

弹塑性 $p-y$ 模型及非线性地基梁的增量有限元法

苏 栋

(1. 深圳大学土木工程学院, 广东 深圳 518060; 2. 深圳市土木工程耐久性重点实验室, 广东 深圳 518060)

摘 要: 在水平受荷桩基的分析与计算中, $p-y$ 曲线法是应用较为广泛的方法之一。在边界面弹塑性理论的框架内, 建立了一个 $p-y$ 模型。与传统的 $p-y$ 曲线比较, 该模型能通过不同的参数取值, 模拟不同非线性特性的 $p-y$ 关系, 并能模拟往复荷载作用下的桩土相互作用。同时采用非线性地基梁的增量有限元法, 结合提出的弹塑性 $p-y$ 模型, 编制了有限元分析程序, 对单调和往复水平荷载作用下的桩土系统进行实例分析, 结果表明该方法能有效的模拟水平荷载作用下的桩基非线性响应。

关键词: 桩; 水平荷载; 非线性; 弹塑性; 边界面

中图分类号: TU470 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2012)08-1469-06

作者简介: 苏 栋(1978-), 男, 福建省永定县人, 教授, 主要从事岩土地震工程、桩-土相互作用等方面的研究。

E-mail: sudong@szu.edu.cn。

Elasto-plastic $p-y$ model and incremental finite element method for beams on nonlinear foundation

SU Dong

(1. Shenzhen Key Laboratory for Durability of Civil Engineering, Shenzhen 518060, China; 2. College of Civil Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

Abstract: The $p-y$ curve method is one of the most commonly used approaches in the analysis and design of piles under horizontal loadings. A $p-y$ model is proposed within the framework of bounding surface elasto-plastic theory. In comparison with the traditional $p-y$ curves, the model can simulate $p-y$ relationships with different degrees of nonlinearity by choosing appropriate values for the model parameters, and can also simulate the soil-pile interaction under cyclic loadings. By adopting the incremental finite element method for beams on nonlinear foundation incorporating the proposed elasto-plastic $p-y$ model, a finite element program is formulated. Soil-pile systems in the field or in the laboratory tests under monotonic or cyclic horizontal loadings are analyzed by use of the finite element program. By comparing the calculated and measured results, the capacity of the method and the proposed elasto-plastic $p-y$ model in modeling the nonlinear response of the piles is demonstrated.

Key words: pile; horizontal loading; nonlinearity; elasto-plasticity; bounding surface

0 引 言

承受水平荷载的桩基在高层建筑、桥梁、港口码头和海洋采油平台等结构中广泛应用。作用在这类桩基的水平荷载可能包括风荷载, 地震荷载和波浪荷载。近年来, 广大研究者对水平力作用下桩-土相互作用问题进行了广泛的研究, 根据试验及理论研究的成果, 提出了许多分析和计算的方法。地基反力法是应用较为广泛的方法之一, 其根据假定和桩-土相互作用模型的不同, 可分为极限地基反力法、弹性地基反力法和 $p-y$ 曲线法。国内的学者也提出了多种水平受荷桩的分析方法, 如 NL 法^[1], 耦合法^[2], 无网格法

^[3]等。在较大的水平力作用下, 桩土之间的相互作用表现出明显的非线性, 传统的 $p-y$ 曲线虽然能考虑桩周土体的非线性特性, 但一般只能用于分析单调水平荷载、而不能分析较为复杂的往复荷载作用下的桩基问题。本文在边界面弹塑性理论的框架内, 建立了能模拟周期荷载作用的 $p-y$ 模型。同时采用非线性地基梁的增量有限元法, 对单调和往复水平荷载作用下的桩土系统进行分析, 结果表明本文的弹塑性 $p-y$ 模型

基金项目: 国家自然科学基金项目(50978165); 深圳市公共科技项目(SY200806270074A); 深圳市基础研究项目(JC200903130268A)

收稿日期: 2011-04-14

结合非线性地基梁的增量有限元解法能有效的模拟各种水平荷载作用下的桩基非线性响应。

1 弹塑性 $p - y$ 模型

1.1 模型的建立

模型以一定深度处的桩身位移 y 和单位面积上土对桩的水平阻力 p (kPa) 为变量, 将阻力增量 dp 引起的位移增量 dy 分解为弹性和塑性两部分, 即

$$dy = dy^e + dy^p \quad (1)$$

式中, dy^e 为位移增量的弹性部分, dy^p 为位移增量的塑性部分。对于弹性部分, 存在如下关系:

$$dp = k_e dy^e \quad (2)$$

式中, k_e 为弹性抗力系数 (kN/m³)。

对于塑性部分,

$$dp = k_p dy^p \quad (3)$$

式中, k_p 为塑性抗力系数 (kN/m³)。

由式 (1) ~ (3) 可得

$$dy = (1/k_e + 1/k_p) dp \quad (4)$$

由此可得弹塑性抗力系数 k_{ep} 为

$$k_{ep} = (1/k_e + 1/k_p)^{-1} \quad (5)$$

为考虑周期加载条件下加载历史对 $p - y$ 关系的影响, 建立边界面 $|p| - p_m = 0$, 其中 p_m 为一定深度处历史上的最大桩侧土阻力; 并采用如下映射法则: ① 当 $dp > 0$ 时, 以 $p = -p_m$ 为中心, 将当前土阻力 p 投影到边界面 $p = p_m$, 如图 1 (a) 所示; ② 当 $dp < 0$ 时, 以 $p = p_m$ 为中心, 将当前土阻力 p 投影到边界面 $p = -p_m$, 如图 1 (b) 所示。相应地, 可知投影距离为: 当 $dp \cdot p > 0$ 时, $\rho = p_m + |p|$, $\bar{\rho} = 2p_m$; 当 $dp \cdot p < 0$ 时, $\rho = p_m - |p|$, $\bar{\rho} = 2p_m$ 。

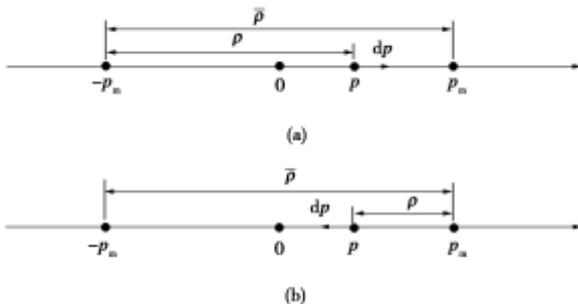


图 1 映射法则

Fig. 1 Mapping rules

结合投影距离, 塑性抗力系数 k_p 采用如下表达:

$$k_p = hk_e f(y^p) (p_u / p_m \cdot \bar{\rho} / \rho - 1) \quad (6)$$

式中 p_u 为一定深度桩侧极限土阻力值 (kPa), h 为比例系数, $f(y^p)$ 为与塑性位移相关的函数, 用以模拟周期荷载作用下的抗力退化现象, 借鉴文献[4]可表示为

$$f(y^p) = (\rho / \bar{\rho})^n + e^{-\alpha \frac{\int |dy^p|}{y_r}} \left[1 - (\rho / \bar{\rho})^n \right] \quad (7)$$

式中 $\int |dy^p|$ 为累积塑性位移, y_r 为参考位移 ($y_r = p_u / k_e$), 用于对 $\int |dy^p|$ 进行无量纲化; α 为模型参数; n 可取任意较大的整数, 如 10。对于初始加载, 由于 $\rho = \bar{\rho}$, $f(y^p) = 1$, $f(y^p)$ 对塑性抗力系数 k_p 没有影响; 对于非初始加载, 式 (7) 能保证当 ρ 逐渐接近 $\bar{\rho}$ 时, 塑性抗力系数能逐渐过渡到初始加载时的数值。

1.2 参数确定方法

(1) k_e 的确定

假定弹性抗力系数 k_e 不随桩侧位移变化而变化, 即始终为 $p - y$ 关系曲线的初始比例系数 k_{mi} (kN·m⁻³)。与 m 法的假定类似, 假设弹性抗力系数 k_e 随深度 z 线性增长, 并按下式确定:

$$k_e = k_{mi} = (\eta_h / d) z \quad (8)$$

式中, η_h 为地基弹性模量 (kN·m⁻³), d 为桩径。对于 η_h , Terzaghi^[5] 建议, 松砂取 1100~3300 kN/m³, 中密砂取 3300~11000 kN·m⁻³, 密砂取 11000~23400 kN·m⁻³, 而美国石油协会规范^[6] 给出了地下水位以上以及地下水位以下不同状态砂土的参考值。

另外, 如果取 $k_e = mz$, 并假定塑性抗力系数 k_p 为无穷大, 本文模型则退化为 m 法。

(2) p_u 的确定

桩侧极限土阻力值 p_u 的确定实际上是个复杂的三维问题^[7], 虽然目前各种经验公式较多^[6-9], 但仍没有形成共识。本文采用类似于 Ismael^[8] 提出的公式:

$$p_u = c_p \sigma_p \quad (9)$$

式中, σ_p 为桩侧土体被动土压力, c_p 为模型参数。

Broms^[9] 对于砂土曾提出公式:

$$p_u = 3 \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) \sigma'_v \quad (10)$$

式中, φ 为土体的内摩擦角, 式 (10) 相当于式 (9) 取 $c_p = 3$ 。

(3) 参数 h 的影响

考虑单调加载的情况, 此时 $\bar{\rho} = \rho$, $f(y^p) = 1$, 将式 (6) 代入式 (4) 可得

$$dy = \left(\frac{1}{k_e} + \frac{1}{hk_e (p_u / p - 1)} \right) dp \quad (11)$$

h 取不同值时, 通过对式 (11) 进行数值积分可得到不同特性的 $p - y$ 关系曲线, 如图 2 所示。图中 p, y 分别除以 p_u, y_r 进行无量纲化。

Kondner^[10] 曾提出双曲线型桩侧位移 - 土阻力模型, 如下式所示:

$$p = y / (1/k_{mi} + y/p_u) \quad (12)$$

图 2 也将双曲线型 $p - y$ 曲线绘出, 可见双曲线型 $p -$

y 曲线与本文模型 $h=0.3$ 的情况较为接近, 而本文模型可以通过调整 h 模拟不同非线性特性的 $p-y$ 关系, 具有更广泛的适用性。

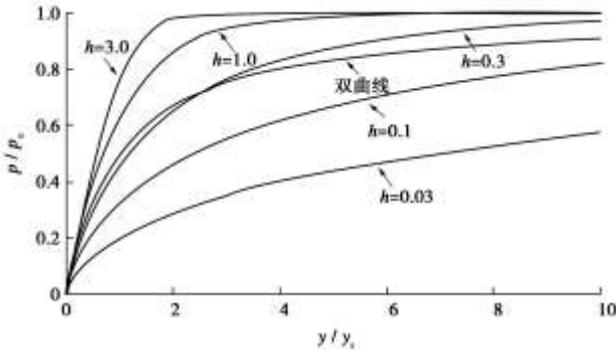
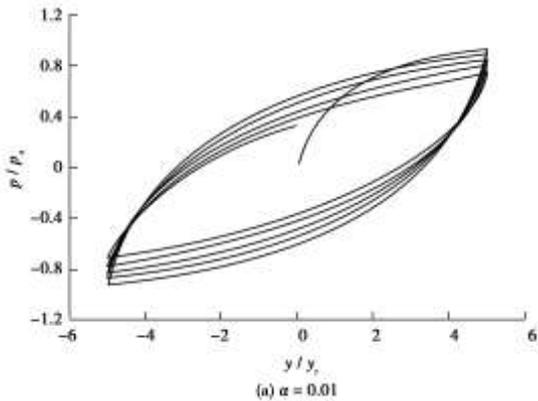


图 2 参数 h 对 $p-y$ 关系的影响

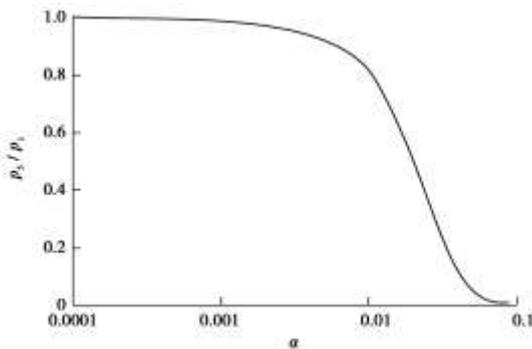
Fig. 2 Influence of h on $p-y$ relationship

(4) 参数 α 的影响

由式 (7) 可知, 参数 α 只有在 $\bar{\rho} \neq \rho$, 即非初始加载时会影响 k_p , 从而影响 $p-y$ 关系曲线的特性。图 3 (a) 给出了在周期加载且位移幅值为 $5y_r$ 条件下, 当 $\alpha=0.01$ 时的 $p-y$ 关系曲线, 可见随着周期数的增加, 刚度出现了退化, 最大抗力逐渐减小, 第 5 个周期的最大抗力约为第 1 个周期的 80%。图 3 (b) 给出了当 α 取不同值时, 第 5 个周期最大抗力 (p_5) 与第 1 个周期最大抗力 (p_1) 的比值, 从中可以看出, 通过调整参数 α 的取值, 模型可以模拟抗力不同衰退程度的情况。



(a) $\alpha = 0.01$



(b) 参数 α 对抗力衰退的影响

图 3 参数 α 对 $p-y$ 曲线的影响

Fig. 3 Influence of α on $p-y$ curves

2 非线性地基梁的增量有限元法

由于在较大水平荷载下, 桩土相互作用具有明显的非线性特性, 本文采用非线性地基梁的增量有限元法求解该问题。如图 4 所示, 桩体采用弹性梁单元模拟, 桩与桩周土之间的相互作用采用非线性弹簧模拟。先求解在桩头荷载 (位移) 增量作用下的桩土响应, 再通过数值积分得到总荷载 (位移) 作用下的响应。

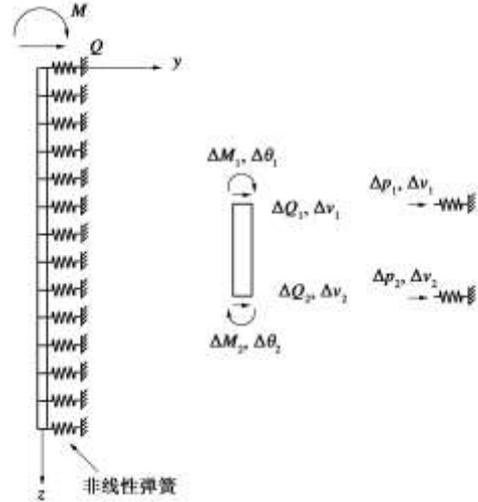


图 4 非线性地基梁的增量有限元分析

Fig. 4 Incremental finite element analysis of a beam on nonlinear foundation

对于弹性梁, 其增量形式的基本方程如下:

几何方程

$$\Delta\kappa = -d^2\Delta v/dz^2 \quad ; \quad (13)$$

本构方程

$$\Delta M = EI\Delta\kappa = -EI(d^2\Delta v/dz^2) \quad ; \quad (14)$$

平衡方程

$$\Delta Q = d\Delta M/dz = -EI(d^3\Delta v/dz^3) \quad 。 \quad (15)$$

用有限元分析梁弯曲问题时, 通常采用二节点 Hermite 单元, 其单元刚度方程为

$$K^e(\Delta v_1 \ \Delta\phi_1 \ \Delta v_2 \ \Delta\phi_2)^T = (\Delta Q_1 \ \Delta M_1 \ \Delta Q_2 \ \Delta M_2)^T \quad (16)$$

式中, K^e 为梁单元的刚度矩阵,

$$K^e = \frac{EI}{l^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{pmatrix} \quad 。 \quad (17)$$

其中, EI 为抗弯刚度, l 为单元长度。

各节点处弹簧产生的荷载增量作为外部荷载施加到梁单元节点上, 即

$$\Delta P = -k_s \Delta v = -k_{ep} B_0 l \Delta v \quad , \quad (18)$$

式中, k_s 为非线性弹簧的切线刚度, k_{ep} 为 $p-y$ 模型中的弹塑性抗力系数, B_0 为桩的计算宽度, l 为单元长度。通过单元方程构建求解总方程后, 可将各节点处弹簧产生的荷载增量移到方程左边, 合并整理后

单元长度为 0.3 m), 分析采用位移控制, 总位移分 1000 个增量步施加。 η_h 根据美国石油协会规范^[6]给出的地下水位以下的参考值取 $3.4 \times 10^7 \text{ N/m}^3$ (由土体内摩擦角确定), 其它参数取 $h=1.0$, $c_p=3.3$ 。模拟的结果见图 7, 从图 7 中可看出, 计算结果较好地重现了现场试验观察到的桩头水平力-位移关系曲线的非线性特性, 计算和测得的水平力最大值也较为接近。

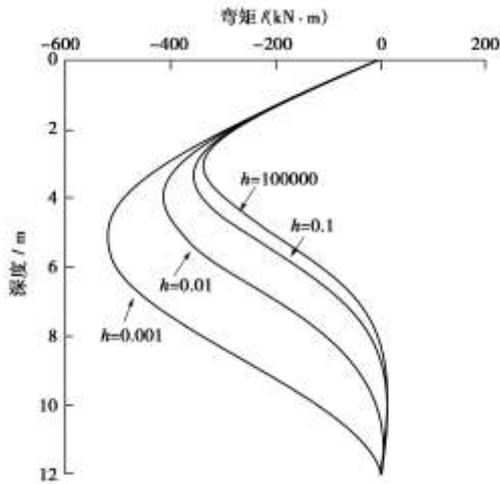


图 6 水平力为 150 kN 时的桩身弯矩分布图

Fig. 6 Distribution of moment along pile under horizontal force of 150 kN

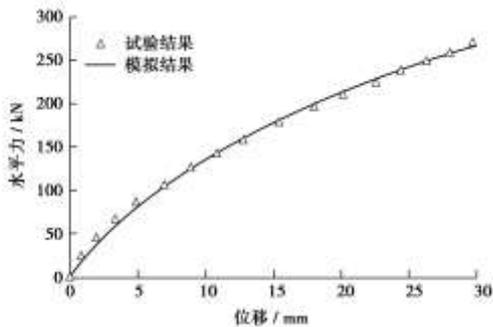


图 7 桩头水平力-位移关系比较 (例 2)

Fig. 7 Comparison between calculated and measured horizontal force-displacement relationships at pile head (Example 2)

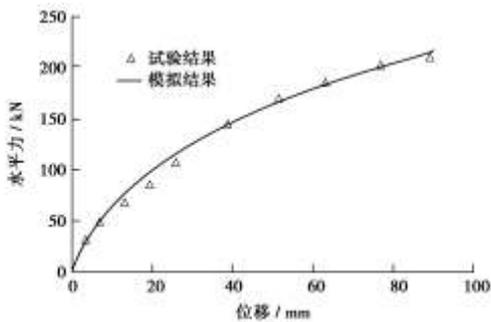


图 8 桩头水平力-位移关系比较 (例 3)

Fig. 8 Comparison between calculated and measured horizontal force-displacement relationships at pile head (Example 3)

例 3: 文献[13]进行了现场水平桩试验。场地土体

主要为中密砂土层, 含有部分黏土夹层。试验场地水位在地表下 2.1 m 处, 水位以上砂土重度 16.7 kN/m^3 , 水位以下有效重度 8.1 kN/m^3 。试桩为钢管桩, 外径 0.324 m, 壁厚 9.5 mm, 入土深度约为 16 m, 加载点在地表上 0.483 m 处, 试验结果如图 8 所示。分析时取 34 个单元, 每个单元长度为 0.483 m。忽略黏土夹层 (假定为砂土)。 η_h 根据文献[6]地下水位以上和地下水位以下分别取 $7.5 \times 10^7 \text{ N/m}^3$ 和 $2.6 \times 10^7 \text{ N/m}^3$, 其它参数取 $h=1.0$, $c_p=4.5$ 。图 8 将计算结果和试验结果进行比较, 从中可以看出两者吻合得较好。

例 4: 笔者进行了砂土中单桩的模型试验, 模型桩为不锈钢管桩, 外径 3.8 cm, 桩身抗弯刚度 $EI=3360 \text{ N m}^2$, 桩入土深度 50 cm。砂土为中密平潭砂, 干重度为 15.3 kN/m^3 , 内摩擦角为 28° , 桩为土样制备后打入, 桩周土有明显挤密效应。加载点位于土面上 20 cm 处, 只施加水平力, 同时允许桩头自由转动。加载采用位移控制, 进行了位移幅值为 10 mm 的规则和不规则往复加载试验, 试验中桩头的位移变化见图 9。

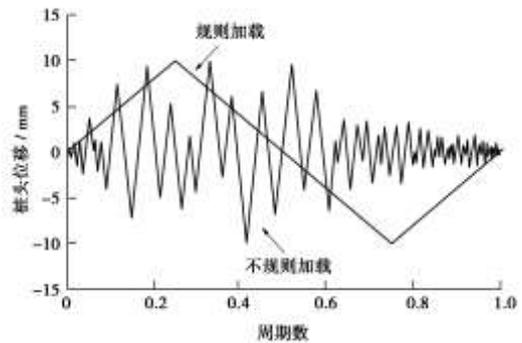


图 9 模型试验中桩头的位移

Fig. 9 Displacements at pile head from model tests

分析时桩长取 70 cm, 均分为 70 个单元 (每个单元长度为 1 cm)。令加载点及以下的 20 个节点连接的弹簧刚度为 0, 其余节点的弹簧刚度则由 $p-y$ 模型确定。模型参数取值为: $\eta_h=2.2 \times 10^7 \text{ N/m}^3$, $c_p=10.0$, (由于桩周砂土在打桩过程中有明显的挤密效应, 挤密后桩周砂土的内摩擦角难以确定, 被动土压力仍根据挤密前的内摩擦角计算, 但挤密效应对 p_u 的影响体现在 c_p 的取值上), $h=0.5$, $\alpha=0.001$ (试验中观察到刚度衰退不明显)。分析也采用位移控制, 规则加载和不规则加载的分析结果分别如图 10, 11 所示, 并与试验结果进行了比较。通过图 10 规则加载试验的比较可以看出, 数值结果与试验结果在初始加载阶段吻合得较好, 水平力最大值基本一致; 在往复加载阶段, 数值结果也较好地反映了桩头水平力-位移关系曲线的滞回特性。图 11 中不规则加载路径下的分析结果也基本重现了试验观察到的桩头水平力-位移的关系特

性, 计算得到的水平力最大值和测量值比较接近。这些分析结果表明本文的弹塑性 $p-y$ 模型结合非线性地基梁的增量有限元解法能有效的模拟水平往复荷载作用下的桩基响应。

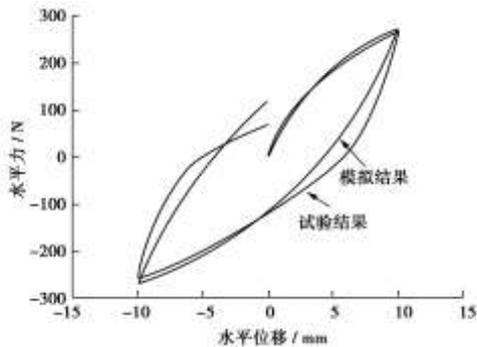


图 10 规则加载路径下桩头水平力 - 位移关系曲线

Fig. 10 Relationship between horizontal force and displacement under regular loading path

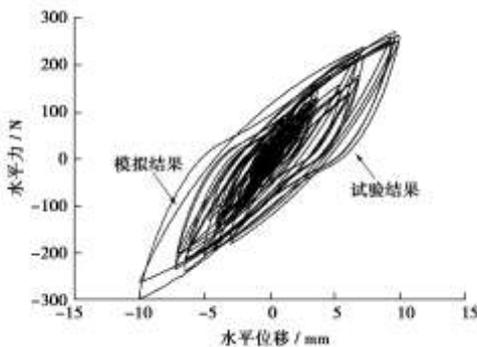


图 11 不规则加载路径下桩头水平力 - 位移关系曲线

Fig. 11 Relationship between horizontal force and displacement under irregular loading path

4 结 语

本文在边界面弹塑性理论的框架内, 建立了一个能模拟水平桩土相互作用的 $p-y$ 模型。模型通过参数 h 的不同取值, 能模拟不同非线性特性的 $p-y$ 关系, 并能模拟往复荷载作用下的桩土相互作用。本文同时采用非线性地基梁的增量有限元法, 结合提出的弹塑性 $p-y$ 模型, 编制了计算程序, 对水平荷载作用下的桩土系统进行实例分析, 分析结果和现场试验、模型试验的结果都吻合得较好。在本文的模拟分析中, 对于两个现场试验 h 取值均为 1, 而对于模型试验 h 取值略小, 后续研究将收集更多的试验数据对参数的取值进行分析。另外, 虽然本文目前参数的确定方式主要针对砂土, 但对其略作改变后, 模型也可以方便的应用于黏土中的水平受荷桩分析。

参考文献:

- [1] 叶万灵, 时蓓玲. 桩的水平承载力实用非线性计算方法 -NL 法[J]. 岩土力学, 2000, **21**(2): 97 - 101. (YE Wan-ling, SHI Bei-ling. A practical non-linear calculation method of pile's lateral bearing capacity-NL method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, **21**(2): 97 - 101. (in Chinese))
- [2] 周洪波, 杨敏, 杨桦. 水平受荷桩的耦合算法[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(4): 432 - 436. (ZHOU Hong-bo, YANG Min, YANG Hua. A coupling analytical solution of piles subjected lateral loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(4): 432 - 436. (in Chinese))
- [3] 赵明华, 汪优, 黄靓. 水平受荷桩的非线性无网格法分析[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(6): 907 - 912. (ZHAO Ming-hua, WANG You, HUANG Liang. Nonlinear analysis of meshless method for piles under horizontal load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(6): 907 - 912. (in Chinese))
- [4] LI X S. A sand model with state-dependent dilatancy[J]. Géotechnique, 2002, **52**(3): 173 - 186.
- [5] TERZAGHI K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction[J]. Géotechnique, 1955, **5**(5): 297 - 326.
- [6] American Petroleum Institute (API). Recommended practice for planning, designing, and constructing fixed offshore platforms Platforms — Working Stress Design[S]. 2000.
- [7] KIM B T, KIM N K, LEE W J. Experimental load-transfer curves of laterally loaded piles in Nak-Dong river sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(4): 416 - 425.
- [8] ISMAEL N F. Behavior of laterally loaded bored piles in cemented sands[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1990, **116**(11): 1678 - 1699.
- [9] BROMS B B. The lateral resistance of piles in cohesionless soils[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1964, **90**(3): 123 - 156.
- [10] KONDNER R L. Hyperbolic stress-strain response: Cohesive soils[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1963, **89**(1): 115 - 144.
- [11] 戴自航, 陈林靖. 多层地基中水平荷载桩计算 m 法的两种数值解[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(5): 690 - 696. (DAI Zi-hang, CHEN Lin-jing. Two numerical solutions of laterally loaded piles installed in multi-layered soils by m method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(5): 690 - 696. (In Chinese))
- [12] REESE L C, COX W R, KOOP F D. Analysis of laterally loaded piles in sand[C]// Proceedings, Sixth Annual Offshore Technology Conference. Paper No. 2080, OTC. Houston,

1974: 473 - 483.

- [13] WALSH J M. Full-scale lateral load test of 3x5 pile group in sand[D]. Brigham: Brigham Young University, 2005.