

一般形状边坡下准严格与非严格三维极限平衡法

邓东平, 李 亮

(中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘 要: 采用极限平衡原理得到三维极限平衡解答是解决三维边坡稳定性分析的一种有效途径。通过对一般情况下的条柱进行受力分析, 采用条柱前后侧面条间力参数 λ_1 、条柱左右侧面条间力相对前后侧面条间力比例参数 λ 及条柱滑动底面剪切力与滑动平面之间的夹角 ρ 这 3 个计算参数, 建立能满足 3 个力和 3 个力矩平衡方程的准严格三维极限平衡计算公式。当采用相应二维条间力假设条件时得到三维 Spencer 法、M-P 法和 Sarma 法, 当令上述 3 个计算参数中的某些参数为零时, 将本文准严格法转化为仅满足部分力学平衡条件的 3 种非严格法。经与经典算例对比, 并以左右滑动面宽度和曲面不对称这 2 情况比较准严格法和非严格的计算差别, 可知: ①三维 Spencer 法、M-P 法和 Sarma 法均与其他方法计算得的结果颇为接近, 因而说明该方法的可行性; ②滑动面非对称情况时, 除忽略条柱前后侧面竖向剪切力使得到的非严格法计算得的结果较小外, 准严格法与其他 2 种非严格法计算得的结果基本一致, 说明非严格法同样可适用于三维滑动面非对称情况; ③本文建立的三维极限平衡解答通用于准严格法和非严格法, 且计算公式简单, 无需求解方程组, 经过简单迭代即可得到稳定性的收敛解, 因而较适用于工程实践。

关键词: 三维边坡; 准严格法; 非严格法; 安全系数; 条间力; 非对称滑动面

中图分类号: TU441 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2013)03 - 0501 - 11

作者简介: 邓东平(1985 -), 男, 湖南岳阳人, 博士研究生, 从事道路与铁道工程方面研究, E-mail: dengdp851112@126.com。

Quasi-rigorous and non-rigorous 3D limit equilibrium methods for generalized-shaped slopes

DENG Dong-ping, LI Liang

(College of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: Adopting the limit equilibrium theory to obtain the solutions of 3D limit equilibrium is an effective way to solve the stability analysis of 3D slopes. After analyzing the stress of columns under general conditions, three parameters are chosen: inter-force parameter λ_1 of column's front and back side faces, scaling parameter λ between column's left and right side faces and their front and back ones, angle ρ between directions of shear force on bottom of columns and the sliding plane, and a quasi-rigorous 3D limit equilibrium formula that can meet three-force equilibrium equation and three-moment equilibrium equation is established. When the relative 2D inter-force assumptions are used, 3D Spencer method, 3D M-P method and 3D Sarma method are obtained. By making some of the above-mentioned three parameters equal to zero, the proposed quasi-rigorous method can be transformed into three kinds of non-rigorous methods that only meet part of the mechanical equilibrium conditions. Compared with the classical examples and by comparing the difference of the calculated results between the quasi-rigorous method and the non-rigorous method in two asymmetric cases of width and curve surface of left and right sliding surface's, some conclusions can be drawn as follows: (1) the results calculated by 3D Spencer method, 3D M-P method and 3D Sarma method are quite close to those by other methods, indicating the feasibility of the proposed method; (2) for the case of asymmetric sliding surfaces, except that those by the non rigorous method that gets the limit equilibrium equation by ignoring vertical shear force of front and back side faces of columns are smaller, the calculated results by the quasi-rigorous method and two kinds of non-rigorous methods are the same, showing that the non-rigorous methods are also applicable to cases of 3D asymmetric sliding surface; and (3) the established three-dimensional limit equilibrium solutions are all applicable to the quasi-rigorous method and non-rigorous method, and the formulas are simple, and the convergent

基金项目: 国家自然科学基金项目(51078359); 湖南省研究生科研创新项目(CX2012B056); 贵州省交通运输厅科技项目(2010-122-020)
收稿日期: 2012 - 04 - 23

solution of stability can be obtained through simple iteration without solving the equations, thus they are more suitable to use in engineering practices.

Key words: 3D slope; quasi-rigorous method; non-rigorous method; factor of safety; inter-force; asymmetric sliding surface

0 引言

边坡稳定性实际上应该当成三维稳定问题来进行分析,而具体操作上通常将其简化为二维平面应变问题,然后利用二维极限平衡方法对其进行分析。虽然一般情况下二维计算得的结果偏于保守,且基本能够满足工程要求,但仍会给工程处置边坡带来不必要的浪费,尤其是当实际边坡呈现出复杂几何形状或破坏体本身就不对称时,二维计算得的结果将偏离实际情况,因而,需要利用极限平衡原理来求得三维边坡稳定性的解答,进而将上述问题得以解决。

在以往三维极限平衡方法研究当中,研究者一般从如下两方面开展工作:①基于二维极限平衡方法提出三维边坡稳定性分析方法^[1],这些研究成果有: Hun^[2]在二维简化 Bishop 法的基础上提出了一套三维极限平衡方法; Zhang X^[3]假定滑动面为对称椭球面,将二维的 Spencer^[4]法扩展到三维情况;陈祖煜等^[5]通过总结近年来各种三维极限平衡方法的基础上提出了能够满足3个方向力平衡条件和一个方向整体力矩平衡条件的三维 Spencer 法;冯树仁等^[6]提出了一种满足部分方向整体力平衡的三简化 Janbu 法;张均锋等^[7-8]将二维严格 Janbu 法和 Spencer 法拓展到三维;陈胜宏等^[9]利用二维剩余推力法原理,建立了一种三维剩余推力法;陈昌富等^[10]建立了更具优势的三维 Morgenstern-Price 法(简称 M-P 法)等。上述这些三维计算方法由二维极限平衡方法衍生而来,因而继承了二维极限平衡方法中的计算公式简洁、无需求解方程组的优点,因而被广泛研究者所采用,但它们在求解时简化了某些条件或忽略某些条间力,所以仅满足部分力学平衡条件,而被称之为非严格法,同时在理论上也不够严谨。②通过建立较为严格的三维条柱分析模型,然后采用二维条间力假设条件亦或将滑动底面剪切应力或法向应力进行优化和假定,再设定某些参数而得到严格或准严格的三维极限平衡解答。例如:朱大勇等^[11]建立的严格与准严格极限平衡解答;郑宏^[12]建立的严格三维极限平衡法;袁恒等^[13]建立的三维极限平衡法。上述方法能够完全和基本满足条柱的所有力学平衡条件,因而在计算模式上较由二维极限平衡方法拓展到三维极限平衡方法而得到的非严格法严谨,然而这些方法存在的一个不足是:解答形式要么以应力方程形式出现,要么解答过程中需要求解方程组才能

得到解答,因而较为复杂,不便于工程应用。

通过前述分析可知前人已三维极限平衡分析领域内做出了较多成果,然而目前在该方面的研究还存在如下一些不足:①现有非严格法虽然计算简便,较适合工程应用,但计算模式不够严谨,而严格法和准严格法在计算方法上合理,但前人的解答型式较为复杂,不利于计算,因而需建立一种计算简单而实用的三维严格或准严格极限平衡分析方法才能够弥补上述两者的缺点;②非严格法作为严格法或准严格法的一种简易处理型式,的确不如严格法或准严格法严谨,但严格法或准严格法究竟较非严格法存在多大优势以往研究过少;③以往研究成果过于集中对三维对称体或三维旋转对称体的算例进行比较,较少对三维非对称的情况进行分析,且较少验证非严格法在三维非对称情况下的适用性如何。

本文通过对一般情况下三维条柱进行受力分析,除安全系数 F_s 外,采用3个计算参数:条柱前后侧面条间力参数 λ_1 、条柱左右侧面条间力相对前后侧面条间力比例参数 λ 和条柱滑动底面剪切力与滑动平面之间的夹角 ρ ,建立能够满足3个力和3个力矩平衡方程且计算公式简单的准严格三维极限平衡计算公式。当使用二维极限平衡法相应条间力假设时,得到三维 Spencer 法、M-P 法和 Sarma 法。同时,当令所采用的某些参数为零时,可将本文准严格法转化为仅满足部分平衡条件的3种非严格方法。经与经典算例对比,表明本文准严格法的可行性,然后以左右滑动面宽度和曲线不对称这两种情况,比较准严格法和非严格法在计算结果之间的差异,验证非严格法在三维滑动面非对称情况下的适用性。

1 三维准严格极限平衡法基本原理

1.1 计算模型与受力分析

如图1(a)所示,在三维边坡稳定性极限平衡分析中,首先需建立三维坐标系,在本文中取 X 轴为水平方向(令其正方向与边坡体倾向相反), Z 轴为竖直方向(令其正方向与重力方向相反),其中,平面 XOZ 位于对称滑动面的对称轴上或非对称滑动面的主滑动面(或中性面)上, Y 轴正方向由右手法则确定。然后,通过 m 组平行 XOZ 面(列界面)和 n 组平行 YOZ 面(行界面)将三维滑动体分割成多个具有竖直边界的条柱。

如图1(b)所示, 对于滑动体的基本单元条柱(i, j) (即第*i*行第*j*列条柱)来说, 一般情况下可受到如下作用力 (为方便表述条柱(i, j)上的各力, 令面 ADD_1A_1 为左侧面, 面 BCC_1B_1 为右侧面, 面 ABB_1A_1 为前侧面, 面 DCC_1D_1 为后侧面): 条柱前后侧面上的法向力 $E_{i-1,j}$ 和 $E_{i,j}$; 条柱左右侧面上的法向力 $L_{i,j-1}$ 和 $L_{i,j}$; 条柱各侧面上的横向剪切力 $H_{i-1,j}$, $H_{i,j}$, $Q_{i,j-1}$ 和 $Q_{i,j}$; 条柱各侧面上的竖向剪切力 $X_{i-1,j}$, $X_{i,j}$, $V_{i,j-1}$ 和 $V_{i,j}$; 条柱滑动底滑面上的法向力和剪切力 $N_{i,j}$ 和 $S_{i,j}$; 条柱的自重 $W_{i,j}$; 条柱上的水平和竖直地震作用力 $k_H W_{i,j}$ 和 $k_V W_{i,j}$, 其中, k_H , k_V 分别为水平和竖直地震作用系数, k_V 与 X 轴方向相反为正, k_V 与重力方向相反为正; 条柱上的外力 $P_{i,j}$, 其在 X, Y, Z 轴上的分量分别为 $P_{i,j}^x$, $P_{i,j}^y$, $P_{i,j}^z$ 。

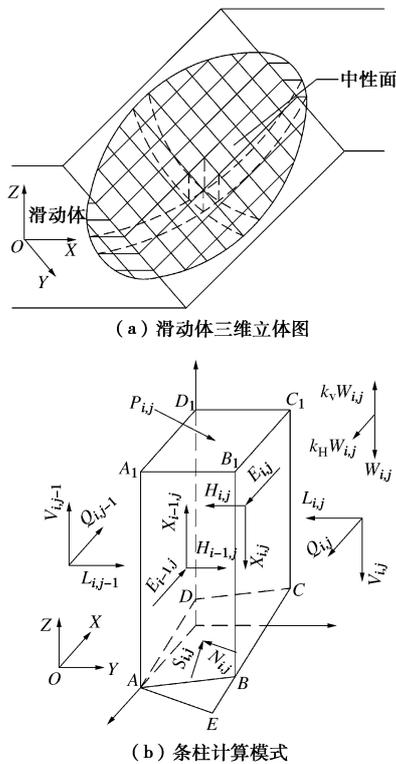


图1 三维极限平衡分析模式

Fig. 1 Analysis model of 3D limit equilibrium

为方便三维安全系数计算公式的建立, 本文做如下计算考虑:

(1) 忽略条柱各侧面上的横向剪切力 $H_{i-1,j}$, $H_{i,j}$, $Q_{i,j-1}$ 和 $Q_{i,j}$, 原因在于: 由剪应力互等定理可知, 当条柱划分较小时, 各侧面上的横向剪切力会成对出现而相互抵消, 而实际条柱划分中, 为获得较高的安全系数计算精度, 条柱一般划分得较细, 因此, 将横向剪切力忽略是切实可行的。另外, 忽略条柱各侧面上的横向剪切力也可保证条柱各力绕条柱中心 Z 轴的力矩

平衡。

(2) 假设作用在条柱各侧面上的竖向剪力 $X_{i-1,j}$, $X_{i,j}$, $V_{i,j-1}$, $V_{i,j}$ 与各自侧面法向力 $E_{i-1,j}$ 和 $E_{i,j}$ 满如下关系:

$$\left. \begin{aligned} X_{i,j} &= \lambda_1 (B_{i,j} E_{i,j} + C_{i,j}^{11}), \\ X_{i-1,j} &= \lambda_1 (B_{i,j} E_{i-1,j} + C_{i,j}^{11}). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{i,j} &= \lambda \lambda_1 (B_{i,j} L_{i,j} + C_{i,j}^{22}), \\ V_{i,j-1} &= \lambda \lambda_1 (B_{i,j} L_{i,j-1} + C_{i,j}^{22}). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 λ_1 为前后侧面条柱条间力计算参数; λ 为条柱左右侧面条间力相对前后侧面条间力的比例参数; $B_{i,j}$, $C_{i,j}^{11}$, $C_{i,j}^{22}$ 为随条间力假设不同而不同的假定参数。

(3) 条柱滑动底面剪切力 $S_{i,j}$ 与 XOZ 平面的夹角为 ρ , 并令当条柱的 Y 轴坐标为正时取为 ρ , 当条柱的 Y 轴坐标为负时取为 $-\rho$ 。

设 $n_{i,j}^x$, $n_{i,j}^y$, $n_{i,j}^z$ 为条柱(i, j)滑动底面法线的方向导数, $\tau_{i,j}^x$, $\tau_{i,j}^y$, $\tau_{i,j}^z$ 为条柱(i, j)滑动底面切向力 $S_{i,j}$ 的方向导数。由计算假定(3)可得 $S_{i,j}$ 在 Y 轴上的方向导数如下:

$$\tau_{i,j}^y = m_{i,j}^y \sin \rho, \quad (3)$$

式中, $\left\{ \begin{aligned} m_{i,j}^y &= 1 & (Y_{Lj} \geq 0) \\ m_{i,j}^y &= -1 & (Y_{Lj} < 0) \end{aligned} \right.$, 其中, 以平面 XOZ 为切

面将滑动体分为左右两部分, Y_{Lj} , Y_{Rj} 分别为左、右滑动体条柱的 Y 轴坐标。

通过研究分析, 可知条柱(i, j)滑动底面法线的方向导数如下:

$$\left. \begin{aligned} n_{i,j}^x &= -\frac{\tan \alpha_{i,j}^x}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{i,j}^x + \tan^2 \alpha_{i,j}^y}}, \\ n_{i,j}^y &= -\frac{\tan \alpha_{i,j}^y}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{i,j}^x + \tan^2 \alpha_{i,j}^y}}, \\ n_{i,j}^z &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{i,j}^x + \tan^2 \alpha_{i,j}^y}}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

同时, 滑动底面法线的方向导数与剪切力 $S_{i,j}$ 的方向导数存在如下关系:

$$\left. \begin{aligned} (\tau_{i,j}^x)^2 + (\tau_{i,j}^y)^2 + (\tau_{i,j}^z)^2 &= 1, \\ \tau_{i,j}^x n_{i,j}^x + \tau_{i,j}^y n_{i,j}^y + \tau_{i,j}^z n_{i,j}^z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

通过联立式(3)~(5), 且在实际计算中条柱滑动底面剪切力 $S_{i,j}$ 在 X 轴上的方向导数为正, 即可得滑动底面剪切力 $S_{i,j}$ 在 X 轴和 Z 轴上的方向导数 $\tau_{i,j}^x$, $\tau_{i,j}^z$ 分别如下:

$$\tau_{i,j}^x = \frac{\left\{ \begin{array}{l} -n_{i,j}^y n_{i,j}^z \tau_{i,j}^y + \\ \sqrt{[(n_{i,j}^x)^2 + (n_{i,j}^z)^2](n_{i,j}^z)^2 -} \\ \left[\begin{array}{l} (n_{i,j}^x n_{i,j}^y)^2 + \\ [(n_{i,j}^x n_{i,j}^z)^2 + (n_{i,j}^z)^4] \end{array} \right] (\tau_{i,j}^y)^2 \end{array} \right\}}{[(n_{i,j}^x)^2 + (n_{i,j}^z)^2]}, \quad (6)$$

$$\tau_{i,j}^z = \frac{-(\tau_{i,j}^x n_{i,j}^x + \tau_{i,j}^y n_{i,j}^y)}{n_{i,j}^z} \quad (7)$$

这样, 由式(3)、(4)、(6)、(7)可得条柱(i, j)滑动底面法向力 $N_{i,j}$ 和剪切力 $S_{i,j}$ 在 X, Y, Z 轴上的分量如下:

$$\left. \begin{array}{l} N_{i,j}^x = n_{i,j}^x N_{i,j}, \quad S_{i,j}^x = \tau_{i,j}^x S_{i,j}, \\ N_{i,j}^y = n_{i,j}^y N_{i,j}, \quad S_{i,j}^y = \tau_{i,j}^y S_{i,j}, \\ N_{i,j}^z = n_{i,j}^z N_{i,j}, \quad S_{i,j}^z = \tau_{i,j}^z S_{i,j}. \end{array} \right\} \quad (8)$$

1.2 三维准严格极限平衡解答

根据上述分析, 本文模型中除绕条柱中心 Z 轴的力矩平衡能够自身得到满足外, 还存在有 3 个方向的力平衡和 2 个方向的力矩平衡。另外, 本文准严格法中采用了 4 个未知量, 即安全系数 F_s 和 3 个参数 (ρ, λ_1, λ), 而求解这些未知量, 需利用每列条柱前后侧面条间法向力差量之和为零与绕 Y 轴力矩差量之和为零, 及每行条柱左右侧面条间法向力差量之和为零与绕 X 轴力矩差量之和为零这 4 个条件。下面通过分析利用这些平衡条件来得到安全系数的解答。

(1) 平衡方程建立

条柱(i, j)在 X, Y, Z 轴方向的力平衡方程分别如下:

$$E_{i-1,j} - E_{i,j} - k_H W_{i,j} + N_{i,j}^x + S_{i,j}^x + P_{i,j}^x = 0, \quad (9)$$

$$L_{i,j-1} - L_{i,j} + N_{i,j}^y + S_{i,j}^y + P_{i,j}^y = 0, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} [X_{i-1,j} - X_{i,j} + V_{i,j-1} - V_{i,j} - (1 - k_V)W_{i,j} + \\ N_{i,j}^z + S_{i,j}^z - P_{i,j}^z] = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

绕条柱(i, j)滑动底面中心 X, Y 轴方向的力矩平衡方程分别如下:

$$\begin{aligned} [L_{i,j-1}(r_{i,j-1}^z - \frac{b_j}{2} \tan \alpha_{i,j}^y) - L_{i,j}(r_{i,j}^z + \frac{b_j}{2} \tan \alpha_{i,j}^y) + \\ (V_{i,j-1} + V_{i,j})b_j + P_{i,j}^y h_{i,j}] = 0, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [E_{i,j}(z_{i,j}^z + \frac{b_i}{2} \tan \alpha_{i,j}^x) - E_{i-1,j}(z_{i-1,j}^z - \frac{b_i}{2} \tan \alpha_{i,j}^x) - \\ (X_{i-1,j} + X_{i,j})b_i + k_H W_{i,j} \frac{h_{i,j}}{2} - P_{i,j}^x h_{i,j}] = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

式中, $r_{i,j-1}^z$ 和 $r_{i,j}^z$ 分别为条柱左右侧面法向力 $L_{i,j-1}$ 和 $L_{i,j}$ 到各自侧面底边中点的竖直距离; $z_{i-1,j}^z$ 和 $z_{i,j}^z$ 分别

为前后侧面法向力 $E_{i-1,j}$ 和 $E_{i,j}$ 到各自侧面底边中点的竖直距离。

(2) 安全系数计算

联立式(9)与式(11)、(10)与式(11), 并将式(1)、(2)代入, 消去 $L_{i,j-1}$ 和 $L_{i,j}$, 可得

$$\begin{cases} (E_{i-1,j} - E_{i,j}) = k_H W_{i,j} - N_{i,j}^x - S_{i,j}^x - P_{i,j}^x, \\ \lambda_1 B_{i,j} (E_{i-1,j} - E_{i,j}) = \left\{ \begin{array}{l} \lambda \lambda_1 B_{i,j} (N_{i,j}^y + S_{i,j}^y + P_{i,j}^y) + \\ [(1 - k_V)W_{i,j} - N_{i,j}^z - S_{i,j}^z + P_{i,j}^z] \end{array} \right\} \end{cases} \quad (14)$$

然后, 由式(14)和式(8)可得滑动底面法向力 $N_{i,j}$ 和剪切力 $S_{i,j}$ 关于条柱前后侧面条间法向力差量 ($E_{i-1,j} - E_{i,j}$) 的计算式分别如下:

$$N_{i,j} = [a_{i,j}^{11}(E_{i-1,j} - E_{i,j}) + a_{i,j}^{12} k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{13} (1 - k_V)W_{i,j} - a_{i,j}^{14} P_{i,j}^x + a_{i,j}^{15} P_{i,j}^y + a_{i,j}^{16} P_{i,j}^z] / b_{i,j}^{11}, \quad (15)$$

$$S_{i,j} = [a_{i,j}^{21}(E_{i-1,j} - E_{i,j}) + a_{i,j}^{22} k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{23} (1 - k_V)W_{i,j} - a_{i,j}^{24} P_{i,j}^x + a_{i,j}^{25} P_{i,j}^y + a_{i,j}^{26} P_{i,j}^z] / b_{i,j}^{22}, \quad (16)$$

$$\text{其中, } \begin{cases} a_{i,j}^{11} = (-\lambda_1 B_{i,j} \tau_{i,j}^x - \lambda \lambda_1 B_{i,j} \tau_{i,j}^y + \tau_{i,j}^z), \\ a_{i,j}^{12} = (\lambda \lambda_1 B_{i,j} \tau_{i,j}^y - \tau_{i,j}^z), \\ a_{i,j}^{13} = \tau_{i,j}^x, \\ a_{i,j}^{14} = (\lambda \lambda_1 B_{i,j} \tau_{i,j}^y - \tau_{i,j}^z), \\ a_{i,j}^{15} = \lambda \lambda_1 B_{i,j} \tau_{i,j}^x, \\ a_{i,j}^{16} = \tau_{i,j}^x, \\ b_{i,j}^{11} = [(n_{i,j}^z \tau_{i,j}^x - n_{i,j}^y \tau_{i,j}^z) + \lambda \lambda_1 B_{i,j} (n_{i,j}^x \tau_{i,j}^y - n_{i,j}^y \tau_{i,j}^x)], \\ a_{i,j}^{21} = (-\lambda_1 B_{i,j} n_{i,j}^x - \lambda \lambda_1 B_{i,j} n_{i,j}^y + n_{i,j}^z), \\ a_{i,j}^{22} = (\lambda \lambda_1 B_{i,j} n_{i,j}^y - n_{i,j}^z), \\ a_{i,j}^{23} = n_{i,j}^x, \\ a_{i,j}^{24} = (\lambda \lambda_1 B_{i,j} n_{i,j}^y - n_{i,j}^z), \\ a_{i,j}^{25} = \lambda \lambda_1 B_{i,j} n_{i,j}^x, \\ a_{i,j}^{26} = n_{i,j}^x, \\ b_{i,j}^{22} = [(n_{i,j}^x \tau_{i,j}^z - n_{i,j}^z \tau_{i,j}^x) + \lambda \lambda_1 B_{i,j} (n_{i,j}^y \tau_{i,j}^x - n_{i,j}^x \tau_{i,j}^y)]. \end{cases}$$

边坡发生滑动破坏时服从莫尔-库仑准则, 即满足如下关系:

$$S_{i,j} = \frac{c_{i,j} A_{i,j} + N_{i,j} \tan \varphi_{i,j}}{F_s}, \quad (17)$$

式中, $A_{i,j}$ 为条柱(i, j)滑动底面的面积, $A_{i,j} = b_{i,j}^x b_{i,j}^y \sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{i,j}^x + \tan^2 \alpha_{i,j}^y}$, 其中, $b_{i,j}^x, b_{i,j}^y$ 分别为条柱(i, j)行列划分宽度, F_s 为边坡稳定性安全系数。

将式(15)、(16)代入式(17)中即可得到关于 $E_{i,j}$ 的递推公式如下:

$$(a_{i,j}^{21}b_{i,j}^{11}F_s - a_{i,j}^{11}b_{i,j}^{22} \tan \varphi_{i,j})\Delta E_{i,j} = \left\{ \begin{aligned} &F_s \left[\begin{aligned} &a_{i,j}^{22}k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{23}(1-k_V)W_{i,j} - \\ &a_{i,j}^{24}P_{i,j}^x + a_{i,j}^{25}P_{i,j}^y + a_{i,j}^{26}P_{i,j}^z \end{aligned} \right] b_{i,j}^{11} - \\ &\left[\begin{aligned} &a_{i,j}^{12}k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{13}(1-k_V)W_{i,j} - \\ &a_{i,j}^{14}P_{i,j}^x + a_{i,j}^{15}P_{i,j}^y + a_{i,j}^{16}P_{i,j}^z \end{aligned} \right] \tan \varphi_{i,j} + \\ &c_{i,j}A_{i,j}b_{i,j}^{11} \end{aligned} \right\} b_{i,j}^{22} \quad (18)$$

由每列上存在有 $\sum_{j=1}^n \Delta E_{i,j} = 0$, 可由式 (18) 求得每列上的安全系数 F_s 如下:

$$F_s = \frac{\sum_{j=1}^n \left\{ \begin{aligned} &\left[\begin{aligned} &a_{i,j}^{12}k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{13}(1-k_V)W_{i,j} - \\ &a_{i,j}^{14}P_{i,j}^x + a_{i,j}^{15}P_{i,j}^y + a_{i,j}^{16}P_{i,j}^z \end{aligned} \right] \tan \varphi_{i,j} \\ &+ c_{i,j}A_{i,j}b_{i,j}^{11} \end{aligned} \right\} b_{i,j}^{22} /}{(a_{i,j}^{21}b_{i,j}^{11}F_s - a_{i,j}^{11}b_{i,j}^{22} \tan \varphi_{i,j})} \cdot \sum_{j=1}^n \left\{ \begin{aligned} &\left[\begin{aligned} &a_{i,j}^{22}k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{23}(1-k_V)W_{i,j} - \\ &a_{i,j}^{24}P_{i,j}^x + a_{i,j}^{25}P_{i,j}^y + a_{i,j}^{26}P_{i,j}^z \end{aligned} \right] b_{i,j}^{11} / \\ &(a_{i,j}^{21}b_{i,j}^{11}F_s - a_{i,j}^{11}b_{i,j}^{22} \tan \varphi_{i,j}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

同时, 由于各列上安全系数 F_s 相同, 则可得边坡的整体安全系数 F_s 的计算式如下:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\{ \begin{aligned} &\left[\begin{aligned} &a_{i,j}^{12}k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{13}(1-k_V)W_{i,j} - \\ &a_{i,j}^{14}P_{i,j}^x + a_{i,j}^{15}P_{i,j}^y + a_{i,j}^{16}P_{i,j}^z \end{aligned} \right] \tan \varphi_{i,j} \\ &+ c_{i,j}A_{i,j}b_{i,j}^{11} \end{aligned} \right\} b_{i,j}^{22} /}{(a_{i,j}^{21}b_{i,j}^{11}F_s - a_{i,j}^{11}b_{i,j}^{22} \tan \varphi_{i,j})} \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\{ \begin{aligned} &\left[\begin{aligned} &a_{i,j}^{22}k_H W_{i,j} + a_{i,j}^{23}(1-k_V)W_{i,j} - \\ &a_{i,j}^{24}P_{i,j}^x + a_{i,j}^{25}P_{i,j}^y + a_{i,j}^{26}P_{i,j}^z \end{aligned} \right] b_{i,j}^{11} / \\ &(a_{i,j}^{21}b_{i,j}^{11}F_s - a_{i,j}^{11}b_{i,j}^{22} \tan \varphi_{i,j}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(3) 参数 ρ 计算

由式 (10), 并将式 (8) 代入, 可得关于 $L_{i,j}$ 的迭代计算式如下:

$$\Delta L_{i,j} = m_{i,j}^y \sin \rho S_{i,j} + n_{i,j}^y N_{i,j} + P_{i,j}^y \quad (21)$$

由每行上存在有 $\sum_{i=1}^m \Delta L_{i,j} = 0$, 可将式 (21) 化为

$$\sum_{i=1}^m (m_{i,j}^y \sin \rho S_{i,j} + n_{i,j}^y N_{i,j} + P_{i,j}^y) = 0 \quad (22)$$

同时, 由于各行上参数 ρ 也相同, 则由式 (22) 可得

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m (m_{i,j}^y \sin \rho S_{i,j} + n_{i,j}^y N_{i,j} + P_{i,j}^y) = 0 \quad (23)$$

由式 (23) 即可解得参数 ρ , 如下:

$$\rho = \sin^{-1} \left[\frac{-\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (n_{i,j}^y N_{i,j} + P_{i,j}^y)}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m m_{i,j}^y S_{i,j}} \right] \quad (24)$$

(4) 参数 λ_1 和 λ 计算

首先, 设 $M_{i,j-1}^x = L_{i,j-1}r_{i,j-1}^z$, $M_{i,j}^x = L_{i,j}r_{i,j}^z$, $\Delta M_{i,j}^x = M_{i,j}^x - M_{i,j-1}^x$ 和 $M_{i-1,j}^y = E_{i-1,j}z_{i-1,j}^z$, $M_{i,j}^y = E_{i,j}z_{i,j}^z$, $\Delta M_{i,j}^y = M_{i,j}^y - M_{i-1,j}^y$, 然后, 将式 (12)、(13) 进行简化, 得

$$\left\{ \begin{aligned} &-\Delta M_{i,j}^x - \frac{b_j}{2}(L_{i,j-1} + L_{i,j}) \tan \alpha_{i,j}^y + \\ &\lambda \lambda_1 [B_{i,j}(L_{i,j-1} + L_{i,j}) + 2C_{i,j}^{22}] b_j + P_{i,j}^y h_{i,j} \end{aligned} \right\} = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\Delta M_{i,j}^y + \frac{b_i}{2}(E_{i-1,j} + E_{i,j}) \tan \alpha_{i,j}^x - \\ &\lambda_1 [B_{i,j}(E_{i-1,j} + E_{i,j}) + 2C_{i,j}^{11}] b_i + \\ &k_H W_{i,j} \frac{h_{i,j}}{2} - P_{i,j}^x h_{i,j} \end{aligned} \right\} = 0 \quad (25)$$

由式 (25) 第二式及 $\sum_{i=1}^n \Delta M_{i,j}^y = 0$, 并且每行上 λ_1 相等, 即可解得 λ_1 如下:

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[\begin{aligned} &\frac{b_i}{2}(E_{i-1,j} + E_{i,j}) \tan \alpha_{i,j}^x + \\ &k_H W_{i,j} \frac{h_{i,j}}{2} - P_{i,j}^x h_{i,j} \end{aligned} \right]}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \{ [B_{i,j}(E_{i-1,j} + E_{i,j}) + 2C_{i,j}^{11}] b_i \}} \quad (26)$$

同样, 由式 (25) 第一式及 $\sum_{j=1}^m \Delta M_{i,j}^x = 0$, 并且每列上 λ 相等, 即可解得 λ 如下:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[\begin{aligned} &\frac{b_j}{2}(L_{i,j-1} + L_{i,j}) \tan \alpha_{i,j}^y - P_{i,j}^y h_{i,j} \end{aligned} \right]}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \{ \lambda_1 [B_{i,j}(L_{i,j-1} + L_{i,j}) + 2C_{i,j}^{22}] b_j \}} \quad (27)$$

2 条间力假设与非严格法计算

2.1 条间力假设

为了应用二维稳定性分析中合理的条间力假设条件, 本文将 1.1 节中的假定式 (2) 转化为类似二维 M-P 法和 Sarma 法条间力假设条件计算公式。

当条间力采用 M-P 法假设条件时, 条柱前后和左右侧面竖向剪力法和法向力可由式 (1)、(2) 化为

$$\left. \begin{aligned} X_{i,j} &= \lambda_1 f_{i,j} E_{i,j}, \\ X_{i-1,j} &= \lambda_1 f_{i,j} E_{i-1,j}, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{i,j} &= \lambda \lambda_1 f_{i,j} L_{i,j}, \\ V_{i,j-1} &= \lambda \lambda_1 f_{i,j} L_{i,j-1}, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中, $f_{i,j}$ 为条间法向力和竖向剪切力修正函数。

比较式 (1)、(2) 和式 (28)、(29), 可知此时有

$$B_{i,j} = f_{i,j} \text{ 和 } \begin{cases} C_{i,j}^{11} = 0, \\ C_{i,j}^{22} = 0. \end{cases}$$

对于函数 $f_{i,j}$ 一般可做两种情况考虑: 情况一, 取 $f_{i,j}$ 为常数并令 $f_{i,j} = 1$, 即类似于二维 Spencer 法, 在此称为三维 Spencer 法; 情况二, $f_{i,j}$ 取为曲线函数^[4], 即如式 (30) 所示, 即类似于二维 M-P 法, 在此称为三维 M-P 法。

$$f_{i,j} = \sin^p(k_{i,j}\pi) \quad (30)$$

$$\text{其中, } k_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{2s_{j\beta}} s_{i,j} & (0 \leq s_{i,j} \leq s_{j\beta}) \\ \frac{1-2s_{j\beta} + s_{i,j}}{2(1-s_{j\beta})} s_{i,j} & (s_{j\beta} \leq s_{i,j} \leq 1) \end{cases}.$$

式中 p 为条间力函数形状系数, 在本文中取 $p = 2$; $k_{i,j}$ 为第 j 列峰值点位置的函数; $s_{i,j}$ 为第 j 列第 i 个条块归一化后的水平坐标; $s_{j\beta}$ 为第 j 列条柱的峰值点, 在本文中取 $s_{j\beta} = 0.5$ 。

当条间力采用 Sarma 法假设条件时, 条柱前后和左右侧面竖向剪切力和法向力可由式 (1)、(2) 化为

$$\left. \begin{aligned} X_{i,j} &= \lambda_1 (E_{i,j} \tan \varphi_{i,j}^s + c_{i,j}^s A_{i,j}^{11}), \\ X_{i-1,j} &= \lambda_1 (E_{i-1,j} \tan \varphi_{i-1,j}^s + c_{i-1,j}^s A_{i-1,j}^{11}), \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{i,j} &= \lambda \lambda_1 (L_{i,j} \tan \varphi_{i,j}^s + c_{i,j}^s A_{i,j}^{22}), \\ V_{i,j-1} &= \lambda \lambda_1 (L_{i,j-1} \tan \varphi_{i,j-1}^s + c_{i,j-1}^s A_{i,j-1}^{22}). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

比较式 (1)、(2) 和式 (28)、(29), 可知此时有

$$B_{i,j} = \tan \varphi_{i,j}^s \text{ 和 } \begin{cases} C_{i,j}^{11} = c_{i,j}^s A_{i,j}^{11} \\ C_{i,j}^{22} = c_{i,j}^s A_{i,j}^{22} \end{cases}, \text{ 在此将其称为三维}$$

Sarma 法。

2.2 非严格法计算

相对于准严格法来说, 非严格法只是有些平衡条件不能得到满足, 但非严格法这种不够严谨的做法可使得其在极限平衡分析中更为简便, 因而, 以往研究中经常采用各种非严格方法。在非严格法中简化处理方法有: 忽略条柱左右两侧条间的竖向剪切力、假设条柱滑动底面的剪切力平行于滑动方向 (即 XOZ 平面)、不考虑条柱前后两侧条间的竖向剪切力等。

为了通过与准严格法计算结果的差异进行比较, 分析非严格法在滑动面不对称情况下计算三维边坡稳定性的可靠性, 本文在准严格法的基础上选择了如下 3 种常用的非严格法。

(1) 取 $\lambda = 0$, 即忽略条柱左右两侧条间的竖向剪切力, 在此称之为非严格法 1。

(2) 取 $\lambda = 0$ 和 $\rho = 0$, 即忽略条柱左右两侧条间

的竖向剪切力, 并假设条柱滑动底面的剪切力平行于滑动方向, 在此称之为非严格法 2。

(3) $\lambda = 0$ 和 $\rho = 0$, 以及 $\lambda_1 = 0$, 即忽略条柱左右两侧条间的竖向剪切力和不考虑条柱前后两侧条间的竖向剪切力, 并假设条柱滑动底面的剪切力平行于滑动方向, 在此称之为非严格法 3。

3 三维极限平衡法的计算实现

根据前述所建立的三维准严格极限平衡安全系数计算公式, 便可对三维边坡的稳定性进行分析, 其具体步骤如下:

(1) 确定滑动体的特征参数、边坡的力学强度参数及水平和竖直地震作用系数 k_H , k_V , 然后按一定行和列宽度将滑动体划分为 n 行和 m 列。

(2) 计算条柱的重力 $W_{i,j}$ 、坡面荷载 $P_{i,j}$ 在 X , Y , Z 轴上的分量 $P_{i,j}^x$, $P_{i,j}^y$, $P_{i,j}^z$ 及根据不同条间力假设条件计算参数 $B_{i,j}$, $C_{i,j}^{11}$ 和 $C_{i,j}^{22}$ 。

(3) 确定初始的 F_s^0 , ρ^0 , λ^0 , λ_1^0 , 计算相应条柱滑动底面法线和剪切力的方向导数 $n_{i,j}^x$, $n_{i,j}^y$, $n_{i,j}^z$ 和 $\tau_{i,j}^x$, $\tau_{i,j}^y$, $\tau_{i,j}^z$ 。

(4) 由式 (20) 计算安全系数 F_s , 然后由式 (18) 求得条柱前后侧面条间法向力 $E_{i,j}$ 。

(5) 由式 (15)、(17) 及条柱前后侧面条间法向力 $E_{i,j}$ 求得条柱滑动底面上的法向力 $N_{i,j}$ 和剪切力 $S_{i,j}$ 。

(6) 由式 (24) 求得条柱滑动底面剪切力 $S_{i,j}$ 与平面 XOZ 的夹角为 ρ , 然后由式 (21) 求得条柱左右两侧条间法向力 $L_{i,j}$ 。

(7) 由式 (26) 求得参数 λ_1 , 然后由式 (27) 求得参数 λ 。

(8) 判断是否满足 $|F_s - F_s^0| \leq \varepsilon_1$, $|\rho - \rho^0| \leq \varepsilon_2$, $|F_s - F_s^0| \leq \varepsilon_1$ 和 $|\lambda - \lambda^0| \leq \varepsilon_4$ (ε_1 , ε_2 , ε_3 , ε_4 为预先给定的计算精度), 若满足, 则此时的 F_s , ρ , λ_1 , λ 即为所求, 否则令 $F_s^0 = F_s$, $\rho^0 = \rho$, $\lambda_1^0 = \lambda_1$ 和 $\lambda^0 = \lambda$ 返回步 (3) 重新计算, 直到满足要求为止。

另外, 若在上述步骤中令 $\lambda^0 = \lambda = 0$, 或 $\lambda^0 = \lambda = 0$ 和 $\rho^0 = \rho = 0$, 或 $\lambda^0 = \lambda = 0$, $\rho^0 = \rho = 0$ 和 $\lambda_1^0 = \lambda_1 = 0$, 即可计算得非严格法 1、非严格法 2 和非严格法 3 的安全系数。

由上述计算步骤可知, 本文所建立的安全系数计算公式简单, 无需求解方程组, 只需几步迭代便可求解出边坡三维安全系数, 并能与非严格法求解通用, 因而, 具有广泛的工程应用前景。

4 算例与讨论

4.1 算例 1

如图 2 (a) 所示, 均质边坡^[3]坡高 $H=40$ m, 坡角 $\beta=45^\circ$, 土体参数为: $\gamma=22$ kN/m³, $c=30$ kPa, $\varphi=30^\circ$ 。文献中假定滑面为旋转椭球面, 其方程为 $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(z-z_0)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 。

如图 2 (a) 所示, 另使滑面通过坡脚和坡顶, 主滑面的滑弧半径为 40 m, 故在滑面方程中 $a=x_0=z_0=40$ m。设滑体宽度为 w , 可知椭球面通过点 $(20, w/2, 20)$, 代入椭球面方程, 可得 $2b=\sqrt{2}w$, 这样当给定宽度 w 后, 滑动面方程即可确定。

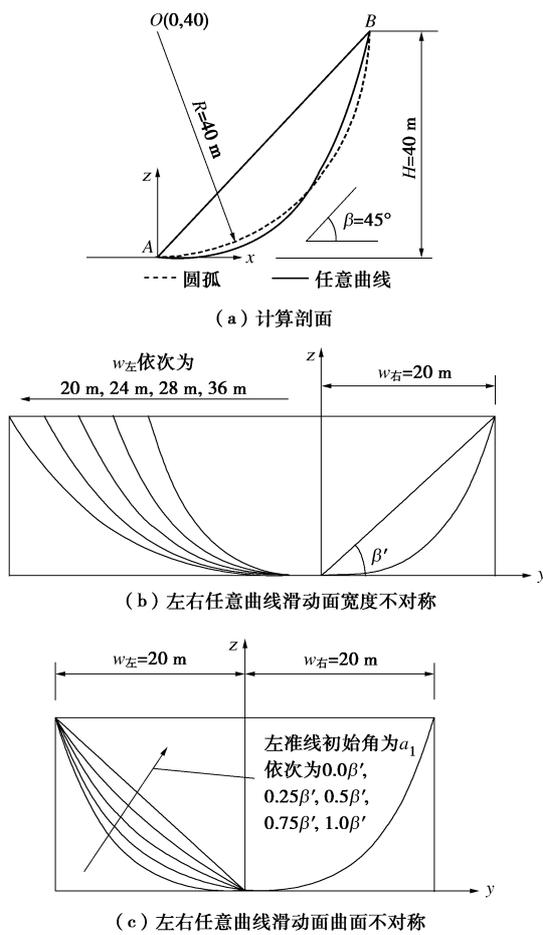


图 2 算例 1 计算模型

Fig. 2 Calculation model in example 1

为验证本文所建立三维准严格法的可行性, 以上述椭球面为滑动面时, 分别取 w 值为 $40, 80, 120, 240, 320$ m 与文献方法进行对比。其中, 文献[15]采用普通条分法, 文献[2]采用三维简化 Bishop 法, 文献[16]采用三维简化 Janbu 法 1, 文献[6]采用三维简化 Janbu 法 2, 文献[3]采用三维 Spencer 法, 文献[17]采用改进的三维安全系数法, 文献[9]采用三维不平衡推力法, 文献[10]采用三维 M-P 法与本文三维 Spencer 法、本文 M-P 法和 Sarma 法计算得的安全系数与上述方法对比如图 3 所示。

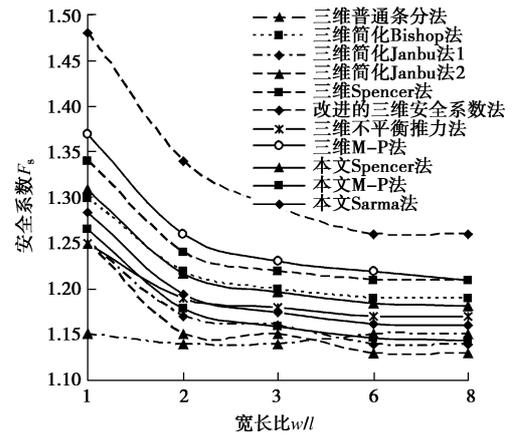


图 3 算例 1 滑动面为椭球面时安全系数对比

Fig. 3 Comparison among factors of safety for ellipsoidal sliding surface in example 1

从图 3 中可知: ①对比其他方法, 本文方法计算得的安全系数介于各方法之间, 但均相差不大, 说明本文三维准严格方法的可行性; ②相比只部分考虑力或力矩平衡条件而得到的非严格法, 如 Zhang X 提出的 Spencer 法, 陈昌富等提出的三维 M-P 法和李同录等提出的改进三维安全系数法, 本文方法计算得的安全系数略小, 偏于安全, 同时, 本文准严格法能够满足 3 个方向的力和 3 个方向的力矩平衡条件, 因而本文方法更为严谨; ③本文采用不同条间力假设条件而得到的三维 Spencer 法、M-P 法和 Sarma 计算得的安全系数均相差不大, 表明本文建立起来的三维准严格计算方法在二维模型中的合理条间力假设条件下均能适用; ④无论采用何种方法, 当滑体的宽度远远大于其沿滑动方向的长度时, 安全系数逐渐均变小且趋于平缓, 即表明边坡稳定问题接近于二维平面问题。

同时, 如图 2 (b)、(c) 所示, 在验证本文准严格法可行性的基础上, 通过与准严格法计算结果之间的差异比较, 分析非严格法在滑动体不对称情况下计算三维边坡稳定性的可靠性。为表述三维滑动面的不对称, 本文采用文献[18, 19]提出的任意曲线滑动面方法, 分别选取左右滑动面宽度和曲线不对称两种情况进行研究。其中, 如图 2 (a) 所示令任意曲线滑动面母线通过坡脚和坡顶点, 并将其相关参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta x=0$, 条分数 $n=80$, 当令左右滑动面宽度不对称时, 右滑动面准线参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta y=0$, 宽度 $w_{右}=20$ m, 条分数 $m_1=40$; 左滑动面准线参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta y=0$, 宽度依次为 $w_{左}=20, 24, 28, 32, 36$ m, 条分数 $m_2=40$; 当令左右滑动面曲线不对称时, 右滑动面准线参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta y=0$, 宽度 $w_{右}=20$ m, 条分数 $m_1=40$; 左滑动面准线参数取为: 初始角依次为 $\alpha_1=0.0\beta', 0.25\beta', 0.5\beta', 0.75\beta', 1.0\beta'$, 微变量

$\Delta y = 0$ ，宽度为 $w_{左} = 20$ m，条分数 $m_2 = 40$ ，其中， β' 为准线最大倾角。计算结果如图 4, 5 所示。

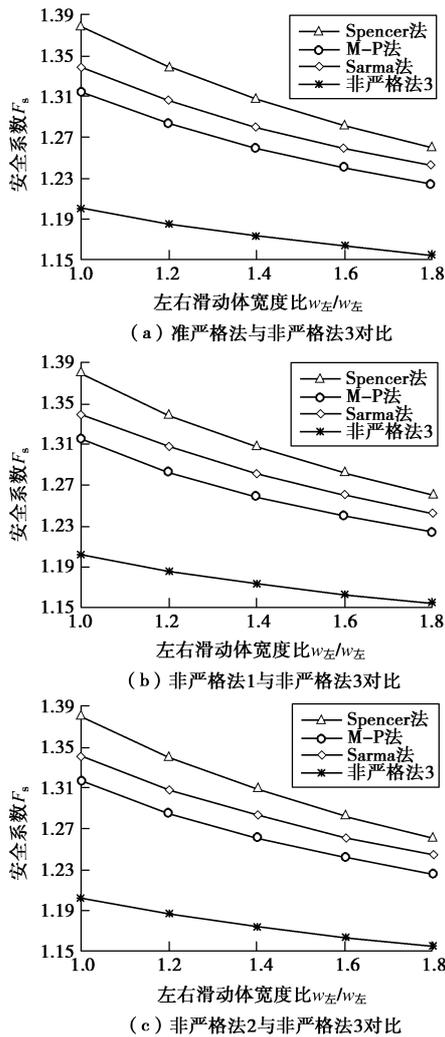


图 4 算例 1 左右任意曲线滑动面宽度不对称时准严格法与非严格法计算结果对比

Fig. 4 Comparison of calculated results between quasi-rigorous method and non-rigorous method for asymmetric case width of left and right sliding surfaces in example 1

从图 4, 5 中可知：①不同条间力假设下的准严格法、非严格法 1 和非严格法 2 计算得的安全系数相差不大，同样说明二维条间力假设条件均适用于三维条柱间力假设；②无论是左右滑动面宽度不对称还是左右滑动面曲线不对称，本文准严格法与非严格法 1、非严格法 2 计算得的结果基本一致，说明在三维极限平衡解答中，不考虑两侧竖向剪切力和将滑动底面剪切力方向假定为平行于滑动方向对计算的结果影响很小；③本文准严格法、非严格法 1、非严格法 2 与非严格法 3 计算得的安全系数相差略大，说明不考虑条柱前后两面的竖向剪切力对三维安全系数的计算影响较大。

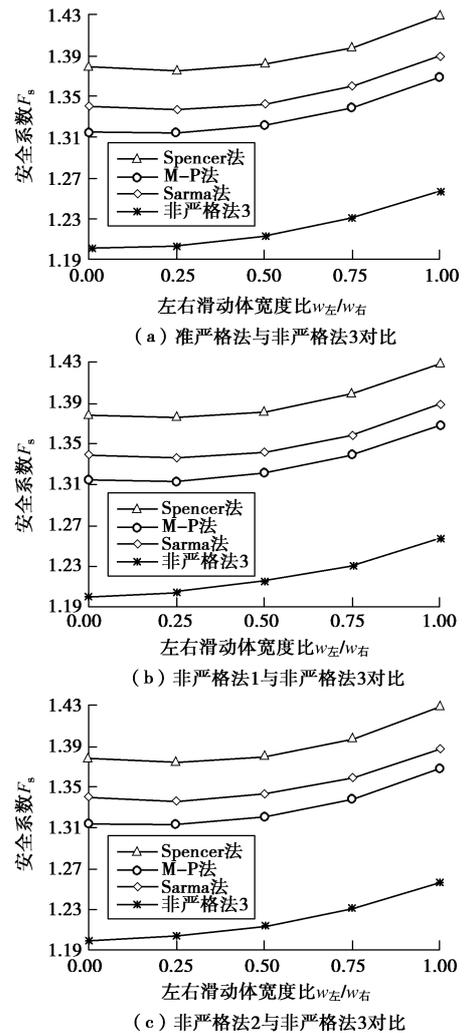


图 5 算例 1 左右任意曲线滑动面曲线不对称时准严格法与非严格法计算结果对比

Fig. 5 Comparison of calculated results between quasi-rigorous method and non-rigorous method for asymmetric case curve of left and right sliding surfaces in example 1

4.2 算例 2

如图 6 (a) 所示，边坡^[3]坡高 $H = 12.2$ m，坡比 1 : 2，土体参数为： $\gamma = 19.2$ kN/m³， $c = 29.3$ kPa， $\varphi = 20^\circ$ ，Zhang X 在此经典算例中采用椭球滑裂面验证三维安全系数的计算，并被广大研究者进行对比。其假定滑面为旋转椭球面，对称轴 XZ 平面用一圆弧模拟滑裂面，圆弧滑面通过 $A(-5.71, 0.00)$ 、 $B(28.72, 12.20)$ 两点，半径 R 为 24.4 m， Y 轴方向以椭圆面形成滑面，滑面方程为 $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(z-z_0)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，其中， $x_0 = 5.102$ m， $z_0 = 19.165$ m， $a = 24.4$ m， $b = 73.1$ m。以该旋转椭球面为滑动面时，各方法计算结果见表 1 所示。

从表 1 中可知：①对比其他方法，本文准严格法计算得的安全系数略小于其他方法，同样说明本文三维准严格方法的可行性；②以此对称旋转螺旋面为滑动面时，本文准严格方法计算得的参数 ρ 和 λ 均为 0，表明在计算过程中可不考虑对称滑体条柱两侧剪切力

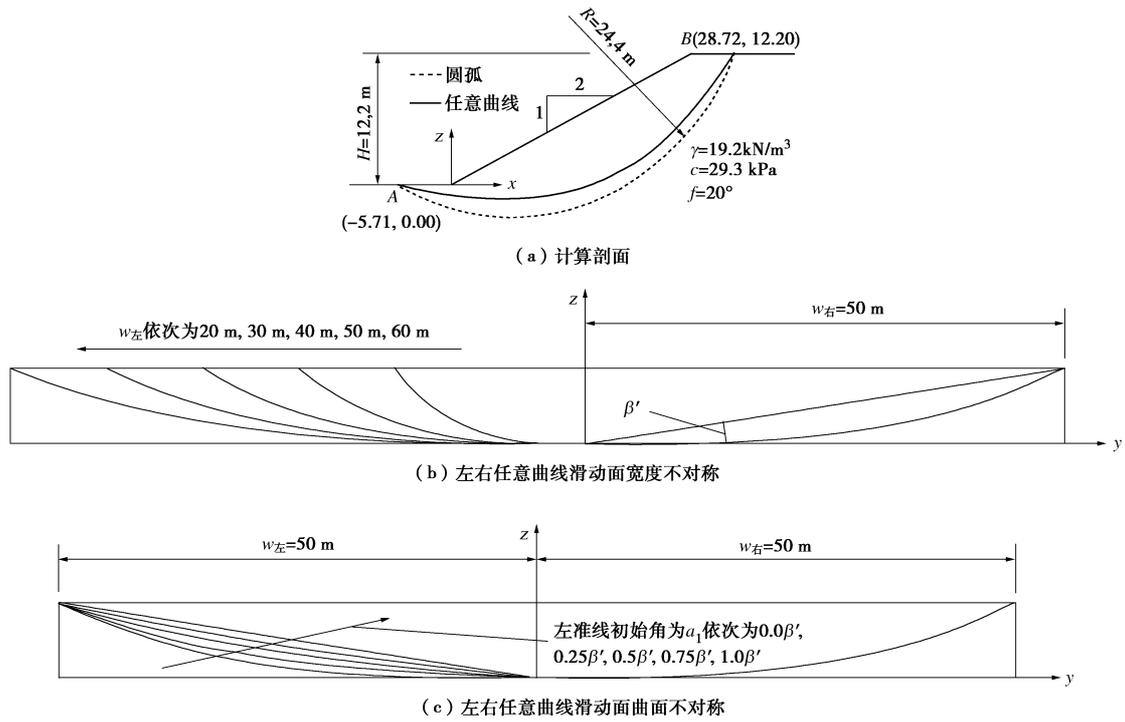


图6 算例2 计算模型

Fig. 6 Calculation model in example 2

的影响, 并可将滑动底面剪切力方向取为滑动方向, 而这与大多数非严格法所采用的假设是一致的, 进而也说明本文方法的正确性; ③本文准严格法在不同条间力假设下计算得的结果仍相差不大, 均可适用于三维边坡稳定性分析。

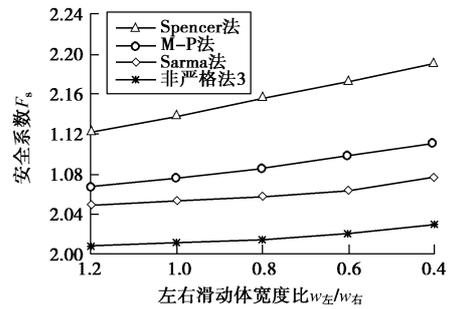
表1 算例2 滑动面为椭球面时计算参数对比

Table1 Comparison among calculated parameters for ellipsoidal sliding surface in example 2

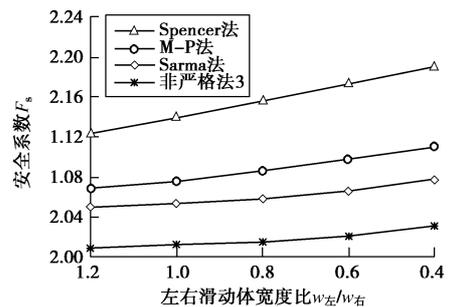
计算方法	计算参数				
	F_s	λ	λ_1	$\rho/(^\circ)$	
本文	Spencer 法	2.148	0.00	0.26	0.00
	M-P 法	2.058	0.00	0.40	0.00
	Sarma 法	2.034	0.00	0.23	0.00
文献	Zhang ^[3] 三维 Spencer 法	2.122	—	—	—
	陈祖煜等 ^[5] 三维 Spencer 法 1	2.187	—	—	—
	陈祖煜等 ^[5] 三维 Spencer 法 2	2.188	—	—	—
	陈昌富等 ^[10] 三维 M-P 法 1	2.210	—	—	—
	陈昌富等 ^[10] 三维 M-P 法 2	2.208	—	—	—
	袁恒等 ^[13] 三维极限平衡法	2.243	—	—	—

同时, 如图6 (b)、(c)所示, 与算例1一样, 在验证本文方法可行性的基础上, 也在此种情况下通过与准严格法计算结果之间的差异比较, 分析非严格法在滑动体不对称情况下计算三维边坡稳定性的可靠性。为表述三维滑动面的不对称, 仍采用文献[18,19]提出的任意曲线滑动面方法, 分别通过选取左右滑动面体宽度和曲线不对称两种情况进行研究。其中, 如图6 (a)所示, 令任意曲线滑动面母线通过A, B两点, 并将其相关参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta x=0$, 条分数 $n=50$, 当令左右滑动面宽度不对时,

右滑动面准线参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta y=0$, 宽度 $w_{右}=50$ m, 条分数 $m_1=100$; 左滑动面准线参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta y=0$, 宽度依次为 $w_{左}=20, 30, 40, 50, 60$ m, 条分数 $m_2=100$; 当令左右滑动面曲线不对时, 右滑动面准线参数取为: 初始角 $\alpha_1=0$, 微变量 $\Delta y=0$, 宽度 $w_{右}=50$ m, 条分数 $m_1=100$; 左滑动面准线参数取为: 初始角依次为 $\alpha_1=0.0\beta', 0.25\beta', 0.5\beta', 0.75\beta', 1.0\beta'$, 微变量 $\Delta y=0$, 宽度为 $w_{左}=50$ m, 条分数 $m_2=100$, 其中, β' 与前述一致。计算结果如图7, 8所示。



(a) 准严格法与非严格法3对比



(b) 非严格法1与非严格法3对比

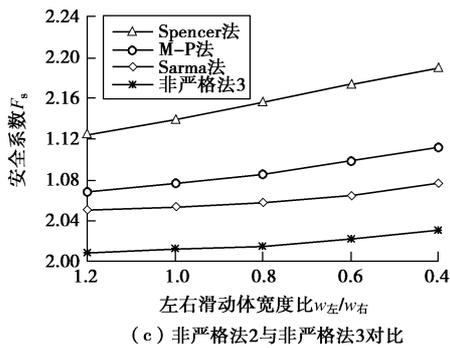
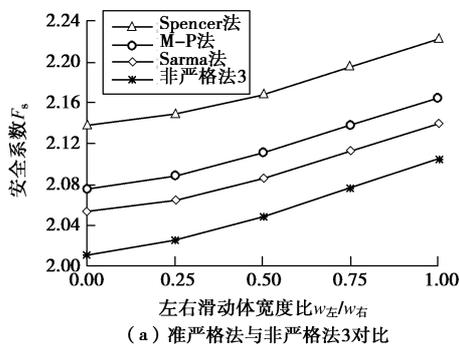
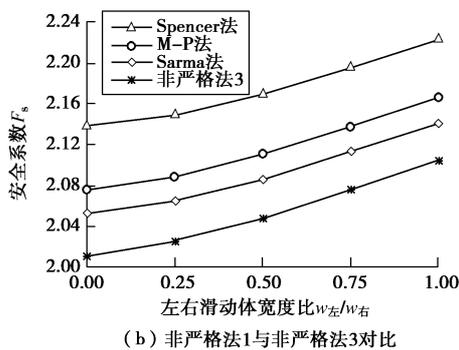


图7 算例2左右任意曲线滑动面宽度不对称时准严格法与非严格法计算结果对比

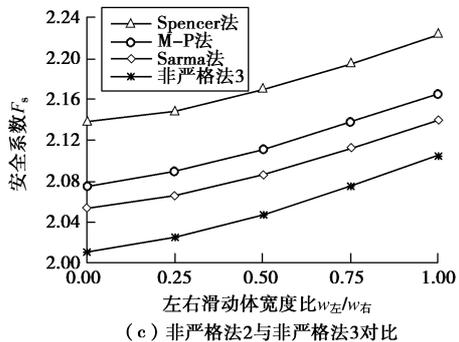
Fig. 7 Comparison of calculation results between quasi-rigorous method and non-rigorous method for asymmetric case width of left and right sliding surfaces in example 2



(a) 准严格法与非严格法3对比



(b) 非严格法1与非严格法3对比



(c) 非严格法2与非严格法3对比

图8 算例2左右任意曲线滑动面曲线不对称时准严格法与非严格法计算结果对比

Fig. 8 Comparison of calculated results between quasi-rigorous method and non-rigorous method for asymmetric case curve of left and right sliding surfaces in example 2

从图7、8中可知:左右滑动面宽度或曲线不对称时,本文准严格法与非严格法1、非严格法2计算得的结果仍一致,而非严格法3相比上述方法仍较小,

同样可说明在三维极限平衡解答中,是否考虑条柱前后两面的竖向剪切力是影响三维安全系数的计算的主要因素,而是否考虑条柱两侧竖向剪切力和将滑动底面剪切力方向假定为平行于滑动方向对计算结果影响较小。

5 结 论

(1) 经与经典算例对比分析,表明本文通过对一般情况下条柱进行受力分析,采用条柱前后侧面条间力参数 λ_1 、条柱左右侧面条间力相对前后侧面条间力比例参数 λ 及条柱滑动底面剪切力与滑动平面之间的夹角 ρ 这3个计算参数而得到的能够满足3个力和3个力矩平衡方程的准严格三维极限平衡计算方法的可行性。

(2) 对比分析将相应二维极限平衡法条间力假设条件应用到本文三维条柱条间力假设中而得到的三维Spencer法、M-P法和Sarma法,可知这3种方法计算结果颇为接近,表明二维条间力合理假设条件均能适用于三维条柱条间力假设。

(3) 在算例中以左右滑动面宽度和曲线不对称这2种情况对比分析滑动体不对称时本文准严格法与非严格计算结果的差别,结果表明仅当忽略条柱前后侧面竖向剪切力时非严格法计算结果最小外,准严格法与其他2种非严格法计算结果差别较小,因而,非严格法一般情况下能适用于滑动体非对称的边坡稳定性分析。

(4) 本文建立的三维极限平衡解答均适合于准严格法与非严格法,且计算公式简单,无需求解方程组,并经过简单迭代即可得到稳定性的收敛解,能够在实际工程中得以应用。

参考文献:

- [1] CHEN Y M, YIP C J. Three-dimensional asymmetrical slope stability analysis extension of Bishop's, Janbu's, and Morgenstern-Price's Techniques[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, 133(12): 1544 - 1555.
- [2] HUNGR O. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions[J]. Géotechnique, 1987, 37(1): 113 - 117.
- [3] ZHANG X. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1988, 114(6): 658 - 671.
- [4] PENCER E, TECH M SC. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces[J]. Géotechnique, 1967, 17(1): 11 - 26.

- [5] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(5): 525 - 529. (CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, **23**(5): 525 - 529. (in Chinese))
- [6] 冯树仁, 丰定祥, 葛修润, 等. 边坡稳定性的三维极限平衡分析方法及应用[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(6): 657 - 661. (FENG Shu-ren, FENG Ding-xiang, GE Xiu-run, et al. 3D limit equilibrium method for slope stability and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(6): 657 - 661. (in Chinese))
- [7] 张均锋, 丁桦. 边坡稳定分析的三维极限平衡法及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(3): 365 - 370. (ZHANG Jun-feng. DING Hua. Generalized 3D limit-equilibrium method for slope stability analysis and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(3): 365 - 370. (in Chinese))
- [8] 张均锋. 三维简化 Janbu 法分析边坡稳定性的扩展[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(17): 2876 - 2881. (ZHANG Jun-feng. Extension of three-dimensional simplified Janbu's method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(17): 2876 - 2881. (in Chinese))
- [9] 陈胜宏, 万娜. 边坡稳定分析的三维剩余推力法[J]. 武汉大学学报(工学版), 2005, **38**(3): 69 - 73. (CHEN Sheng-hong, WAN Na. Study of three-dimensional residual thrust method for slope stability analysis[J]. Engineering Journal of Wuhan University (Engineering Science), 2005, **38**(3): 69 - 73. (in Chinese))
- [10] 陈昌富, 朱剑锋. 基于 Morgenstern-Price 法边坡三维稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(7): 1473 - 1480. (CHEN Chang-fu, ZHU Jian-feng. A three-dimensional slope stability analysis procedure based Morgenstern-Price method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(7): 1473 - 1480. (in Chinese))
- [11] 朱大勇, 钱七虎. 三维边坡严格与准严格极限平衡解答及工程应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(8): 1513 - 1528. (ZHU Da-yong, QIAN Qi-hu. Rigorous and quasi-rigorous limit equilibrium solutions of 3D slope stability and application to engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(8): 1513 - 1528. (in Chinese))
- [12] 郑宏. 严格三维极限平衡法[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(8): 1529 - 1537. (ZHENG Hong. A rigorous three-dimensional limit equilibrium method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(8): 1529 - 1537. (in Chinese))
- [13] 袁恒, 罗先启, 张振华. 边坡稳定分析三维极限平衡条柱间力的讨论[J]. 岩土力学, 2011, **32**(8): 2453 - 2458. (YUAN Heng, LUO Xian-qi, ZHANG Zhen-hua. Discussion on force between columns of three-dimensional limit equilibrium for slope stability analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(8): 2453 - 2458. (in Chinese))
- [14] 陈昌富. 仿生算法及其在边坡和基坑工程中的应用[D]. 长沙: 湖南大学, 1999: 58 - 60. (CHEN Chang-fu. Bionic algorithm and its application to slope and excavation engineering[D]. Changsha: Hunan University, 1999: 58 - 60. (in Chinese))
- [15] HOVLAND H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, 1997, **103**(9): 971 - 986.
- [16] HUNGR O, SALGADO F M, BYRNE P M. Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, **26**(4): 679 - 686.
- [17] 李同录, 王艳霞, 邓宏科. 一种改进的三维边坡稳定性分析方法[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(5): 611 - 614. (LI Tong-lu, WANG Yan-xia, DENG Hong-ke. An improved method for three-dimensional slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, **25**(5): 611 - 614. (in Chinese))
- [18] 邓东平, 李亮, 赵炼恒. 一种三维均质土坡滑动面搜索的新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(增刊 2): 3719 - 3727. (DENG Dong-ping, LI Liang, ZHAO Lian-heng. A new method for searching sliding surface of three-dimensional homogeneous soil slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(S2): 3719 - 3727. (in Chinese))
- [19] 李亮, 邓东平, 赵炼恒. 任意滑动面搜索新方法应用于三维复杂土坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(4): 544 - 553. (LI Liang, DENG Dong-ping, ZHAO Lian-heng. Application of new method of arbitrary sliding surface search to stability analysis of complex three-dimensional slopes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(4): 544 - 553. (in Chinese))