

地震液化侧向变形超过指定阈值的 Probit 模型初探

刘 芳^{1,2}, 李 震^{1,2}

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 基于地震液化侧向变形实测数据, 通过数据统计分析了影响液化侧向变形的关键因素, 并采用 Probit 建模方法, 初步建立了地震液化侧向变形超过特定阈值的概率模型, 并将模型预测结果与两个典型案例的实测数据进行了对比。该预测模型可以考虑震级、震距、场地坡度和液化土层厚度对液化侧向变形发生概率的影响。预测结果与实测数据的对比表明模型能够较好地预测发生大变形的概率, 但对于小变形情况, 模型预测结果偏保守。

关键词: 地震液化; 侧向变形; 概率模型

中图分类号: TU470 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2013)S1 - 0425 - 05

作者简介: 刘 芳(1978 -), 女, 广东河源人, 博士, 讲师, 主要从事砂土地震液化、天然气水合物力学性质测试及数值分析等方面的研究。E-mail: liufang@tongji.edu.cn。

Probit model for exceedance of liquefaction-induced lateral deformation over a given threshold value due to earthquakes

LIU Fang^{1,2}, LI Zhen^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The major factors influencing the liquefaction-induced lateral deformation are identified using statistical analysis based on post-earthquake reconnaissance data collected from historical earthquakes. A simple probability model is proposed within the framework of the Probit model for predicting the likelihood of liquefaction-induced deformation exceeding a given threshold value. The model prediction is compared with the historical data collected from two selected destructive earthquakes. The proposed model relates the probability to the earthquake moment, epicenter distance, slope of the ground surface and accumulated thickness of liquefiable soils. The comparison between the prediction and the field data indicates that the proposed model performs well particularly in cases of large displacements, while it provides a conservative estimate in cases of small displacements.

Key word: earthquake-induced liquefaction; lateral displacement; probabilistic model

0 引 言

地震所引起的土体液化侧向变形预测是当前地震工程学和土体动力学领域的重要研究课题之一。土体液化诱发的地面侧向变形可能对液化区内的桥梁、公路、码头、管线等生命线工程造成严重破坏。国内外许多地震如日本新泻地震、日本阪神地震、邢台地震和唐山地震等都出现了大量震后液化所引发的地表侧向变形, 并造成巨大损失。许多学者对此展开了深入研究, 在液化大变形数值分析方法及砂土液化本构模型方面取得了重要进展^[1]。

在区域性液化风险评估领域, 液化变形预测是液化区系统易损性分析首先必须解决的问题。由于数值分析方法(如有限元方法)所依赖的砂土液化本构模型比较复杂, 模型参数较多, 而且当预测大尺度场地

时模型参数难以准确描述。所以, 这种相对精确的方法很难在区域性液化变形预测中得到推广, 因此不少学者从震害数据的统计分析出发, 提出简单实用的回归预测模型。

表 1 列出了部分在文献出现的适用于无限缓坡的统计回归模型^[2-9]。其中, 最早的模型是由 Hamada 等^[2]根据日本震害数据统计得到的简单预测模型, 该模型只考虑土层和地形的影响。后期比较有代表性的模型是由 Bartlett 等^[4]根据日本和美国的地震实测数据提出的多元线性回归模型, Youd 等^[5]对该模型又

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(41102173); 教育部博士学科点专项科研基金项目(20100072120006); 教育部留学回国人员科研启动基金项目

收稿日期: 2013 - 03 - 02

表1 地震液化侧向变形统计模型所选用的变量

Fig. 1 Variables used in available models for liquefaction-induced lateral deformation

模型	M_w	R	PGV	H	S	T_{15}	F_{15}	D_{50}	LDI	a_{max}	T_d	L_{slide}	S_{top}	H_{face}	Z_{FSmin}	Z_{liq}
Hamada 等 ^[2]				✓	✓											
Youd 等 ^[3]	✓	✓														
Bartlett 等 ^[4] , Youd 等 ^[5]	✓	✓			✓	✓	✓	✓								
Rauch 等 ^[6]	✓	✓								✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Bardet 等 ^[7]	✓	✓			✓	✓										
Zhang 等 ^[8]					✓				✓							
Bardet 等 ^[9]			✓		✓	✓										

注: M_w 为震级, R 为震中距, PGV 为地表峰值加速度, H 为液化土层厚度, S 为地表土层倾角, T_{15} 为标贯击数小于 15 的饱和砂土层的累积厚度; F_{15} 为细粒含量; D_{50} 为可液化土层的平均粒径; LDI 为侧向位移指数; a_{max} 为地表峰值加速度; T_d 为地震持续时间; L_{slide} 为滑坡的最大水平长度; S_{top} 为滑坡的平均坡度; H_{face} 为自由面垂直高度; Z_{FSmin} 为可液化土层最小安全系数处的深度; Z_{liq} 为可液化土层表面至地面的距离。

进行了数据修正。为了便于工程应用, Bardet 等^[7]进一步简化了该回归模型, 认为平均粒径和细粒含量的影响可以忽略。另外, Bardet 等^[9]采用简化力学模型论证了地表峰值加速度 PGV 对液化土层变形量的重要影响, 建议采用 PGV 作为地震参数, 并建立了相应的变形回归模型。然而, 上述统计模型的共同缺陷是只能预测液化变形期望值(或平均值), 但无法给出产生任意变形量的概率。

区别于液化势判定(即液化发生与否, 属二元变量问题)的非确定性模型, 液化变形作为一个连续的随机变量, 其概率预测仍然是一个棘手的问题。变形不超过特定阈值的概率问题则相对简单, 而且这个命题也是基于性能设计理论无法回避的问题。假如地表侧向变形超过容忍值的可能性很大, 意味着基础处理和结构设计中需要考虑控制液化变形的相关问题。

本文采用文献[4, 5]所提及的缓坡液化变形震害数据, 首先通过统计分析识别影响变形的重要因素, 然后采用 Probit 建模方法建立液化侧向变形超过特定阈值的概率模型, 最后对比该模型的预测结果与实测结果, 初步验证该建模方法的有效性。

1 液化侧向变形数据库

Bartlett 等^[4]将日本和北美地震的液化变形数据进行整理, 汇编了缓坡和邻近自由面的液化变形数据库, Youd 等^[5]对该数据库进行了勘误和补充。该数据库包含缓坡案例数据测点共计 238 个, 涉及 5 场地震的震后变形实测数据, 包括 1906 年旧金山地震、1964 年新泻地震、1964 年阿拉斯加地震、1971 年 San Fernando 地震和 1983 年 Nihokai-Chubu 地震。

图 1 为该数据库缓坡情况下侧向位移测值的统计

直方图, 变形值的变化范围为 0~5.5 m。除侧向变形位移值之外, 数据库还包含了震级 M 、震中距 R 、地表倾角 S 、标贯击数小于 15 的饱和砂土层的累积厚度(即液化土层累计厚度 T_{15})、该厚度范围土层的细粒含量 F_{15} 及平均粒径 D_{50} 的估算值。

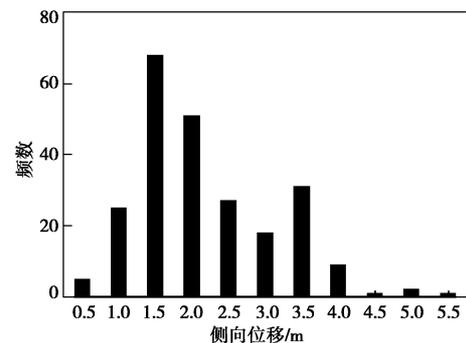


图1 液化侧向变形直方图

Fig. 1 Histogram of liquefaction-induced lateral displacement

2 液化侧向变形的 Probit 模型

2.1 建模方法

Probit 模型是非线性回归模型(广义线性模型), 常用于二元变量的概率预测。Probit 模型最初源于生物实验的数据分析, 逐渐发展渗透到各个统计领域, 尤其在生物和金融统计方面得到非常广泛的应用。基于 Probit 建模思想, 首先需要构造一个二元变量 Y 。假设该变量 Y 在液化侧向变形超过某一阈值时取值为 1, 其余情况为 0; 其数学表达式为

$$Y = \begin{cases} 1 & (DH \geq \delta) \\ 0 & (DH < \delta) \end{cases}, \quad (1)$$

式中, DH 为由于液化所引起的侧向位移, δ 为任意设定的位移阈值。

上述随机变量 Y 值为 1 的概率分布函数可以表述为

$$P_L = \Phi(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_r x_r) \quad (2)$$

式中, P_L 为液化变形超过指定阈值 δ 的概率, $\Phi(\bullet)$ 为正态概率分布函数, x_i 为影响变形量的因素 (自变量), β_i 为回归系数, 由最大似然估计法确定。

2.2 模型参数的识别

根据前人成果, 在此考虑的影响因素包括地表坡度 S 、标准贯入击数小于 15 的饱和可液化土的累计厚度 T_{15} 、该累计液化土层厚度范围内的土体平均粒径 D_{50} 和平均细粒含量 F_{15} 。控制液化侧向变形概率的模型参数主要通过分析经验概率分布曲线来确定。在此以位移阈值为 1.5 m 为例进行说明。

图 2 是坡度数据的直方图。将数据点分成两类, 即实测位移超过阈值 (即 1.5 m) 和未超过阈值的情况。前者对应 Y 为 1 的情况, 在图中由黑色直方图表示, 表示在特定坡度范围内, 位移超过 1.5 m 的数据个数 (即频数)。白色直方图包含上述两类情况, 表示坡度在特定范围内的频数。两者频数之比表示在该坡度范围内位移超过阈值的经验概率。图 3 为不同坡度情况下的经验概率曲线。当坡度小于 1.0 时, 经验概率随着坡度的增加而增加, 但当坡度大于 1.0 时, 经验概率反而降低, 但由于大坡度的数据点不多, 经验概率的代表性有待进一步考证。

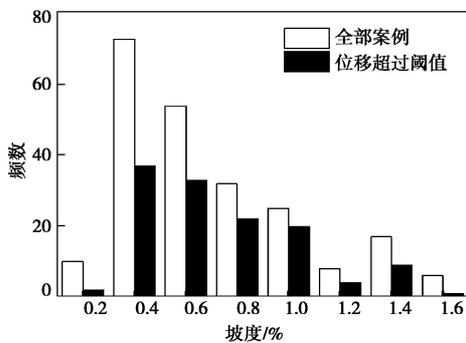


图 2 坡度分布直方图

Fig. 2 Histogram of slope

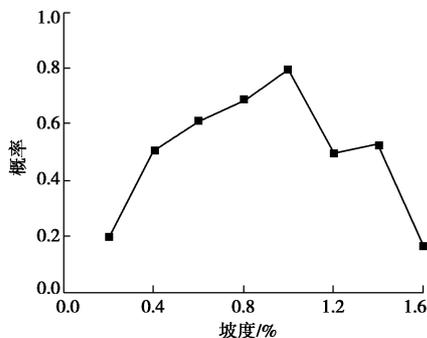


图 3 坡度的经验概率分布曲线

Fig. 3 Distribution curve of empirical probability of slope

图 4, 5 分别为液化土层厚度的直方图及相应的经验

概率分布曲线, 厚度区间为 2 m, 厚度范围为 0~14 m。经验概率曲线大致随着液化厚度增加而增加, 表明液化土层厚度对侧向变形的影响较大。

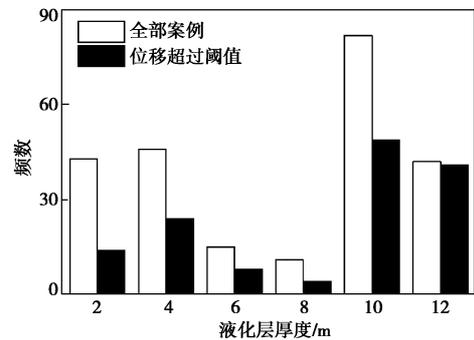


图 4 液化层厚度分布直方图

Fig. 4 Histogram of liquefiable thickness

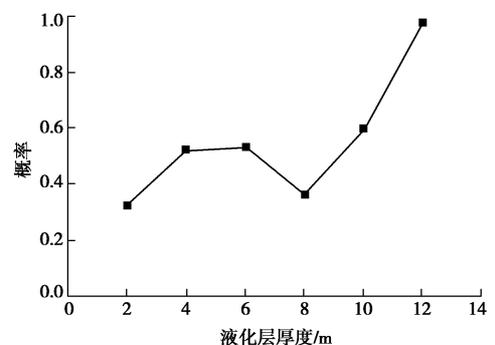


图 5 液化层厚度的经验概率分布曲线

Fig. 5 Distribution curve of empirical probability of liquefiable thickness

图 6, 7 分别为颗粒平均粒径直方图和相应的经验概率分布曲线, 粒径区间为 0.1 mm, 范围为 0~0.6 mm。经验概率随粒径增加呈现先增加后减小的趋势, 考虑到平均粒径不容易通过现场试验得到, 因此暂时不考虑平均粒径的影响。

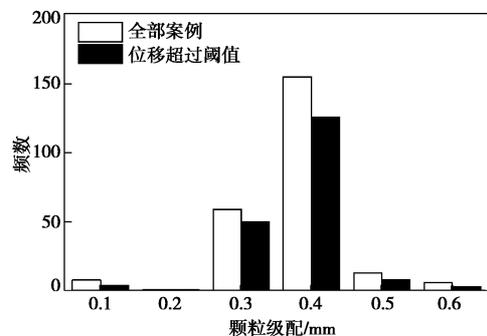


图 6 颗粒级配分布直方图

Fig. 6 Histogram of average particle diameter

图 8, 9 分别为液化层的平均细粒含量直方图和相应的经验概率分布曲线, 各区间为 2%, 范围为 0~14%。经验分布概率曲线波动幅度大, 规律不明显,

在此也暂不考虑细粒含量的影响。

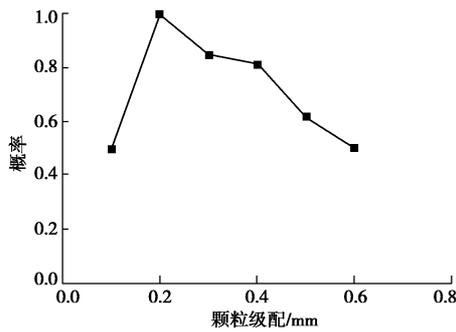


图7 颗粒级配的经验概率分布曲线

Fig. 7 Distribution curve of empirical probability of average particle diameter

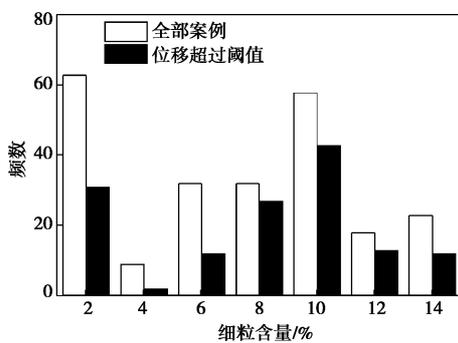


图8 细粒含量分布直方图

Fig. 8 The histogram of the fine content

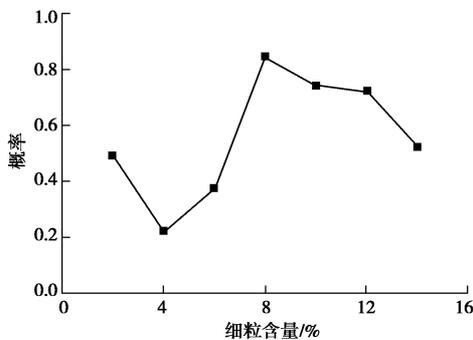


图9 细粒含量的经验概率分布曲线

Fig. 9 Distribution curve of empirical probability of fine content

由于数据库只涉及到5场地震的相关数据,关于地震参数的数据并不充分,所以未对地震参数进行分析,而是沿用前人的研究成果,认为地震对变形的影响可以采用震级 M 和震源距离 R 来表征。以下将对所确定的模型参数,基于最大似然估计法,通过回归分析确定Probit模型。

2.3 回归分析

根据上述经验分布概率的分析,确定模型的自变量包括震级 M 、震中距 R 、地表坡度 S 和可液化土累计厚度 T_{15} 。上述4个自变量构成模型的状态参数向量

\mathbf{X} 。

对于任意给定的 \mathbf{X} 条件下,液化侧向变形超过阈值的概率 P_L 可表述为在 \mathbf{X} 成立的情况下 $Y=1$ 的条件概率,即

$$P_L = P(Y=1|\mathbf{X}) \quad (3)$$

假设 P_L 是状态参数的函数,这个函数的变化范围在0到1之间。假设 P_L 是某一状态变量的正态分布函数,不妨构造这个状态变量为所选定的各状态参数 x_i 的线性组合,即

$$P_L = \Phi(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4) \quad (4)$$

由于该状态变量在 $(-\infty, +\infty)$ 区间,不妨选取 R , $\ln(M)$, $\ln(S)$ 和 $\ln(T_{15})$ 分别作为状态参数 x_i 。

式(4)的系数 β_i 利用最大似然估计法确定。相应的似然函数可表示为

$$L(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4) = \prod_{i=1}^m (P_{Li})^{Y_i} (1 - P_{Li})^{1 - Y_i} \quad (5)$$

式中, P_{Li} 是将某样本的状态参数值代入式(4)计算所得到的概率, Y_i 为变量 Y 的第 i 个样本值, m 是样本总数。令似然函数(5)取最大值,可以得到关于系数 β_i 的求解方程,问题从而得解。

以侧向变形阈值为1.5 m为例,根据上述方法确定式(4)中的系数,可以得到以下Probit模型的表达式:

$$P_L = \Phi(-3.378 + 1.301 \ln M - 0.018R + 1.224 \ln S + 1.257 \ln T_{15}) \quad (6)$$

3 模型预测与实测数据对比

以数据库中日本新泻地震数据为例,该地震震级为里氏7.5级,勘测地点的震中距均为21 km,涵盖了7个场地共160组数据。若以1.5 m为位移阈值,实测位移超过阈值的数据共计105组。不同坡度和液化厚度情况下,根据式(6)预测得到的位移超过指定阈值的概率曲线如图10所示。超过阈值的105组实测数据有93.3%的点均落在50%概率曲线右侧,但对于未超过位移阈值的55组测点只有32.7%的数据落在50%概率曲线左侧。表明该模型对于预测较大变形效果较好,预测小变形效果较差。

图11给出了日本1983年Nihokai-Chubu地震的模型预测结果和实测数据的对比。该地震震级为里氏7.7级,勘测地点的震中距都为27 km,涵盖了7个场地共72组数据,超过位移阈值1.5 m的数据共计33组。同样以概率为50%的曲线为界,72.7%超过位移阈值的数据落在曲线右侧,只有33.3%小于位移阈值的数据落在曲线左侧,表明预测模型偏保守,预测较大变形的效果较好,预测小变形效果不算理想。

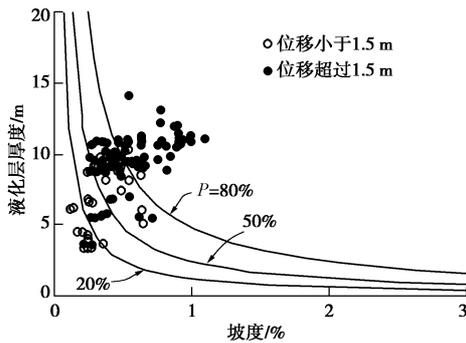


图 10 模型预测结果与新泻地震数据的对比

Fig. 10 Comparison between prediction and data collected from Niigata earthquake

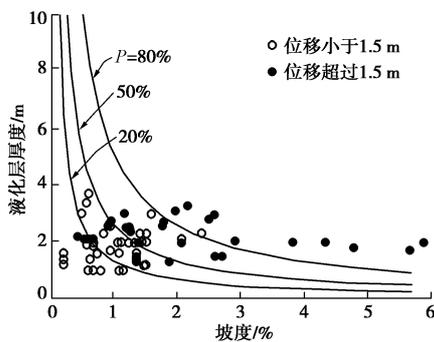


图 11 模型预测结果与 Nihokai-Chubu 地震数据的对比

Fig. 11 Comparison between prediction and data collected from Nihokai-Chubu earthquake

4 结论及展望

本文探讨了影响地震液化侧向变形的关键因素, 并采用 Probit 概率建模的方法初步建立了预测地震液化侧向变形超过指定阈值的概率模型。模型预测结果和实测数据的对比表明本文所提出的 Probit 模型能够较好地预测大变形的情况, 概率预测结果偏保守, 但小变形预测不是很理想。

本文模型是将 Probit 建模方法应用于液化变形概率预测的一个初步尝试, 本文所提出的模型基于有限

的 238 组实测数据, 数据样本仅涵盖日本和美国地震数据, 模型代表性还有待更多实测数据的考证。

参考文献:

- [1] 张建民. 砂土动力学若干基本理论探究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(1): 1 - 50. (ZHANG Jian-min, New advances in basic theories of sand dynamics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(1): 1 - 50. (in Chinese))
- [2] HAMADA M, YASUDA S, ISOYAMA R, et al. Study on liquefaction induced permanent ground displacement[M]. Tokyo: Association for the Development of Earthquake Prediction, 1986.
- [3] YOUD T L, PERKINS D M. Mapping of liquefaction severity index[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1987, **11**: 1374 - 1392.
- [4] BARTLETT S F, YOUD T L. Empirical prediction of liquefaction-induced lateral spread[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1995, **121**(4): 316 - 329.
- [5] YOUD T L, BARTLETT S F, HANSEN C M. Revised Multilinear regression equations for prediction of lateral spread displacement[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, **128**(12): 1007 - 1017.
- [6] RAUCH F, JAMES R. EPOLLS Model for predicting average displacements on lateral spreads[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, **126**(4): 360 - 371.
- [7] BARDET J P, TOBITA T, MACE N, HU J. Regional modeling of liquefaction-induced ground deformation[J]. Earthquake Spectra, 2002, **18**(1): 19 - 46.
- [8] ZHANG J, ZHAO J X. Empirical models for estimating liquefaction-induced lateral spread displacement[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2005, **25**: 439 - 450.
- [9] BARDET J P, LIU F. Motions of gently sloping ground during earthquake[J]. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 2009, **114**, doi=10.1029/2008JF001107.

(本文责编 胡海霞)