# SV 波在饱和多孔热弹性介质平面界面上的反射

郑荣跃<sup>1</sup>,刘干斌<sup>1</sup>,邓岳保<sup>1</sup>,陶海冰<sup>2</sup>

(1. 宁波大学建筑工程与环境学院,浙江 宁波 315211; 2. 浙江大学岩土工程研究所,浙江 杭州 310027)

摘 要:基于 Biot 波动理论,建立了饱和多孔热弹性波动方程,研究了 SV 波在平面界面上的反射问题。在排水和不 排水条件下,推导了饱和多孔介质自由边界上 P<sub>1</sub>波、P<sub>2</sub>波、T 波及 S 波反射系数的表达式。通过算例讨论了频率和排 水条件对 4 种波反射系数的影响,结果表明: P<sub>1</sub>波中出现明显的低频放大作用,不排水工况更为明显; P<sub>2</sub>波反射系数 较小,且随频率增大而增大;相对于 P, S 波, T 波的反射系数较小。

关键词: SV 波; 饱和多孔; 热弹性介质; 反射

中图分类号: TU94; U213 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 4548(2013)S2 - 0839 - 05 作者简介: 郑荣跃(1964 - ), 男,浙江宁波人,教授,从事多物理场土力学方的研究。E-mail: Liugb76@163.com。

## Reflection of SV waves at interface of saturated porous thermo-elastic media

ZHENG Rong-yue<sup>1</sup>, LIU Gan-bin<sup>1</sup>, DENG Yue-bao<sup>1</sup>, TAO hai-bing<sup>2</sup>

(1. College of Civil, Construction and Environmental Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China; 2. Institution of

Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract**: Based on the Biot's wave theory, a thermal elastic wave equation for saturated porous media is established, and reflection of SV waves at the interface of the plane is analyzed. According to the boundary conditions, theoretical expressions for four kinds of reflection waves on the free boundaries are derived, including  $p_1$  waves,  $p_2$  waves, T-wave and S-wave. The numerical results are obtained and used to discuss the relationship of reflection amplitude for four kinds of reflection waves under frequency and drainage conditions. It is indicated that there is apparent low frequency amplification for  $p_1$  waves, and it is obvious in impermeable case. The reflection rate of  $p_2$  waves is little and increases with the increase of the frequency. There is less reflectivity of T-wave.

Key word: SV wave; saturated porosity; thermo-elasticity medium; reflection

# 0 引 言

在地震工程、岩土工程、海洋工程和声学等学科 中常遇到弹性波在多孔介质中传播问题。目前,饱和 土中波的传播理论研究大多基于经典Biot理论<sup>[1]</sup>,在 液体饱和多孔介质中除了存在与均质弹性体中的P波 和S波有类似特征的快P<sub>1</sub>波和S波外,还存在一种慢P<sub>2</sub> 波。周新民等<sup>[2]</sup>对饱和土介质中地震波在水、气分界 面上的反射与透射进行了研究。陈炜昀等<sup>[3]</sup>运用非饱 和孔隙介质理论阐述了弹性波在非饱和土中的传播特 性,分析了平面S波在非饱和土层自由边界上的反射 问题。

由于热弹性介质中波的传播理论在地震工程、土动力学、核反应堆、高能粒子加速器等领域具有广泛的应用。Singh<sup>[4]</sup>研究了热弹性固体表面P波和SV波的 广义热扩散方程,并求解了二维广义热弹性固体中扩 散的控制方程。目前,对饱和多孔介质中热弹性波方 面的研究仍较少。1973年Pecker等<sup>[5]</sup>研究了流体饱和多 孔介质中的热效应对波的传播的影响,2011年Singh<sup>[6]</sup> 求解了线性广义多孔热弹性力学问题,获得了剪力波 和4种类型的纵波,但该文基于考虑惯性耦合的第一类 Biot理论模型<sup>[1]</sup>,部分参数模糊,难以实测。为此, 本文采用广泛应用的第三类Biot理论模型<sup>[1]</sup>,将Singh<sup>[6]</sup> 中与温度相关的P<sub>3</sub>波和P<sub>4</sub>波进行耦合,仅讨论饱和多 孔介质中的热波(T波),从而使方程数减少,各参 数物理意义更为明确,进而研究了SV波在饱和多孔热 弹性介质平面上的反射问题。

## 1 热弹性波动理论

### 1.1 波动方程

采用第三类Biot理论模型<sup>[1]</sup>,则饱和多孔介质体热 弹性本构关系可以表示为<sup>[7]</sup>

$$\sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij} - \alpha p \delta_{ij} - \lambda' \theta \delta_{ij} \quad , \qquad (1)$$

基金项目:国家自然科学基金项目(51278256,51178227) 收稿日期:2013-07-17

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i + \rho_w \ddot{w}_i,$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( u_{i,j} + u_{j,i} \right),$$
(2)

$$\dot{p} = M\left(\dot{\xi} - \alpha \dot{e} + a_{\rm c} \dot{\theta}\right) \quad , \tag{3}$$

$$-p_{,i} = \frac{\rho_{\rm w}}{n} \ddot{w} + \rho_{\rm w} \ddot{u} + b \dot{w} + b D_T \theta_{,i} \quad , \quad (4)$$

式中,相关符号的物理意义与文献[7]相同。

饱和多孔介质中修正的热传导定律如下[6-7]:

 $k\nabla^{2}\theta = m(\dot{\theta} + \tau_{0}\ddot{\theta}) + \lambda'T_{0}(\dot{e} + \tau_{0}\ddot{e}) - \alpha_{c}T_{0}(\dot{p} + \tau_{0}\ddot{p}) \quad (5)$ 式中  $k = (1-n)k_{s} + nk_{w}$  为多孔介质的热传导系数,  $k_{s}$ 和 $k_{w}$ 分别为固相和液相的热传导系数(J/sm°C); m 为多孔介质的比热(J/m³°C),  $m = (1-n)\rho_{s}C_{s} + n\rho_{w}C_{w}$ ,  $C_{s}$ 和 $C_{w}$ 分别为固相和液相的比热(J/kg°C),  $\tau_{0}$ 为松驰时间。

#### 1.2 热弹性波弥散方程

由式(1)~(5)可以得到饱和热弹性介质位移 矢量形式的波动方程如下:

$$G\nabla^{2}\vec{u} + a_{11}\operatorname{grad} e - \alpha M\operatorname{grad} \xi - a_{13}\operatorname{grad} \theta = \rho \vec{u} + \rho_{w} \vec{w} , (6)$$
  
$$\alpha M\operatorname{grad} e - M\operatorname{grad} \xi - a_{23}\operatorname{grad} \theta = \frac{\rho_{w}}{n} \vec{w} + \rho_{w} \vec{u} + b \vec{w} , (7)$$

$$k\nabla^2\theta = b_{31}\left(\dot{e} + \tau_0\ddot{e}\right) - b_{32}\left(\dot{\xi} + \tau_0\ddot{\xi}\right) + b_{33}\left(\dot{\theta} + \tau_0\ddot{\theta}\right), \quad (8)$$

式中,  $\nabla^2$ 为Lapalce算子,  $a_{11} = \lambda + \alpha^2 M + 2G$ ,  $a_{13} = \lambda' + \alpha M \alpha_c$ ,  $a_{23} = \alpha_c M + bD_T$ ,  $b_{31} = (\lambda' + \alpha \alpha_c M)T_0$ ,  $b_{32} = \alpha_c T_0 M$ ,  $b_{33} = (m - \alpha_c^2 M T_0)$ .

对波动方程(6)、(7)两边取散度(梯度的散度 为∇<sup>2</sup>)有

$$a_{11}\nabla^2 e - \alpha M \nabla^2 \xi - a_{13}\nabla^2 \theta = \rho \ddot{e} - \rho_w \ddot{\xi} \quad , \qquad (9a)$$

$$\alpha M \nabla^2 e - M \nabla^2 \xi - a_{23} \nabla^2 \theta = \rho_{\rm w} \ddot{e} - \frac{\rho_{\rm w}}{n} \ddot{\xi} - b \dot{\xi} \quad . \tag{9b}$$

引入标量势 $\varphi_s$ ,  $\varphi_w$ , 矢量势 $\psi_s$ ,  $\psi_w$ , 其中下标 表示固体土骨架部分和流体部分,可以将波场作如下 分解:

$$\vec{u} = \operatorname{grad} \varphi_{s} + \operatorname{curl} \vec{\psi}_{s} ,$$
  
$$\vec{w} = \operatorname{grad} \varphi_{w} + \operatorname{curl} \vec{\psi}_{w} ,$$
  
(10)

对波动方程(6)、(7)两边取旋度(梯度的旋度 为0),利用式(10)可以得到由矢量势表示的一组波 动方程。

$$G\nabla^2 \psi_s = \rho \ddot{\psi}_s + \rho_w \ddot{\psi}_w \quad , \qquad (11a)$$

$$\rho_{\rm w}\ddot{\psi}_{\rm s} + \frac{\rho_{\rm w}}{n}\ddot{\psi}_{\rm w} + b\dot{\psi}_{\rm w} = 0 \quad . \tag{11b}$$

耦合方程组(11a)~(11b)描述了饱和多孔介 质中S波的传播特征。利用平面波条件,由式(10) 可以得到

将式(12)代入式(8)、(9),可以得到由标量势 表示的另一组波动方程。

$$a_{11}\nabla^2 \varphi_{\rm s} + \alpha M \nabla^2 \varphi_{\rm w} - a_{13}\theta = \rho \ddot{\varphi}_{\rm s} + \rho_{\rm w} \ddot{\varphi}_{\rm w} \quad , \qquad (13a)$$

$$\alpha M \nabla^2 \varphi_{\rm s} + M \nabla^2 \varphi_{\rm w} - a_{23} \theta = \rho_{\rm w} \ddot{\varphi}_{\rm s} + \frac{\rho_{\rm w}}{n} \ddot{\varphi}_{\rm w} + b \dot{\varphi}_{\rm w} , \quad (13b)$$

$$k\nabla^2\theta = b_{31}\nabla^2\left(\dot{\phi}_{\rm s} + \tau_0\ddot{\phi}_{\rm s}\right) + b_{32}\nabla^2\left(\dot{\phi}_{\rm w} + \tau_0\ddot{\phi}_{\rm w}\right) + b_{33}\left(\dot{\theta} + \tau_0\dot{\theta}\right)$$
(13c)

耦合式(13a)~(13c)分别描述了饱和多孔介 质中P<sub>1</sub>波、P<sub>2</sub>波和T(热)波的传播特征。设三类耦合 压缩波方程

$$\{\varphi\} = \begin{cases} \varphi_{s} \\ \varphi_{w} \\ \theta \end{cases} = \begin{cases} A_{s} \exp\left[i\left(\omega t - \vec{l}_{p} \cdot \vec{r}\right)\right] \\ A_{w} \exp\left[i\left(\omega t - \vec{l}_{p} \cdot \vec{r}\right)\right] \\ A_{T} \exp\left[i\left(\omega t - \vec{l}_{p} \cdot \vec{r}\right)\right] \end{cases}, \quad (14)$$
$$\{\psi\} = \begin{cases} \psi_{s} \\ \psi_{w} \end{cases} = \begin{cases} B_{s} \exp\left[i\left(\omega t - \vec{l}_{s} \cdot \vec{r}\right)\right] \\ B_{w} \exp\left[i\left(\omega t - \vec{l}_{s} \cdot \vec{r}\right)\right] \end{cases}, \quad (15)$$

式中, $\vec{l}_{p}$ 表示P波、T波和S波的波矢量, $A_{s}$ , $A_{w}$ , $A_{T}$ ,  $B_{s}$ ,  $B_{w}$ 分别表示势函数的幅值。

将式(14)、(15)代入式(11)、(13)可以得到 饱和多孔介质中耦合热弹性波动方程组如下:

$$\lfloor E_{p} \rfloor \{A\} = \{0\} , \qquad (16)$$

$$[E_{s}] \{B\} = \{0\} , \qquad (17)$$

式中, 
$$\{A\} = \begin{bmatrix} A_{s} & A_{w} & A_{T} \end{bmatrix}^{T}$$
,  $\{B\} = \begin{bmatrix} B_{s} & B_{w} \end{bmatrix}^{T}$ ,  
 $\begin{bmatrix} E_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}l_{p}^{2} - \rho\omega^{2} & \alpha M_{p}^{2} - \rho_{w}\omega^{2} & a_{13} \\ \alpha M_{p}^{2} - \rho_{w}\omega^{2} & M_{p}^{2} - a_{22} & a_{23} \\ b_{31}(\tau_{0}\omega^{2} - i\omega)l_{p}^{2} & b_{32}(\tau_{0}\omega^{2} - i\omega)l_{p}^{2} & kl_{p}^{2} - b_{33}(\tau_{0}\omega^{2} - i\omega) \end{bmatrix}$   
 $\begin{bmatrix} E_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Gl_{s}^{2} + \rho\omega^{2} & \rho_{w}\omega^{2} \\ \rho_{w}\omega^{2} & \rho_{w}/n\omega^{2} - i\omega b \end{bmatrix}$ ,  $a_{22} = \rho_{w}/n - ib/\omega$ ,  $l_{p}$ ,  $l_{s}$  分别为 P, S 波的波数。

由式 (16)、(17) 的非零解条件可得 det [E] = 0

$$det[E_s]=0$$
,则P波、T波和S波的弥散方程为

$$\Gamma^{3} + \xi_{1}\Gamma^{2} + \xi_{2}\Gamma + \xi_{3} = 0 \quad , \tag{18a}$$

$$r_{s}^{2} = \frac{Ga_{22}}{\rho a_{22} - \rho_{w}^{2}}$$
 (18b)

$$\vec{x} \oplus \Gamma = v_{p}^{2}, \quad \xi_{0} = \rho_{w}\rho_{w}a_{33} - \rho a_{22}a_{33}; \quad \tau_{0}^{*} = \tau_{0} - i/\omega$$

$$\xi_{1} = \left[\rho a_{22}k + (a_{11}a_{22} + \rho M)a_{33} + a_{22}a_{13}a_{31} + \rho a_{23}a_{32} - \rho_{w}(a_{13}a_{32} + a_{23}a_{31} + \rho_{w}k_{p} + 2\alpha Ma_{33})\right]/\xi_{0}$$

$$\xi_{2} = \left[\alpha M(a_{13}a_{32} + a_{23}a_{31} + 2\rho_{w}k + \alpha Ma_{33}) - (a_{11}a_{22} + \rho M)k - M(a_{11}a_{33} + a_{13}a_{31}) - a_{11}a_{23}a_{32}\right]/\xi_{0},$$

 $\xi_{3} = \left(a_{11} - \alpha^{2}M\right)Mk / \xi_{0}, \quad a_{31} = b_{31}\tau_{0}^{*}; \quad a_{32} = b_{32}\tau_{0}^{*}; \quad a_{33} = b_{33}\tau_{0}^{*} \circ$ 

式 (19a) 的3个正根分别对应饱和土体中  $P_1$ ,  $P_2$ 和T的所对应的复波速  $v_{P_1}$ 、  $v_{P_2}$  和  $v_T$ ; 式 (18b) 对应 剪切波S波的复波速  $v_s$ 。利用Matlab求解该一元三次方 程 (18a) 可得饱和多孔热介质体中弹性波的相速度为  $v_j = \operatorname{Re}(v_j)$ , (19)

式中, $v_i$ 分别为 $P_1$ , $P_2$ , T和S波的相速度。

## 2 SV 波的反射系数

考虑—SV波以 $\theta_0$ 角入射z=0平面,则在界面上 可以产生反射SV、P<sub>1</sub>,P<sub>2</sub>,和T波,其反射角分别定 义为 $\theta_0$ , $\theta_1$ , $\theta_2$ 和 $\theta_3$ ,如图1所示。



#### 图 1 SV 波反射示意图

#### Fig. 1 Schematic diagram of reflection of SV waves

考虑位移势函数 $\varphi_s$ ,  $\varphi_w$ ,  $\psi_s$ ,  $\psi_w$ 的波函数展开 形式如下:

$$\begin{split} \psi_{s} &= B_{s0} \exp\left[i\omega t - il_{s}\left(x\sin\theta_{0} + z\cos\theta_{0}\right)\right] + \\ B_{s1} \exp\left[i\omega t - il_{s}\left(x\sin\theta_{0} - z\cos\theta_{0}\right)\right] , \quad (20a) \\ \psi_{w} &= \delta B_{s0} \exp\left[i\omega t - il_{s}\left(x\sin\theta_{0} + z\cos\theta_{0}\right)\right] + \\ \delta B_{s1} \exp\left[i\omega t - il_{s}\left(x\sin\theta_{0} - z\cos\theta_{0}\right)\right] , \quad (20b) \\ \varphi_{s} &= A_{s1} \exp\left[i\omega t - il_{p1}\left(x\sin\theta_{1} - z\cos\theta_{1}\right)\right] + \\ A_{s2} \exp\left[i\omega t - il_{p2}\left(x\sin\theta_{2} - z\cos\theta_{2}\right)\right] + \\ A_{sT} \exp\left[i\omega t - il_{T}\left(x\sin\theta_{3} - z\cos\theta_{3}\right)\right] , \quad (20c) \\ \varphi_{w} &= \zeta_{1}A_{s1} \exp\left[i\omega t - il_{p1}\left(x\sin\theta_{1} - z\cos\theta_{1}\right)\right] + \\ \zeta_{2}A_{s2} \exp\left[i\omega t - il_{p2}\left(x\sin\theta_{2} - z\cos\theta_{2}\right)\right] + \\ \zeta_{3}A_{sT} \exp\left[i\omega t - il_{p2}\left(x\sin\theta_{3} - z\cos\theta_{3}\right)\right] , \quad (20d) \\ \theta &= \eta_{1}A_{s1} \exp\left[i\omega t - il_{p1}\left(x\sin\theta_{1} - z\cos\theta_{3}\right)\right] , \quad (20d) \\ \theta &= \eta_{1}A_{s1} \exp\left[i\omega t - il_{p2}\left(x\sin\theta_{2} - z\cos\theta_{2}\right)\right] + \\ \eta_{2}A_{s2} \exp\left[i\omega t - il_{p2}\left(x\sin\theta_{2} - z\cos\theta_{2}\right)\right] + \\ \eta_{3}A_{sT} \exp\left[i\omega t - il_{p2}\left(x\sin\theta_{3} - z\cos\theta_{3}\right)\right] , \quad (20e) \\ \psi_{s}, \end{split}$$

$$\zeta_{i} = \frac{a_{13} \left( \alpha M - \rho_{w} v_{i}^{2} \right) - a_{23} \left( a_{11} - \rho v_{i}^{2} \right)}{a_{23} \left( \alpha M - \rho_{w} v_{i}^{2} \right) - a_{13} \left( M - a_{22} v_{i}^{2} \right)},$$

式

$$\eta_{i} = l_{i}^{2} \frac{\left(M - a_{22}v_{i}^{2}\right)\left(a_{11} - \rho v_{i}^{2}\right) - \left(\alpha M - \rho_{w}v_{i}^{2}\right)\left(\alpha M - \rho_{w}v_{i}^{2}\right)}{a_{23}\left(\alpha M - \rho_{w}v_{i}^{2}\right) - a_{13}\left(M - a_{22}v_{i}^{2}\right)}$$
$$\delta = \frac{B_{w}}{B_{s}} = \frac{\left(G - \rho v_{s}^{2}\right)}{\rho_{w}v_{s}^{2}} \quad (i = P_{1}, P_{2}, T) \circ$$

由于入射 SV 波和各反射波的波数和反射角之间 存在如下关系:

$$l_{\rm p1}\sin\theta_1 = l_{\rm p2}\sin\theta_2 = l_{\rm T}\sin\theta_3 = l_{\rm s}\sin\theta_0 \quad . \tag{21}$$

则在表面 z=0,为了使得满足边界条件,式(21)可用各反射波的相速度表示为

$$\frac{\sin\theta_0}{v_{\rm s}} = \frac{\sin\theta_1}{v_{\rm pl}} = \frac{\sin\theta_2}{v_{\rm p2}} = \frac{\sin\theta_3}{v_{\rm T}} \quad . \tag{22}$$

对于平面波问题,固相和液相的应力、位移、孔 压与势函数之间的关系为

$$u_{z} = \frac{\partial \varphi_{s}}{\partial z} + \frac{\partial \psi_{s}}{\partial x},$$

$$u_{x} = \frac{\partial \varphi_{s}}{\partial x} - \frac{\partial \psi_{s}}{\partial z},$$
(23a)

$$w_{z} = \frac{\partial \varphi_{w}}{\partial z} + \frac{\partial \psi_{w}}{\partial x},$$

$$w_{x} = \frac{\partial \varphi_{w}}{\partial x} - \frac{\partial \psi_{w}}{\partial z},$$
(23b)

$$\sigma_{z} = \left(\lambda + \alpha^{2}M\right) \nabla^{2} \varphi_{s} + 2G \left(\frac{\partial^{2} \varphi_{s}}{\partial z^{2}} + \frac{\partial^{2} \psi_{s}}{\partial x \partial z}\right) + \alpha M \nabla^{2} \varphi_{s} - \left(\alpha \alpha M + \lambda'\right) \theta_{s} \qquad (23c)$$

$$\alpha M \nabla^2 \varphi_{\rm w} - (a_{\rm c} \alpha M + \lambda') \theta \quad , \qquad (23c)$$

$$\tau_{xz} = 2G \frac{\partial^{-} \varphi_{s}}{\partial x \partial z} + G \left( \frac{\partial^{-} \psi_{s}}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{-} \psi_{s}}{\partial z^{2}} \right) \quad , \qquad (23d)$$

$$p = -M\left(\nabla^2 \varphi_{\rm s} + \alpha \nabla^2 \varphi_{\rm w}\right) + Ma_{\rm c}\theta \quad , \qquad (23e)$$

 $\vec{x} \cdot \vec{\Psi}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \,.$ 

考虑表面 z=0 上,应力、温度梯度为零,表面排水,则 SV 波在平面界面上的反射条件可表示为

$$\begin{array}{c}
\sigma_{z} |_{z=0} = 0 , \\
\tau_{xz} |_{z=0} = 0 , \\
p |_{z=0} = 0 , \\
\frac{\partial \theta}{\partial z} |_{z=0} = 0 ,
\end{array}$$
(24)

表面不排水情况下 SV 波在平面界面上的反射条件可表示为

$$\sigma_{z}|_{z=0} = 0,$$

$$\tau_{xz}|_{z=0} = 0,$$

$$\dot{w}_{z}|_{z=0} = 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z}|_{z=0} = 0,$$

$$(25)$$

将利用式(20),将式(23)代入边界条件式(24)、

(25),则可以得到 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, T和 SV 波的反射系数  $\frac{A_{s1}}{B_{s0}}$ ,  $\frac{A_{s2}}{B_{s0}}$ ,  $\frac{A_{sT}}{B_{s0}}$ ,  $\frac{B_s}{B_{s0}}$ 的计算式如下:  $\sum d_{ij}Z_j = b_i$  。 (26) 式中  $Z_1 = \frac{A_{s1}}{B_{s0}}$ ,  $Z_2 = \frac{A_{s2}}{B_{s0}}$ ,  $Z_3 = \frac{A_{sT}}{B_{s0}}$ ,  $Z_4 = \frac{B_{s1}}{B_{s0}}$ ,  $d_{1j} = (\lambda + \alpha^2 M + \alpha M \zeta_j + 2G \cos^2 \theta_j) l_{pj}^2 + (a_c \alpha M + \lambda') \eta_j$ ( $j = 1, 2, 3, P_3$  为 T 波),  $d_{14} = -G \sin 2\theta_0 l_s^2$ ;  $d_{24} = l_s^2 \cos 2\theta_0$   $d_{21} = l_{p1}^2 \sin 2\theta_1$ ,  $d_{22} = l_{p2}^2 \sin 2\theta_2$ ,  $d_{23} = l_T^2 \sin 2\theta_3$ 。 排水情况,  $d_{31} = (\alpha + \zeta_1) l_{p1}^2 + a_c \eta_1$ ,  $d_{32} = (\alpha + \zeta_2) l_{p2}^2 + a_c \eta_2$  $d_{33} = (\alpha + \zeta_3) l_T^2 + a_c \eta_3$ ,  $d_{34} = 0$ ; 不排水情况,  $d_{31} = -l_{p1} \cos \theta_1 \zeta_1$ ,  $d_{32} = -l_{p2} \cos \theta_2 \zeta_2$   $d_{33} = -l_T \cos \theta_3 \zeta_3$ ,  $d_{34} = l_s \sin \theta_0 \delta$  。  $d_{41} = i l_{p1} \eta_1 \cos \theta_1$ ,  $d_{42} = i l_{p2} \eta_2 \cos \theta_2$ ,  $d_{43} = i l_T \eta_3 \cos \theta_3$ ,  $d_{44} = 0$  。 排水情况,  $b_3 = 0$ ,  $b_3 = -l_s \sin \theta_0 \delta$ ,  $b_4 = 0$ .

对式 (27) 进行求解,可以得到  $P_1$ ,  $P_2$ , T和 SV 波的反射系数  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ 和  $Z_4$ 的结果。在式 (1)、 (3) 和 (4) 中令  $\lambda'$ ,  $a_c$ ,  $D_T$ 等于 0, 饱和多孔介 质弹性波 (HM) 的相速度和反射系数同理可得。

## 3 算例分析

对SV波在自由表面的反射进行算例分析, 饱和多 孔介质体的热力学参数分别为:  $\lambda$ =2.6×10<sup>8</sup> Pa, G=2.5×10<sup>9</sup> Pa, K<sub>s</sub>=36 GPa, K<sub>w</sub>=2 GPa,  $\rho_s$ = 2650 kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_w$ =1000 kg/m<sup>3</sup>, 初始温度T<sub>0</sub>=300K, 孔隙率 n=0.5, k<sub>1</sub>=1.0×10<sup>-3</sup> m/s,  $a_w$ =2.0×10<sup>-4</sup>K<sup>-1</sup>,  $a_s$ =3.6×10<sup>-5</sup> K<sup>-1</sup>, 固相的热传导系数为3.29 J/smK, 流相的热传导系数为0.582 J/smK, C<sub>w</sub>=4000 m<sup>2</sup>s<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup>, C<sub>s</sub>=940 m<sup>2</sup>s<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup>, 其他参数同文献[7]。

Tao等<sup>[8]</sup>讨论了热物性参数对饱和多孔热弹性介质(THM)中波速的影响,并与多孔弹性介质(HM)进行对比,结果表明:热物性参数对波速影响较大, THM中 P<sub>1</sub>波的相速度较HM中 P<sub>1</sub>波的相速度大。在 THM与HM介质中,频率、孔隙率、渗透系数等对波速的影响规律一致,仅幅值上有一定差异。

在波的反射方面,不同介质中反射系数的分布规 律基本一致,但幅值仍存在一定的差异<sup>[9]</sup>。因此,本 节不再对THM与HM介质波的反射系数进行对比,仅 就排水与不排水工况下各类反射波与入射角和频率之 间的关系进行讨论,结果如图2~7所示。

由图2~7可知,当入射角为零或90°时(即垂直 或水平入射)时,饱和多孔热弹性介质中只产生反射 S波,且相位与入射波相位相反,幅值与入射波相同。

由图2~4可以看出,随着频率从100增大到10000 Hz,反射 P<sub>1</sub>波的幅值显者下降; P<sub>2</sub>波在低频情况下的 幅值接近于零,随着频率的增大, P<sub>2</sub>波幅值有一定的 增大,但相对 P<sub>1</sub>波而言,其幅值较小。在低频条件下, SV波的反射放大作用明显,这一点在文献[10]中也有 类似结论;随着频率的增大,放大作用减弱。在不排 水条件下(图5~7),SV波的反射也存在类似的规律。

对比排水和不排水条件可以看出:P波、S波和T 波的反射曲线有一定的相似性。在相同频率下,排水 条件下的P<sub>1</sub>波的幅值小于不排水条件下的幅值,即不 排水条件的低频放大作用较排水条件大;在低频条件 下,排水和不排水工况的P<sub>2</sub>波的幅值均较小,而随着 频率的增大,两种工况P<sub>2</sub>波的幅值波动呈不同的波动 趋势。



图 2 反射系数随入射角的变化曲线(排水)

Fig. 2 Variation of reflection coefficient with incident angle



#### 图 3 反射系数随入射角的变化曲线(排水)

Fig. 3 Variation of reflection coefficient with incident angle







图 5 反射系数随入射角的变化曲线(不排水)

Fig. 5 Variation of reflection coefficient with incident angle



图 6 反射系数随入射角的变化曲线(不排水)

Fig. 6 Variation of reflection coefficient with incident angle





Fig. 7 Variation of reflection coefficient with incident angle

在排水条件下,反射S波幅值在-1~1之间。不排水条件下,反射S波幅值在-1.2~1之间,有一定的放大作用。在排水和不排水条件下,T波相对于其他波的幅值很小。

## 4 结 论

利用饱和多孔热弹性理论,研究出SV波在自由界 面反射问题,结果表明:

(1) P<sub>1</sub>波的反射幅值随频率增大显著下降;相同 频率下,排水工况下P<sub>1</sub>波反射幅值小于不排水工况结 果,不排水工况的低频放大作用较排水工况明显。

(2) 在低频情况下, P<sub>2</sub>波的反射幅值接近于零, 且随着频率的增大而增大,相对P<sub>1</sub>波而言,其幅值较 小。

(3) 在低频条件下, SV波的反射放大作用明显,

随着频率的增大,放大作用减弱。在排水和不排水条件下,T波相对于其他波的幅值很小。

## 参考文献:

- BIOT M A. The theory of propagation of elastic waves in a fluid- saturated porous solid[J]. J Acoust Soc Am, 1956, 28: 168 - 178.
- [2] 周新民,夏唐代,徐 平,等.饱和土介质中地震波在水、 气分界面上的反射与透射[J].地震学报,2006,28(4):372 - 379. (ZHOU Xin-min, XIA Tang-dai, XU Ping, et al. Seismic reflection and tansmission coefficiens at an air-water interface of saturated porous soil[J]. Acta Seismologica Sinica, 2006, 28(4): 372 - 379. (in Chinese))
- [3] 陈炜昀,夏唐代,刘志军,等.平面 S 波在非饱和土自由 边界上的反射问题研究[J].振动与冲击,2013,32(1):99-105. (CHEN Wei-yun, XIA Tang-dai, LIU Zhi-jun, et al. Reflection of plane-S-waves at a free boundary of unsaturated soil[J]. J vibra shock, 2013, 32(1):99-105. (in Chinese))
- [4] BALJEET Singh. Reflection of SV waves from the free surface of an elastic solid in generalized thermoelastic diffusion[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 291:764 - 778.
- [5] PECKER C, DERESIEWICZ H. Thermal effects on wave propagation in liquid-Filled porous media[J]. Acta Mechaniea, 1973, 16: 45 - 64.
- [6] BALJEET Singh. On propagation of plane waves in generalized porothermoelasticity[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2011, 101(2): 756 - 762.
- [7] LIU Gan-bin, XIE Kang-he, ZHENG Rong-yue. Model of nonlinear coupled thermo-hydro-elastodynamics response for a saturated poroelastic medium[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2009, 52(8): 2373 - 2383.
- [8] TAO Hai-bin, LIU Gan-bin, ZHENG Rong-yue, et al. Characteristics of propagation of thermoelastic wave in saturated porous elastic medium[J]. Transport in Porous Medum, 2013.
- [9] 杨 峻, 吴世明, 等. 饱和土中弹性波的传播特性[J]. 振动 工程学报, 1996, 9(2): 128 - 137. (YANG Jun, WU Shin-ming, CAI Yuan-qiang. Characteristics of propagation of elastic waves in saturated soils[J]. J Vibration Engn, 1996, 9(2): 128 - 137. (in Chinese))
- [10] 刘月红,刘 涛,宋金龙. 土层性质对入射平面 P 波场地 放大效应的影响[J]. 山东建筑大学学报, 2007, 22(3): 198 - 202. (LIU Yue-hong, LIU Tao, SONG Jin-long. Influence of properties of soil layer on site amplification effect for P waves[J]. J Shandong Jianzhu Unive, 2007, 22(3): 198 - 202. (in Chinese))