

基于 Tresca 屈服准则的瓦斯抽采孔的弹塑性解答

徐 平

(中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘 要: 瓦斯抽放是降低煤与瓦斯突出事故的有效措施之一, 但对于“三软”不稳定煤层, 在高地应力作用下, 瓦斯抽放孔在钻孔过程中或运营一段时间后会 出现塌孔。考虑到瓦斯抽放孔的长度远大于直径, 因此可将地应力作用下瓦斯抽放孔的弹塑性变形问题简化为平面应变问题。假定塌孔区域范围内的煤岩体介质符合 Tresca 屈服准则, 采用复变函数的保角映射方法, 根据瓦斯抽放孔边界与瓦斯抽放压力相等和弹塑性边界处应力连续的边界条件, 得到了非均匀高地应力作用下, 塌孔区域(即塑性流动区域)、弹塑性边界处位移和应力的解答公式。最后, 选取实测的地应力数据和煤岩体物理力学参数, 分析了在地应力作用下, 瓦斯抽采孔的塑性区域(即可能发生塌孔的区域)的形状、以及弹塑性边界径向应力和径向位移沿周边的分布特点, 为今后类似的工程和研究提供了参考。

关键词: 地应力; 瓦斯抽放孔; 弹塑性分析; 保角映射法; Tresca 屈服准则

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2013)S2 - 0016 - 05

作者简介: 徐 平(1977 -), 男, 山东五莲人, 博士, 从事土动力学和煤层气地质研究。E-mail: plian127@163.com。

Elastoplastic analysis of gas drainage hole based on Tresca yield criterion

XU Ping

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Gas drainage is one of the effective methods to reduce coal and gas outburst accidents. However, for three types of soft and unstable coal seams, the gas drainage hole will collapse easily in some degree during the hole drilling process or after gas drainage for some of time under high geo-stresses. The length of gas drainage hole is much larger than the diameter, so the elastoplastic analysis of gas drainage hole under non-uniform geo-stresses can be simplified to be a plane strain problem. The rock and coal of the collapsed area are supposed to obey the Tresca yield criterion, the conformal mapping method of complex variable functions is adopted, the inner side of the gas drainage hole is equal to the gas pressure and the stresses at the elastoplastic interface are continuous, and the equations for collapsed area, stress and displacements at the elastoplastic interface are derived. In the end, the geo-stresses and physical and mechanical parameters of coal and rock are selected. The collapsed area near the vertical drainage hole and radial stress and radial displacement distribution characteristics at elastoplastic interface are analyzed. The results may provide reference for the similar projects and studies.

Key words: geo-stress; gas drainage hole; elastoplastic analysis; conformal mapping method; Tresca yield criterion

0 引 言

中国是目前世界上煤与瓦斯突出灾害最严重的国家^[1], “先抽后采, 检测监控, 以风定产”工作方针的贯彻执行对保证中国高瓦斯矿井和煤与瓦斯突出矿井的安全生产工作起到了重要的推进作用^[2]。瓦斯抽放孔是从抽放瓦斯的通道, 对于“三软”不稳定煤层, 在地应力的作用下, 抽放孔运营一段时间后容易塌孔, 极大地影响了瓦斯抽放效果, 并造成人工及材料的浪费, 不利于矿井的安全生产。

垂直瓦斯抽采孔可简化为圆柱形孔, 地应力作用

下圆柱形孔(或套管结构)的变形已进行了相关研究: 殷有泉等^[3]将套管 - 水泥环 - 地层系统分解为两个相对简单的子问题, 基于两个弹性力学平面应变基本问题的解, 采用结构力学的求解思想, 由位移连续条件分别求得了两个子问题的解, 最后由叠加原理得到了原问题的理论解; 李军等^[4]基于多层组合厚壁圆筒理论, 建立了套管、水泥环及井壁围岩组合体的力学模型, 对均匀地应力作用下的组合体进行了弹塑性分析,

基金项目: 中国博士后科学基金项目(2012M521509)

收稿日期: 2013 - 06 - 07

推导了弹塑性条件下套管、水泥环及井壁围岩组合体的应力分布表达式；张建忠等^[5]以非均匀外载为前提，以弹性力学为基础，以套管 - 水泥环 - 储层岩体环组合系统为研究对象，对套管及水泥环在理想状况下受非均匀地应力和均匀内外压共同作用时的受力特性进行分析；王力军等^[6]将套管看成弹性体，把地层视为无穷大的黏弹性体，建立了非均匀地应力条件下蠕变地层的开尔文模型本构方程，运用应力分析法和拉普拉斯变换法，求解出非均匀地应力条件下蠕变地层套管的载荷；汪鹏程等^[7]采用双剪统一强度理论和不相关联流动法则，考虑软化区的大应变，对柱形孔扩张问题进行求解，得出了扩张率 - 扩张压力的解析表达式。

上述研究并未给出不均匀地应力作用下塑性流动区域（即可能发生的塌孔区域）、弹塑性边界处位移和应力的解答，本文在文献[8]的研究基础上，借助复变函数的映射函数方法对该问题进行了求解。

1 问题的解答

1.1 边界条件

瓦斯抽采孔通常为圆柱形孔，其长度远大于直径，假定煤层气储层岩体为各向同性的均质体，因此可将非均匀地应力引起瓦斯抽采孔的变形问题简化为平面应变问题，计算模型如图 1 所示。

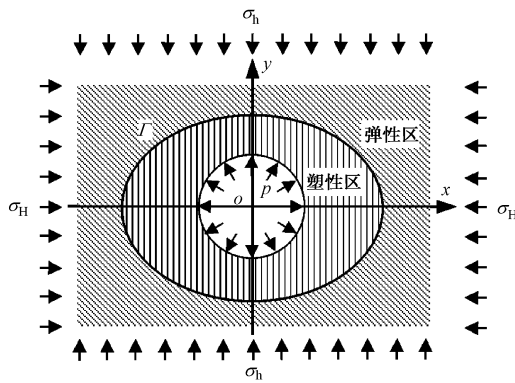


图 1 简化的平面应变模型

Fig. 1 Simplified plane strain model

取水平地应力分别为 σ_H 和 σ_h ，瓦斯抽采孔的半径为 r_0 ，内部均匀压力为 p_0 ，边界条件可描述为

$$(1) \text{ 当 } r = r_0 \text{ 时: } \sigma_r = -p; \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad ; \quad (1a)$$

$$(2) \text{ 当 } r \rightarrow \infty \text{ 时: } \sigma_x^{(\infty)} = -\sigma_H; \quad \sigma_y^{(\infty)} = -\sigma_h \quad . \quad (1b)$$

1.2 应力的复变函数表示

(1) 弹性区

引入弹性应力势函数 $U_1(x, y)$ ，在平面直角坐标系 (x, y) 下的应力表达式为^[9]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} ; \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} ; \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 U_1}{\partial x \partial y} . \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

相容方程 $\nabla^4 U_1 = 0$ 在复平面 (z, \bar{z}) 内的形式为

$$\frac{\partial^4 U_1}{\partial z^2 \partial \bar{z}^2} = 0 \quad . \quad (3)$$

满足式 (3) 的应力势函数 $U_1(z, \bar{z})$ 为

$$U_1 = \text{Re} \left[\bar{z} \phi_1^*(z) + \theta_1^*(z) \right] \quad . \quad (4)$$

相应地，应力的复变函数表达式可直接给出

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y + \sigma_x &= 4 \text{Re} \left[\phi_1^*(z) \right] , \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i \tau_{xy} &= 2 \left[\bar{z} \phi_1^{**}(z) + \psi_1^{**}(z) \right] , \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中， $\psi_1^*(z) = \theta_1^*(z)$ ， $\phi_1^*(z)$ 与 $\psi_1^*(z)$ 具有相同的因次。

式 (4)、(5) 中，函数 $\phi_1^*(z)$ 与 $\psi_1^*(z)$ 应为弹塑性边界 Γ 外域内的解析函数，且在 Γ 和外域上均连续。

(2) 塑性区

采用传统的 Tresca 塑性条件，即当最大剪应力达到某一极限值 k 时，材料发生屈服，在平面直角坐标系 (x, y) 下，剪切屈服条件描述为^[10]

$$\tau_{\max} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 / 4 + \tau_{xy}^2} = k \quad , \quad (6)$$

式中， k 可由材料的试验确定，单向拉伸屈服试验 ($\sigma_1 = \sigma_s, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$)， $k = \sigma_s / 2$ ，纯剪试验 ($\sigma_1 = \tau_s, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\tau_s$)， $k = \tau_s$ 。

引入塑性应力势函数 $U_2(x, y)$ ，结合应力求解公式 (2)，则式 (6) 可表示成 $U_2(x, y)$ 的形式

$$\left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial x \partial y} \right)^2 = 4k^2 \quad (7)$$

根据内边界条件式 (1)，在极坐标 (r, θ) 下，满足式 (7) 的势函数 $U_2(r, \theta)$ 为

$$U_2(r, \theta) = kr^2 \ln \frac{r}{r_0} - \frac{p_0 + k}{2} r^2 \quad , \quad (8)$$

式中略去了与应力无关的常数项和 r 的一次项。

根据微分在极坐标与直角坐标之间的关系式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_2}{\partial x} &= \left(\cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) U_2 , \\ \frac{\partial U_2}{\partial y} &= \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) U_2 , \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

可求得塑性区的应力表达式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 2k - 2p_0 + 2k \ln \frac{|z|^2}{r_0^2}, \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2k \frac{\bar{z}}{z}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

1.3 势函数的求解

在弹塑性边界上应力连续，而无穷远处满足边界条件式(1b)，即

(1) 当 $z \in \Gamma$ 时，

$$\left. \begin{aligned} 4\text{Re}[\varphi_1^*(z)] &= 2k - 2p_0 + 2k \ln \frac{|z|^2}{r_0^2}, \\ 2[\bar{z}\varphi_1''(z) + \psi_1'(z)] &= 2k \frac{\bar{z}}{z}; \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

(2) 当 $z \rightarrow \infty$ 时，

$$\left. \begin{aligned} 4\text{Re}[\varphi_1^*(z)] &= -\sigma_H - \sigma_h, \\ 2[\bar{z}\varphi_1''(z) + \psi_1'(z)] &= \sigma_H - \sigma_h. \end{aligned} \right\} \quad (11b)$$

由于弹塑性边界曲线 Γ 的形状未知，引入保角变换函数 $z = \omega(\zeta)$ 将 z 平面上圆周 Γ 的外域映射成 ζ 平面上单位圆 γ (圆心为坐标原点 $\zeta = 0$ ，半径为 1) 的外域^[10]：

$$z = \omega(\zeta) = R \left(\zeta + \sum_{j=0}^{\infty} c_j \zeta^{-j} \right), \quad (12)$$

式中， R 和 c_j 为待定系数， R 为实数， c_j 为复数， $\zeta = \rho e^{i\theta}$ ， $|\zeta| \geq 1$ 。

进一步把 z 的函数变换为 ζ 的函数^[10]：

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\zeta) &= \varphi_1^*(z) = \varphi_1^*[z(\zeta)], \\ \psi_1(\zeta) &= \psi_1^*(z) = \psi_1^*[z(\zeta)], \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\zeta) &= \varphi_1'(z) = \varphi_1'(\zeta)/\omega'(\zeta), \\ \Psi_1(\zeta) &= \psi_1'(z) = \psi_1'(\zeta)/\omega'(\zeta), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\Phi_1'(\zeta) = \varphi_1''(z)\omega'(\zeta). \quad (15)$$

将式(13)~(15)代入式(11)，整理得

(1) 当 $\zeta \in \gamma$ 时，

$$\left. \begin{aligned} 4\text{Re}[\Phi_1(\zeta)] &= 2k - 2p_0 + 2k \ln \frac{|\omega(\zeta)|^2}{r_0^2}, \\ 2 \left[\frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} \Phi_1'(\zeta) + \Psi_1(\zeta) \right] &= 2k \frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\omega(\zeta)}; \end{aligned} \right\} \quad (16a)$$

(2) 当 $\zeta \rightarrow \infty$ 时，

$$\left. \begin{aligned} 4\text{Re}[\Phi_1(\zeta)] &= -\sigma_H - \sigma_h, \\ 2 \left[\frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} \Phi_1'(\zeta) + \Psi_1(\zeta) \right] &= \sigma_H - \sigma_h. \end{aligned} \right\} \quad (16b)$$

在单位圆 γ 的边界上， $\rho = 1$ ，因而 $\zeta = e^{i\theta}$ ，引入^[10]

$$\sigma = e^{i\theta}, \quad (17)$$

此时，可得以下关系：

$$\frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\omega(\sigma)} = \bar{c}_2 \sigma + \bar{c}_1 + M(\sigma), \quad (18)$$

式中， $M(\sigma)$ 是在单位圆 γ 的外域为解析函数，并且 $M(\infty) = 0$ 。

根据 Cauchy 定理：设函数 $F(\zeta)$ 在单位圆的外域是解析的，且在圆外及圆周上是连续的，那么对于圆内的任意一点 ζ 都有^[11]

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} \frac{F(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma = F(\zeta). \quad (19)$$

对边界条件式(16a)的第2式左右两端同乘以 $\frac{1}{2\pi i} \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta}$ ，并沿单位圆 γ 求回路积分，结合式(16b)的第2式，可得

$$2k[\bar{c}_2 \zeta + \bar{c}_1 + M(\infty)] = \sigma_H - \sigma_h. \quad (20)$$

根据 $M(\infty) = 0$ 及 $\zeta \rightarrow \infty$ 时方程有解，可求得

$$c_1 = \frac{\sigma_H - \sigma_h}{2k}; \quad c_2 = 0. \quad (21)$$

于是，式(12)可简化为

$$z = \omega(\zeta) = R \left(\zeta + \frac{c_1}{\zeta} \right). \quad (22)$$

将式(22)代入式(16a)的第1式， k ， p_0 和 R 均为实数，可直接得到 $\Phi_1(\zeta)$ 的一种表达式：

$$\Phi_1(\zeta) = \frac{k - p_0}{2} + k \ln \frac{R}{r_0} + k \ln \left(1 + \frac{c_1}{\zeta^2} \right). \quad (23)$$

根据式(16b)的第1式，进一步有

$$R = r_0 \exp \left[\frac{1}{2k} \left(p_0 - k - \frac{\sigma_h + \sigma_H}{2} \right) \right]. \quad (24)$$

将式(24)代入式(22)得到 $\omega(\zeta)$ 的表达式后，由式(16b)的第2式可得

$$\Psi_1(\zeta) = k \frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\zeta \omega'(\zeta)}. \quad (25)$$

根据 $\bar{\zeta} = \rho^2/\zeta$ ，由式(22)可得

$$\omega'(\zeta) = R \left(1 - \frac{c_1}{\zeta^2} \right), \quad (26a)$$

$$\overline{\omega'(\zeta)} = R \left(1 - \frac{c_1 \bar{\zeta}^2}{\rho^4} \right), \quad (26b)$$

$$\overline{\omega(\zeta)} = R \left(\frac{\rho^2}{\zeta} + \frac{c_1 \bar{\zeta}}{\rho^2} \right). \quad (26c)$$

将式(26a)、(26b)、(26c)代入式(14)，并对 ζ 进行积分，根据 $\varphi_1(\zeta)$ 和 $\psi_1(\zeta)$ 在无穷远处为解析函数，在不改变应力姿态的条件下，可得

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\zeta) &= \left[\frac{k - p_0}{2} + k \ln \frac{R}{r_0} + k \ln \left(1 + \frac{c_1}{\zeta^2} \right) \right] \\ &\quad R \left(\zeta + \frac{c_1}{\zeta} \right) - \frac{2Rkc_1}{\zeta}, \end{aligned} \right\} \quad (27a)$$

$$\psi_1(\zeta) = kR \left(-\frac{\rho^2}{\zeta} + \frac{c_1}{\rho^2} \zeta \right) \quad (27b)$$

1.4 应力和位移的解答

弹性区域任一点的应力和位移公式为^[9]

$$\sigma_\theta + \sigma_\rho = 4 \operatorname{Re}[\Phi_1(\zeta)] \quad (28a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} &= \frac{2\zeta^2}{\rho^2 \omega'(\zeta)} \left[\overline{\omega(\zeta)} \Phi_1'(\zeta) + \omega'(\zeta) \Psi_1(\zeta) \right] \quad (28b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_\rho + iu_\theta &= \frac{1+\mu}{E} \frac{\zeta}{\rho} \frac{\overline{\omega'(\zeta)}}{|\omega'(\zeta)|} \cdot \\ &\left[(3-4\mu)\varphi_1(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\varphi_1'(\zeta)} - \overline{\psi_1(\zeta)} \right] \quad (28c) \end{aligned}$$

将式 (26) 和 (27) 代入式 (28a)、(28b)、(28c) 经过整理, 可得应力和位移的最终求解公式:

$$\sigma_\theta + \sigma_\rho = 4 \left\{ \frac{k-p_0}{2} + k \ln \frac{R}{r_0} + k \operatorname{Re} \left[\ln \left(1 + \frac{c_1}{\zeta^2} \right) \right] \right\} \quad (29a)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} = \frac{2k(1+c_1\zeta^2)(\zeta^2-c_1)}{\rho^2(1-c_1\zeta^2)(\zeta^2+c_1)} \quad (29b)$$

$$\begin{aligned} u_\rho + iu_\theta &= \frac{1+\mu}{E} \frac{(\rho^4 - c_1\zeta^2)}{\rho\zeta|\zeta^2 - c_1|} \cdot \\ &\left\{ (2-4\mu)R \left(\frac{k-p_0}{2} + k \ln \frac{R}{r_0} \right) \left(\zeta + \frac{c_1}{\zeta} \right) + \right. \\ &kR \left(\zeta + \frac{c_1}{\zeta} \right) \left[(3-4\mu) \ln \left(1 + \frac{c_1}{\zeta^2} \right) - \ln \left(1 + \frac{c_1\zeta^2}{\rho^4} \right) \right] - \\ &\left. (3-4\mu) \frac{2Rkc_1}{\zeta} - kR \left(\frac{c_1}{\zeta} - \zeta \right) \right\} \quad (29c) \end{aligned}$$

2 计算实例

假定煤岩体为均质的各向同性介质, 参考文[12]中采用空心包体法测得的地应力和煤岩体参数等数据, 取煤岩的弹性模量 $E=3.3 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu=0.273$; 根据实际工程, 取瓦斯抽放孔直径 90 mm , 即半径 $r_0=0.045 \text{ m}$, 抽放瓦斯产生的内压 $p_0=0.2 \text{ MPa}$, 竖向地应力 $\sigma_h=5.0 \text{ MPa}$ 。

定义水平地应力与竖向地应力的比值为

$$\gamma = \sigma_H / \sigma_h \quad (30)$$

γ 分别取 1.0, 2.0 和 3.0, 绘制了可能出现塌孔的区域 (塑性区域)、弹塑性边界处的径向应力 σ_r 和径向位移 u_r 沿周向的分布曲线, 如图 2~4 所示。

从图 2 可以看出, 随着地应力比值 γ 的增大, 瓦斯抽放孔的塑性区域 (可能发生塌孔的区域) 的形状由均匀地应力状态的圆形变成不均匀状态下的近似椭圆

圆形, 塑性区域的最大地应力方向 (长轴方向) 增大而最小地应力方向 (短轴方向) 减小, 即较大地应力方向易压碎煤岩体; 当比值 γ 分别取 1.0, 2.0, 3.0 时, 塌孔区域 (即塑性流动区域) 的面积与瓦斯抽放孔的面积之比分别为 2.41, 2.90, 3.19, 塑性区域的面积随着地应力比值 γ 的增大而增大。

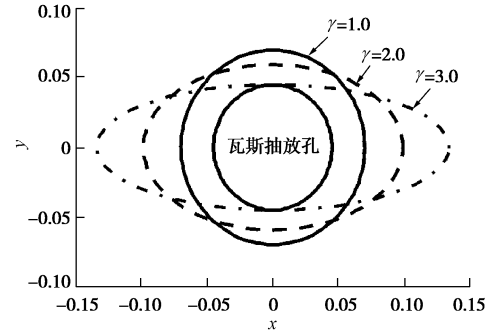


图 2 瓦斯抽放孔和弹塑性界面曲线
Fig. 2 Gas drainage hole and elastic-plastic interface curves

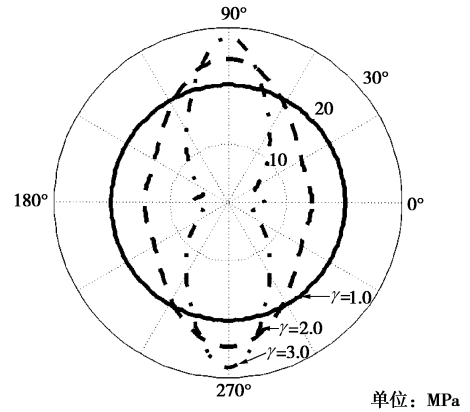


图 3 弹塑性界面处的径向应力分布曲线
Fig. 3 Curves of radial stresses at elastic-plastic interface

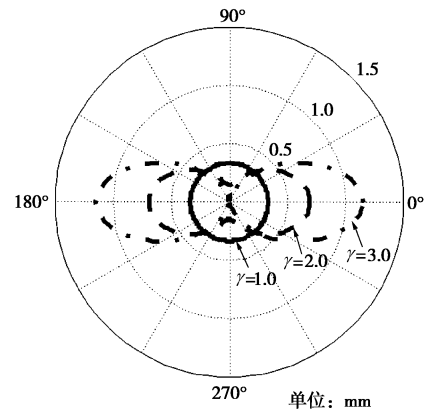


图 4 弹塑性界面处径向位移
Fig. 4 Curves of radial displacement at elastic-plastic interface

从图 3 可以看出, 随着地应力比值 γ 的增大, 弹塑性界面处的应力形状由圆形逐渐变成近似椭圆形, 其长轴方向位于最小地应力方向 (图 3 中的 0° 和 180° 方向), 与图 2 中的弹塑性界面相差 90° 。

比较图 2, 3 可以得出: 最大水平地应力越大, 该方向的塑性区域越大, 煤岩体越易被压碎, 该方向的地应力越易被释放, 因此该方向的径向应力有所减小。

从图 4 可以看出, 瓦斯抽放孔在发生塑性流动后, 变形主要由塑性区域内的煤岩体产生, 而弹性区域的径向位移很小, 最大值为 1.18 mm, 是瓦斯抽放孔直径的 1.31%, 可以忽略不计。

3 结 论

(1) 在文[8]的研究基础上, 采用复变函数的保角映射方法, 得到了竖向瓦斯抽放孔在非均匀地应力作用下, 孔边塌孔区域(塑性区域)、孔边的位移和应力的求解公式。

(2) 当周边地应力为均匀应力时, 弹塑性边界、弹塑性界面处的径向应力都为圆形; 随着最大水平地应力的增大, 弹塑性边界为最大水平地应力方向大于最小水平地应力方向的近似椭圆形, 而弹塑性边界上的径向应力分布曲线为最小水平地应力方向大于最大水平地应力方向的近似椭圆形, 这是因为在最大水平地应力作用下, 该方向的煤岩体易被压碎, 压碎后的煤岩体易释放最大水平地应力。

(3) 整个瓦斯抽放孔的位移主要由塑性区域的煤岩体产生, 而弹性区域的径向位移很小, 可以忽略不计。

参考文献:

- [1] 付建华, 程远平. 中国煤矿煤与瓦斯突出现状及防治对策[J]. 采矿与安全工程学报, 2007, 24(3): 253 - 259. (FU Jian-hua, CHENG Yuan-ping. Situation of coal and gas outburst in China and control countermeasures[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2007, 24(3): 253 - 259. (in Chinese))
- [2] 程远平, 俞启香, 周红星, 等. 煤矿瓦斯治理“先抽后采”的实践与作用[J]. 采矿与安全工程学报, 2006, 23(4): 289 - 292. (CHENG Yuan-ping, YU Qi-xiang, ZHOU Hong-xing, et al. Practice and effectiveness of "draining gas before coal mining" to prevent gas from bursting[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2006, 23(4): 289 - 292. (in Chinese))
- [3] 殷有泉, 陈朝伟, 李平恩. 套管 - 水泥环 - 地层应力分布的理论解[J]. 力学学报, 2006, 38(6): 835 - 842. (YIN You-quan, CHEN Zhao-wei, LI Ping-en. Theoretical solutions of stress distribution in casing-cement and stratum system[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(6): 835 - 842. (in Chinese))
- [4] 李 军, 陈 勉, 柳贡慧, 等. 套管、水泥环及井壁围岩组合体的弹塑性分析[J]. 石油学报, 2005, 26(6): 99 - 103. (LI Jun, CHEN Mian, LIU Gong-hui, et al. Elastic-plastic analysis of casing concrete sheath-rock combination[J]. Acta Petrolei Sinica, 2005, 26(6): 99 - 103. (in Chinese))
- [5] 张建忠, 张志全, 于洋洋, 等. 非均匀地应力下套管水泥环受力研究[J]. 断块油气田, 2007, 14(2): 68 - 70. (ZHANG Jian-zhong, ZHANG Zhi-quan, YU Yang-yang, et al. Analysis of loading property of casing and cement sheath under nonuniform terrestrial stress[J]. Fault-Block Oil & Gas Field, 2007, 14(2): 68 - 70. (in Chinese))
- [6] 王力军, 于永南, 李 健, 等. 非均匀地应力下蠕变地层套管的载荷分布[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2008, 32(1): 86 - 89. (WANG Li-jun, YU Yong-nan, LI Jian, et al. Casing loads distribution with non-uniform in-situ stresses in creep stratum[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2008, 32(1): 86 - 89. (in Chinese))
- [7] 汪鹏程, 刘干斌, 朱向荣. 弹塑性脆性岩土材料中柱形孔扩张大应变解[J]. 岩土力学, 2007, 28(3): 587 - 592. (WANG Peng-cheng, LIU Gan-bin, ZHU Xiang-rong. Solution to cylindrical cavities expansion in elastoplastic -brittle materials considering large strain[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(3): 587 - 592. (in Chinese))
- [8] P. H. 萨文 著. 孔附近的应力集中[M]. 卢鼎霍 译. 北京: 人民教育出版社, 1951. (Г. Н. САВИН. Stress concentration around the hole[M]. LU Ding-huo, translator. Beijing: Science Press, 1958. (in Chinese))
- [9] 徐芝纶. 弹性力学(上册)[M]. 北京: 人民教育出版社, 1982. (XU Zhi-lun. Elastic mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 1982. (in Chinese))
- [10] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. (ZHENG Ying-ren, SHEN Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. The principles of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002. (in Chinese))
- [11] 陆明万, 罗学富. 弹性理论基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. (LU Ming-wan, LUO Xue-fu. Basis of elastic theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. (in Chinese))
- [12] 徐 平, 张子戌, 戴永浩. 地应力现场测试及其对煤与瓦斯突出的影响[J]. 矿业研究与开发, 2008, 28(2): 71 - 74. (XU Ping, ZHANG Zi-xu, DAI Yong-hao. In-situ stress measurement and the effects of in-situ stress on coal and gas outburst[J]. Mining Research and Development, 2008, 28(2): 71 - 74. (in Chinese))