更新，时间 $t$ 后黏土层变形如图2(b)所示。

单元 $ij$ 的高度 $L_{ij}^t$ 和中心点高程 $z_{ij}^t$ 可分别表示为

$$L_{ij}^t = \frac{z_{c,i-1,j}^t - z_{c,i-1,j-1}^t + z_{c,i,j}^t - z_{c,i,j-1}^t}{2}, \quad (1a)$$

$$z_{ij}^t = \frac{z_{c,i-1,j}^t + z_{c,i-1,j-1}^t + z_{c,i,j}^t + z_{c,i,j-1}^t}{4}, \quad (1b)$$

式中， $z_{c,ij}^t$ 为单元 $ij$ 的右上顶点高程，并且

$$z_{c,ij}^t = z_{c,i-1,j}^t + z_{c,i,j-1}^t - z_{c,i-1,j-1}^t + \frac{3\Delta r_i (V_{ij}^t - \pi(z_{c,i-1,j}^t - z_{c,i-1,j-1}^t)(r_2^2 - r_1^2))}{\pi(r_1^3 - 3r_1 r_2^2 + 2r_2^3)}. \quad (1c)$$

式中， $r_1 = r_i - (\Delta r_i / 2)$ ， $r_2 = r_i + (\Delta r_i / 2)$ ， $V_{ij}^t$ 为单元 $ij$ 在 $t$ 时刻的单元体积。

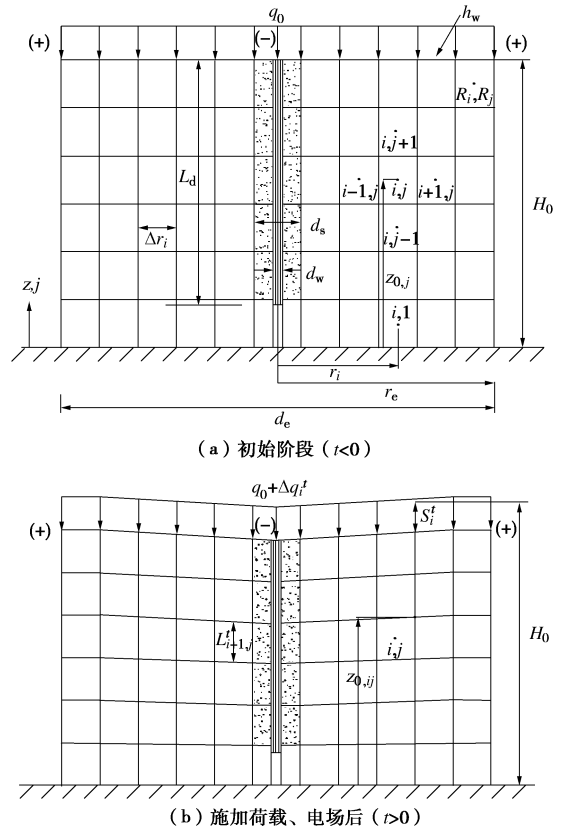


图2 EC2模型

Fig.2 EC2 model

## 1.2 基本关系

为建立数值模型，可假定图3所示基本关系。成立图3(a)压缩曲线有 $R_m$ 个点线性连接而成，每个点分别代表有效应力和孔隙比的坐标。图3(b)渗透系数关系曲线包括电势渗透系数 $k_e$ 关系曲线和水力渗透系数 $k_h$ 关系曲线。

图3中曲线仅为说明变量间趋势性关系，实际物理关系由试验或者理论给出。上标 $\wedge$ 和 $-$ 用于区分孔隙比、有效应力和渗透系数在曲线上的输入值。

## 1.3 总应力、有效应力和孔隙水压

每个单元中心点的总应力为上部荷载、上部水体和可压缩土层的自重之和，所以当 $t > 0$ 时，单元 $ij$ 的总应力可表示为

$$\sigma_{ij}^t = (h_w - \frac{z_{c,i-1,m}^t + z_{c,i,m}^t}{2})r_w + q_0 + \Delta q_i^t + \frac{V_{ij}^t \gamma_{ij}^t}{4\pi r_i \Delta r_i} +$$

$$\sum_{k=j+1}^m \frac{V_{ik} \gamma_{ik}^t}{2\pi r_i \Delta r} \quad (2)$$

式中  $\Delta q_i^t$  可以控制 EC2 按自由应变或等应变固结;  
 $\gamma_{ij}^t$  为  $t$  时刻单元  $ij$  的重度,

$$\gamma_{ij}^t = \frac{G_s + e_{ij}^t}{1 + e_{ij}^t} \gamma_w \quad (3)$$

式中,  $e_{ij}^t$  为单元  $ij$  在  $t$  时刻孔隙比,  $G_s$  为土颗粒比重,  
 $h_w$  为地下水位,  $\gamma_w$  为水的重度。

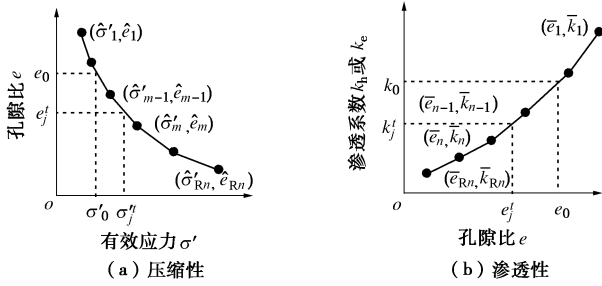


图 3 基本关系

Fig. 3 Constitutive relationship of soils

有效应力  $\sigma_{ij}^t$  可根据图 3 (a) 压缩曲线及该时刻对  
 应的孔隙比  $e_{ij}^t$  计算得出。 $t$  时刻单元  $ij$  中心点处的孔隙  
 水压为

$$u_{ij}^t = \sigma_{ij}^t - \sigma_{ij}^t \quad (4)$$

### 1.4 水力渗透系数和电势渗透系数

在固结过程中, 土体不均匀沉降使土体单元产生  
 变形, 竖向水力渗透系数  $k_{z,ij}^t$  也会偏离  $k_{v,ij}$  的方向。 $k_{z,ij}^t$   
 可以按下式计算<sup>[14]</sup>:

$$k_{z,ij}^t = \frac{k_{v,ij}^t}{\sin^2 \theta_{ij}^t + \frac{\cos^2 \theta_{ij}^t}{r_k}} \quad (5)$$

其中,  $\theta_{ij}^t$  为单元  $ij$  在  $t$  时刻水平方向与初始竖方向的  
 夹角。相邻两个单元之间的等效竖向水力系数可以表示  
 为

$$k_{zs,ij}^t = \frac{k_{z,i,j+1}^t k_{z,ij}^t (L_{i,j+1}^t + L_{i,j}^t)}{L_{i,j+1}^t k_{z,ij}^t + L_{i,j}^t k_{z,i,j+1}^t} \quad (6)$$

同理, 横向水力渗透系数和电渗透系数等效值分  
 别为

$$k_{rs,ij}^t = \frac{r_k (\Delta r_i + \Delta r_{i+1}) k_{v,i,j}^t k_{v,i+1,j}^t}{\Delta r_{i+1} k_{v,ij}^t + \Delta r_i k_{v,i+1,j}^t} \quad (7)$$

$$k_{es,ij}^t = \frac{(\Delta r_i + \Delta r_{i+1}) k_{e,i,j}^t k_{e,i+1,j}^t}{\Delta r_{i+1} k_{e,ij}^t + \Delta r_i k_{e,i+1,j}^t} \quad (8)$$

### 1.5 电势

在 EC2 模型中, 假设相邻环形单元串联, 则在  $t$  时  
 刻, 单元  $ij$  中点处的电势  $v_{ij}^t$  可表示为

$$v_{ij}^t = \frac{R_{ij}^t}{\sum_{i=1}^n R_{ij}^t} v_m^t \quad (9)$$

式中,  $v_m^t$  为  $t$  时刻施加在土体两端的有效电压,  $R_{ij}^t$  为  
 形单元  $ij$  的电阻, 可表示为

$$R_{ij}^t = \frac{\rho_{ij}^t \Delta r_i}{2\pi r_i L_{ij}^t} \quad (10)$$

式中,  $\rho_{ij}^t$  为单元  $ij$  的电阻率, 根据 Komine<sup>[15]</sup> 提出的  
 土体电阻率模型计算<sup>[13]</sup>。

### 1.6 渗流量、沉降与固结

在  $t$  时刻, 电势梯度和横向水力梯度在单元  $ij$  和单  
 元  $(i+1)j$  之间引起的渗流量分别为

$$q_{e,ij}^t = k_{es,ij}^t i_{e,ij}^t 2\pi (r_i + \frac{\Delta r_i}{2}) (z_{c,ij}^t - z_{c,i,j-1}^t) \sin \theta_{ij}^t \quad (12)$$

$$q_{r,ij}^t = k_{rs,ij}^t i_{r,ij}^t 2\pi (r_i + \frac{\Delta r_i}{2}) (z_{c,ij}^t - z_{c,i,j-1}^t) \sin \theta_{ij}^t \quad (13)$$

式中, 电势梯度  $i_{e,ij}^t$  和横向水力梯度  $i_{r,ij}^t$  可分别表示为

$$i_{e,ij}^t = \frac{v_{i+1,j}^t - v_{ij}^t}{\sqrt{(r_{i+1} - r_i)^2 + (z_{i+1,j}^t - z_{ij}^t)^2}} \quad (14)$$

$$i_{r,ij}^t = \frac{h_{i+1,j}^t - h_{ij}^t}{\sqrt{(r_{i+1} - r_i)^2 + (z_{i+1,j}^t - z_{ij}^t)^2}} \quad (15)$$

竖向水力梯度在单元  $ij$  和单元  $i(j+1)$  之间引起  
 的渗流量分别为

$$q_{z,ij}^t = k_{zs,ij}^t i_{z,ij}^t 2\pi r_i \Delta r_i \quad (16)$$

其中, 竖向水力梯度  $i_{z,ij}^t$  可表示为

$$i_{z,ij}^t = \frac{h_{i,j+1}^t - h_{ij}^t}{z_{i,j+1}^t - z_{ij}^t} \quad (17)$$

单元  $j$  中点的水头  $h_{ij}^t$  可表示为

$$h_{ij}^t = z_{ij}^t + \frac{u_{ij}^t}{\gamma_w} \quad (18)$$

在  $t+\Delta t$  时刻, 单元  $ij$  的更新体积和孔隙比分别为  
 $V_{ij}^{t+\Delta t} = V_{ij}^t - (q_{e,ij}^t - q_{e,i-1,j}^t + q_{r,ij}^t - q_{r,i-1,j}^t +$

$$q_{z,i,j}^t - q_{z,i,j-1}^t) \Delta t \quad (19)$$

$$e_{ij}^{t+\Delta t} = \frac{V_{ij}^{t+\Delta t} (1 + e_{o,j})}{V_{o,i}} - 1 \quad (20)$$

单元  $ij$  平均沉降量为

$$S_{ij}^{t+\Delta t} = H_o - z_{c,i,m}^{t+\Delta t} \quad (21)$$

整个土体平均沉降量为

$$S_{avg}^{t+\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (V_{o,i} - V_{ij}^{t+\Delta t})}{\pi (r_c^2 - r_w^2)} \quad (22)$$

表1 模型边界条件

Table 1 Model boundaries

边界	阴极		阳极	顶面	
工况	$H_0 - z_{1,j} \leq L_d$		$H_0 - z_{1,j} \geq L_d$	排水	不排水
条件	$i_{r,0,j}^t = \frac{h_{r+1,j}^t - h_w}{\sqrt{(\frac{\Delta r_1}{2})^2 + (z_{1,j}^t - \frac{z_{c,0,j}^t + z_{c,0,j-1}^t}{2})^2}}$		$i_{r,n,j}^t = i_{e,n,j}^t = 0$	$i_{z,i,m}^t = \frac{2(h_w - h_{n,m}^t)}{L_{i,m}^t \sin \theta_{i,m}^t}$	$i_{z,i,m}^t = 0$
值	$i_{e,0,j}^t = \frac{v_{1,j}}{\sqrt{(\frac{\Delta r_1}{2})^2 + (z_{1,j}^t - \frac{z_{c,0,j}^t + z_{c,0,j-1}^t}{2})^2}}$		$i_{r,n,j}^t = i_{e,n,j}^t = 0$		
边界	底面				
工况	排水	不排水			
条件	$i_{z,i,0}^t = \frac{h_{i,1}^t - h_w}{z_{i,1}^t}$	$i_{z,i,0}^t = 0$			
值					

平均固结度为

$$U_{avg}^{t+\Delta t} = \frac{S_{avg}^{t+\Delta t}}{\bar{S}}, \quad (23)$$

其中， $\bar{S}$ 为固结结束时土体的总平均沉降量，可由电势梯度和水力梯度引起的渗流达到平衡时获得。

### 1.7 边界条件

本模型涉及到边界条件如表1所示。

## 2 模型验证

上述模型可用FORTRAN编程实现并得出数值解。为验证EC2模型，将其小变形和大变形情况下的数值解分别与解析解和室内试验结果进行了对比分析。

### 2.1 通过解析解验证

李瑛等<sup>[6]</sup>建立了小应变情况下轴对称电渗-堆载耦合固结解析解。该解析解将被用于设定的土体，得到的结果与EC2模型的解进行对比分析。设定土体初始高度  $H_0 = L_d = 10 \text{ m}$ ， $d_w = 0.1 \text{ m}$ ， $d_c = 1 \text{ m}$ ，忽略土体自重 ( $G_s = 1$ )。上部初始荷载  $q_0 = 50 \text{ kPa}$ ，土体初始孔隙比  $e_0 = 2.1$ ， $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ ， $a_v = 1 \text{ MPa}^{-1}$ ， $k_v = 4.0 \times 10^{-9} \text{ m/s}$ ， $r_k = 1.5$ ， $k_c = 2.0 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ 。给土体施加一个很小的竖向外荷载  $\Delta q = 1 \times 10^{-4} \text{ kPa}$ 和径向直流电压  $v_m = 1 \times 10^{-4} \text{ V}$ ，以便发生相对较小变形，土体电阻率恒定。顶面和底面设为不排水边界，不考虑竖向渗流。EC2模型单元数为  $R_i = 100$ ， $R_j = 1$ 。

图4给出了关于上述土体模型的平均固结度随时间的变化。可以看出，解析解和EC2数值解一致。图4中，选取7个典型时间节点，模型EC2输出的结果完全

落在解析解的曲线上。

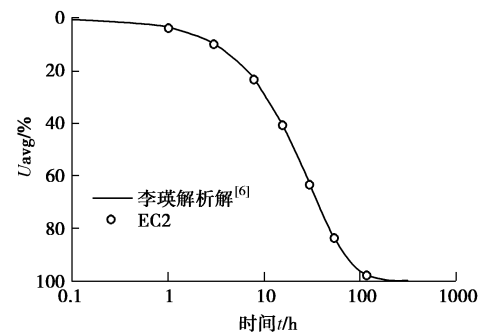


图4 小变形条件下平均固结度随时间变化

Fig. 4 Average consolidation degrees under small-deformation consolidation

### 2.2 通过室内试验验证

#### (1) 试验材料和装置

本文试验用土为高岭土，主要成分为二氧化硅，表面呈乳白色，物理与化学性质稳定。通过室内试验测得饱和土样基本物理力学参数为：初始孔隙比  $e_0$  为 1.47，塑限  $w_p$  为 22.2%，液限  $w_L$  为 43.7%，比重  $G_s$  为 2.62，压缩指数  $C_c$  为 0.36，渗透指数  $C_{kv}$  为 0.99，初始渗透系数  $k_{v0}$  为  $1.57 \times 10^{-9} \text{ m/s}$ ，孔隙水电阻率  $\rho_w$  为  $4.5 \Omega \cdot \text{m}$ ，土骨架电阻率  $\rho_s$  为  $608 \Omega \cdot \text{m}$ 。

根据工程实际情况，笔者研制了电渗-堆载联合固结室内试验装置，如图5所示。该装置由主体部分、直流电源、加载系统和测量系统组成。主体部分包括模型桶、阴极排水管和阳极。模型桶内径  $d_c = 25 \text{ cm}$ ，高  $H = 25 \text{ cm}$ ，底部正中心位置开孔，孔口处连接塑料软管用于排水。阴极为不锈钢管，直径  $d_w = 1.5 \text{ cm}$ ，沿管长每隔  $5 \text{ mm}$  锯一条排水缝，并用土工布包裹起反虑作用；阳极是20根  $\phi 3 \text{ mm}$  碳棒，沿桶壁环向等

间距布置,并用导线相互连接。加载系统为杠杆式加载。

配制60%含水率的高岭土样,静置1 d后实测含水率为59.4%。将配制好的土样装入塑料桶中,土样高度  $H_0=22.5$  cm。固结过程中,两极间施加恒定电压,荷载分三级阶梯式加载,并及时调整加压杠杆,使其保持平衡。固结结束后,将桶内土体分上、中、下3层进行含水率测试。

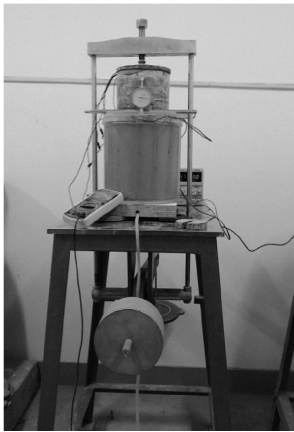


图 5 电渗 - 堆载联合固结试验装置

Fig. 5 Apparatus for electro-osmosis-surge preloading coupled consolidation

(2) 电渗透系数测定

目前,土的电渗透系数往往是根据室内电渗固结试验由渗流量推算得出,这种方法测得的电渗系数是一个与水力渗透系数综合后的数值,不能单纯反应实际的电渗透系数<sup>[16]</sup>。基于此问题,笔者设计了一款电渗透系数测量装置,主要构造如图6所示。该装置利用电渗流产生的反向水力梯度,克服了传统测量方法没有消除水力渗透系数影响的缺点。其原理是:饱和试样在电渗作用下快速形成反向水力梯度,水力梯度与电势梯度快速达到平衡时,测得平衡状态下的电势梯度  $i_e$  和水力梯度  $i_h$ ,水力渗透系数  $k_h$  已知,根据平衡状态下耦合出流  $k_h i_h = k_e i_e$ ,计算出电渗透系数  $k_e$ 。图7给出了电渗透系数随孔隙比变化的测试结果。

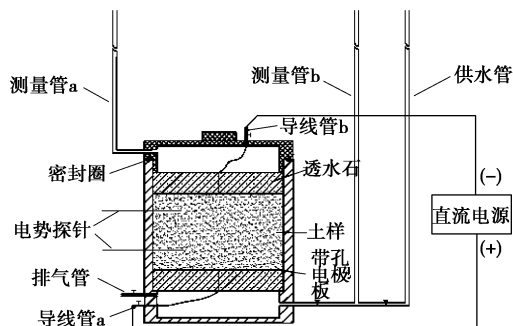


图 6 电渗透系数测量装置示意图

Fig. 6 Apparatus for electro-osmosis permeability measurement

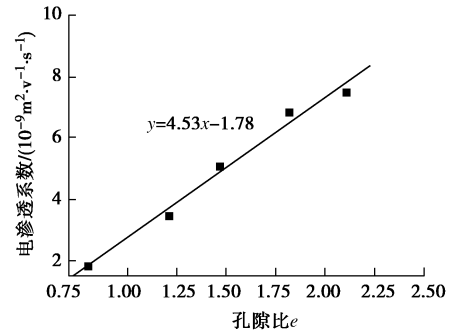


图 7 电渗透系数随孔隙比变化

Fig. 7 Variation of electro-osmotic permeability with void ratio

(3) 结果分析

用EC2 ( $R_i = R_j = 51$ ) 在等应变条件下对该电渗 - 堆载固结过程进行模拟。由于试验土样为重塑土,可认为其各向同性 ( $r_k=1$ ),不考虑涂抹区影响。

图8给出了关于沉降量的EC2数值解和实测值。从图8中可以看出,从开始到固结72 h, EC2模型数值解与实测结果吻合。72 h后,土体的表面沉降量达到49.6 mm。相对于22.5 cm的初始高度,变形率达到22.04%,变形较大,适合EC2模型计算条件。试验过程中,尝试在24, 48 h时增加荷载,EC2数值解并未象实测值那样稍微增大。这可能因为,在恒定电压作用下,一级荷载增量在该阶段后期小于土体有效应力的增量,土体部分饱和,增加荷载导致沉降,土体转变为饱和后,沉降预测保持一致。

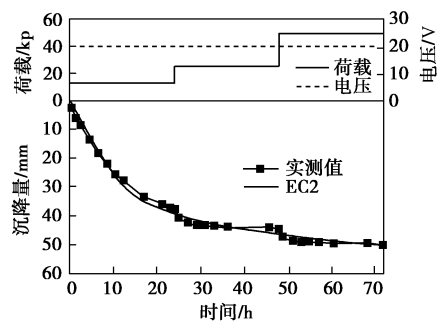


图 8 土体表面沉降量

Fig. 8 Relationship between soil settlement and time

3 结 论

本文建立了一种轴对称电渗 - 堆载耦合固结模型 EC2, 对该模型从理论解析解和室内模型试验上进行了验证,得出以下2点结论。

(1) 基于分段线性差分理论的EC2模型可以考虑固结过程中土性参数的非线性变化。

(2) EC2模型可用Fortran计算实现,小变形情况下输出数值解与基于小变形建立的解析解吻合,大变

形数值解与室内试验实测结果接近。

### 参考文献:

- [1] 谢新宇, 刘育民, 潘秋元. 渗透系数变化对一维大变形固结性状的影响[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(4): 503 - 505. (XIE Xin-yu, LIU Yu-min, PAN Qiu-yuan. Effects of variable permeability on one-dimensional large strain consolidation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(4): 503 - 505. (in Chinese))
- [2] 王宁伟, 矫军, 修彦吉, 等. 电极距对水平电渗排水影响的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(增刊 1): 177 - 181. (WANG Ning-wei, JIAO Jun, XIU Yan-ji, et al. Effect of electrode spacing on standard electro-osmotic dewatering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(S1): 177 - 181. (in Chinese))
- [3] ESRIG M I. Pore pressure, consolidation and electrokinetics[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1968, **94**(SM4): 899 - 921.
- [4] WAN T Y, MITCHELL J K. Electro-osmotic consolidation of soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, 1976, **102**(5): 473 - 491.
- [5] SU J Q, WANG Z. The two-dimensional consolidation theory of electro-osmosis[J]. Géotechnique, 2003, **53**(8): 759 - 763.
- [6] 李瑛, 龚晓南, 卢萌盟, 等. 堆载-电渗联合作用下的耦合固结理论[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(1): 77 - 81. (LI Ying, GONG Xiao-nan, LU Meng-meng, et al. Coupling consolidation theory under combined action of load and electro-osmosis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(1): 77 - 81. (in Chinese))
- [7] LEWIS W R, HUMPHESON C. Numerical analysis of electroosmotic flow in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, 1973, **95**(SM4): 603 - 616.
- [8] 吴辉, 胡黎明. 考虑电导率变化的电渗固结模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(4): 734 - 738. (WU Hui, HU Li-ming. Numerical simulation for electro-osmosis consolidation considering variation of electrical conductivity[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(4): 734 - 738. (in Chinese))
- [9] GIBSON R E, ENGLAND G L. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays, I. Finite non-linear consolidation of thin homogeneous layers[J]. Géotechnique, 1967, **17**(3): 261 - 273.
- [10] 谢新宇, 朱向荣, 谢康和, 等. 饱和土体一维大变形固结理论新进展[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(4): 30 - 38. (XIE Xin-yu, ZHU Xiang-rong, XIE Kang-he, et al. New developments of one dimensional large strain consolidation theories[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(4): 30 - 38. (in Chinese))
- [11] FOX P J, BERLES J D. CS2: A piecewise-linear model for large strain consolidation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1997, **21**(7): 453 - 475.
- [12] FOX P J, NICOLA M D, QUIGLEY D W. Piecewise-linear model for large strain radial consolidation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, **129**(10): 940 - 950.
- [13] DENG An, ZHOU Ya-dong. A piecewise-linear numerical model for one-dimensional electroosmosis consolidation[C]// International Conference on Ground Improvement and Group Control. Wollongong, 2012.
- [14] HARR M E. Groundwater and seepage[M]. New York: McGraw-Hill, 1962.
- [15] KOMINE H. Estimation of chemical grouted soil by electrical resistivity[J]. Ground Improvement, 1997(1): 101 - 113.
- [16] 李瑛. 软黏土地基电渗固结试验和理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2011. (LI Ying. Experimental and theoretic study on electro-osmotic consolidation of soft clay foundation[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011. (in Chinese))