

楔形桩桩顶纵向振动阻抗的解析解

蔡燕燕^{1,2}, 俞 缙^{1,2,3}, 郑春婷^{1,3}, 戚志博^{1,2}, 宋博学¹

(1. 华侨大学岩土工程研究所, 福建 厦门 361021; 2. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室 江苏 徐州 221008;
3. 重庆交通大学(桥梁)结构工程重点实验室, 重庆 400074)

摘 要: 针对成层地基中楔形桩的纵向振动问题, 采用平面应变模型模拟桩侧土, 并根据桩侧土的成层性及考虑楔形桩的变截面特性, 将桩土系统划分为有限个微元段, 运用 Laplace 变换技术和阻抗函数递推方法, 求得了楔形桩纵向振动情况下桩顶复阻抗的解析解, 并讨论了楔角对楔形桩桩顶复阻抗的影响。结果表明, 动刚度曲线和动阻尼曲线的共振峰幅值均随楔角的增大而变大; 当其他参数不变仅桩长变化时, 动刚度曲线的共振峰幅值随桩长增大而变小, 动阻尼曲线的共振峰幅值随桩长增大而变大; 当其他参数不变仅桩端截面半径变化时, 动刚度曲线和动阻尼曲线的共振峰幅值随桩端截面半径增大而变大。

关键词: 楔形桩; 纵向振动; 平面应变模型; 成层地基; 解析解; 复阻抗

中图分类号: TU432 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2011)S2-0392-07

作者简介: 蔡燕燕(1982-), 女, 福建晋江人, 博士, 讲师, 主要从事土力学与地基基础等方面的教学与科研工作。

E-mail: yycail@hqu.edu.cn.

Analytical solution for longitudinal dynamic complex impedance of tapered pile

CAI Yan-yan^{1,2}, YU Jin^{1,2,3}, ZHENG Chun-ting^{1,3}, QI Zhi-bo^{1,2}, SONG Bo-xue¹

(1. School of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China; 2. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China; 3. Key Laboratory of Bridge-Structure Engineering of Ministry of Communications, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The longitudinal dynamic complex impedance of tapered piles in layered ground is investigated. Assuming the surrounding soil to be plane strain model and considering variable cross-section of the tapered piles and stratification of the surrounding soil, the pile-soil system is discretized into finite segments. Then, by means of the Laplace technique and the impedance function transfer method, the analytical solution of complex stiffness of the tapered piles under vertical exciting force is derived. Additionally, by means of parametric study method, the influence of the cone angle on the complex stiffness at the pile top is investigated. It is shown that the amplitudes of resonance peak of dynamic stiffness curve and dynamic damping curve increase as the cone angle increases. When the length of tapered piles is variable and other parameters are unaltered, the amplitude of resonance peak of dynamic stiffness curve decreases as the cone angel increases and the amplitude of resonance peak of dynamic curve increases as the cone angel increases. When the radius of tapered pile tip is variable and other parameters are unaltered, the amplitudes of resonance peak of dynamic stiffness curve and dynamic damping curve increase as the radius of tapered pile tip increases.

Key words: tapered pile; vertical vibration; plain strain model; layered ground; analytical solution; cone angle; complex impedance

0 引 言

楔形桩作为一种应用前景良好的优良桩型, 因其良好的承载特性和稳定性, 在工程中日益受到重视。它巧妙地利用了桩的楔形侧面, 改变桩周土的天然结构状态, 改善土的物理力学性质, 从而更好地发挥桩土共同作用。学者们对楔形桩的承载及沉降特性进行

过大量的试验及理论研究^[1-8], 研究表明: 相同土质条

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51109084); 福建省自然科学基金资助项目(2011J01317); 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金项目(SKLGDUK1012); 重庆交通大学(桥梁)结构工程重点实验室开放基金项目(CQSLBF-Y11-2); 华侨大学高层次人才引进人才启动金项目(11BS105)

收稿日期: 2011-08-04

件下, 楔形摩擦桩的单位体积承载力比普通等截面摩擦桩提高 0.5~2.5 倍, 基础工程造价降低 40%~60%, 且具有材料消耗少, 便于生产运输的优点。刘杰等^[9-11]还对楔形桩复合地基进行了探索研究, 得到刚性及柔性楔形桩合理楔角的范围, 指出楔形桩复合地基的承载特性要优于圆柱形桩复合地基, 并提出楔形桩复合地基在高等级公路路堤中进行软弱地基处理的设想。然而, 目前的研究都是在静力情况下开展的, 对楔形桩的振动特性还鲜有文献报道。为提高楔形桩在各类基础工程中的利用水平, 同时也为其进一步推广应用提供更好的理论支持, 必须弄清动力条件下楔形桩与土的相互作用机理。

在桩土动力相互作用理论基础上, 圆柱形桩土纵向振动特性研究取得了较大进展。Gough 等^[12]导出考虑桩端土作用时单根理想桩的自由振动特性; Koten 等^[13]求得半无限长桩在锤击条件下, 考虑桩侧土的作用时, 桩的纵向振动问题的解析解; 王奎华等^[14-16]利用函数代换法及广义函数的方法求得了桩顶受稳态激励及瞬态激励情况下, 同时考虑桩侧土和桩端土的作用时, 有限长桩受迫振动问题解析解; Novak 等^[17-18]基于平面应变模型得到了有限长柱体与土相互作用问题的解析解; 胡昌斌和黄晓明^[19]、孔德森等^[20]、冯世进等^[21]、王海东和尚守平^[22]分别采用分离变量法、积分变换、积分方程等方法研究桩土耦合振动问题, 取得了许多有价值的成果。目前仍缺少关于楔形桩纵向振动问题的研究成果。

本文通过 Laplace 变换, 利用阻抗函数的传递特性, 求得了成层地基中楔形桩桩顶纵向振动阻抗的解析解, 并讨论了楔形桩楔角的影响规律。在本文工作的基础上可进一步研究各种复杂工况下楔形桩的纵向振动特性, 这对楔形桩动力基础设计及楔形桩复合地基动力设计等方面都有重要的工程意义。

1 数学模型

1.1 计算简图

本文研究的是成层地基中楔形桩的纵向振动问题, 计算模型如图 1 所示。考虑到楔形桩的变截面特性, 并结合桩侧土的成层性, 将桩土系统分成 n 个微元段, 每一微元段内桩材料和桩侧土材料为均质。当微元段数量划分足够多时, 楔形桩微元段的形状可以近似于圆柱体, 且计算精度可以得到满足。自楔形桩端部向上分别标识为 1, 2, ..., j , ..., n 段, 各微元段的厚度分别为 $l_1, l_2, \dots, l_j, \dots, l_n$, 各微元段顶部深度分别为 $h_1, h_2, \dots, h_j, \dots, h_n$, 第 j 微元段桩的半径为 $r_j = r_p + \frac{H}{n}(j-1)\tan\theta$, 其中 H , θ 和 r_p 分别为楔形桩的

桩长、楔角及桩端截面半径, 第 j 微元段桩材料密度及弹性纵波波速分别表示为 ρ_{pj} , V_{pj} , 截面面积表示为 A_{pj} 。桩侧土模型采用平面应变模型, 第 j 微元段桩侧土对该处桩身侧面单位面积作用力为 $f_j(z, t)$ 。

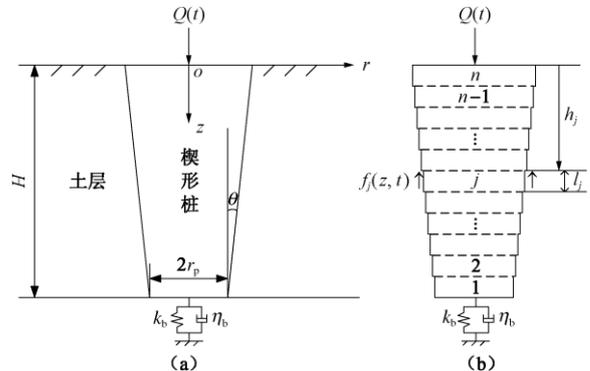


图 1 计算模型

Fig. 1 Calculation model

1.2 假设条件

假设条件为: ①桩为竖直、完全弹性、圆形变截面体, 桩的截面半径随深度均匀变小; ②桩侧土为黏弹性材料, 桩侧土与桩完全连续接触, 楔形桩端部为黏弹性支承边界; ③桩侧土体径向无限延伸, 土层上表面为自由边界, 底部为黏弹性支承边界; ④桩土接触面上, 土体动应力通过复阻抗传递给桩。

2 桩土系统纵向振动方程建立及求解

2.1 土体纵向振动方程建立

平面应变模型的土体纵向振动方程是由 Novak 等^[17-18]提出来的, 当处于土体中心位置的圆柱体结构受到垂直方向的简谐振动激励时, 土体也必然随之产生纵向振动, 假设 $W_j = W_j(r)$ 为土体纵向振动的位移幅值, 则土层的纵向振动平衡方程为

$$r^2 \frac{d^2 W_j}{dr^2} + r \frac{dW_j}{dr} - \beta_j^2 r^2 W_j = 0 \quad (1)$$

式中, $\beta_j = \frac{i\omega}{v_{sj} \sqrt{1+iD_{sj}}}$, 其中 v_{sj} 为土体剪切波速, 且满足 $v_{sj} = \sqrt{G_{sj}/\rho_{sj}}$, ρ_{sj} 、 G_{sj} 、 D_{sj} 分别为第 j 微元段内土体质量密度、切变模量和材料阻尼, ω 为振动圆频率, $\omega = 2\pi f$, f 为常规意义上的频率, $i = \sqrt{-1}$ 为虚数单位。

2.2 土体纵向振动方程求解

求解方程 (1) 可得到第 j 微元段桩侧土体内任意一点土体的位移:

$$W_j(r) = A_j K_0(\beta_j r) + B_j I_0(\beta_j r) \quad (2)$$

式中, $I_0(\beta_j r)$ 和 $K_0(\beta_j r)$ 分别是零阶第一类和第二类修正 Bessel 函数, A_j 和 B_j 是由边界条件决定的复常

数。由水平无穷远处土体位移应力衰减为 0，可得 $B_j = 0$ 。

土体任意一点的竖向剪切应力为

$$\tau_j(r) = G_{sj}^* \frac{dW_j(r)}{dr} = -G_{sj}^* A_j \beta_j K_1(\beta_j r) \quad (3)$$

式中， $G_{sj}^* = G_{sj}(1 + iD_{sj})$ 。

桩土接触面上单位长度方向的土竖向剪切复阻抗为

$$K_j = \frac{-2\pi r_j \tau_j(r_j)}{W_j(r_j)} = 2\pi r_j G_{sj}^* \beta_j K_1(\beta_j r_j) / K_0(\beta_j r_j) \quad (4)$$

式中， $I_1(\beta_j r_j)$ 和 $K_1(\beta_j r_j)$ 分别是一阶第一类和第二类修正 Bessel 函数。

2.3 楔形桩纵向振动方程建立

假定桩为一维黏弹性体，设 $u_j(z, t)$ 为第 j 微元段桩的纵向振动位移，则第 j 微元段桩侧土对该处桩身侧面单位面积作用力可表达为 $f_j(z, t) = K_j u_j(z, t)$ ，进一步可得到第 j 微元段桩的纵向振动方程：

$$E_{pj} A_{pj} \frac{\partial^2 u_j(z, t)}{\partial z^2} + A_{pj} \delta_{pj} \frac{\partial^3 u_j(z, t)}{\partial z^2 \partial t} - m_{pj} \frac{\partial^2 u_j(z, t)}{\partial t^2} - f_j(z, t) = 0 \quad (5)$$

式中， E_{pj} ， $A_{pj} = \pi r_j^2$ ， m_{pj} ， δ_{pj} 分别为第 j 微元段桩的弹性模量、截面面积、单位长度桩身质量及桩材料黏性阻尼系数。

桩顶及桩端处的边界条件为

$$[E_{pn} A_{pn} \frac{\partial u_n(z, t)}{\partial z} + A_{pn} \delta_{pn} \frac{\partial^2 u_n(z, t)}{\partial z \partial t}]|_{z=0} = -Q(t) \quad (6)$$

$$[E_{p1} \frac{\partial u_1(z, t)}{\partial z} + \delta_{p1} \frac{\partial^2 u_1(z, t)}{\partial z \partial t} + k_b u_1(z, t) + \eta_b \frac{\partial u_1(z, t)}{\partial t}]|_{z=H} = 0 \quad (7)$$

式中， $Q(t)$ 为桩顶纵向激振力， k_b 为桩端土的支承刚度， η_b 为桩端土的阻尼，可分别根据 Lysmer 和 Richart^[23] 的模拟公式 $k_b = \frac{4\rho_{bs} V_{bs}^2 r_p}{(1-\nu)}$ 、 $\eta_b = \frac{3.4\rho_{bs} V_{bs} r_p^2}{(1-\nu)}$

计算，其中 ρ_{bs} ， V_{bs} ， ν 和 r_p 分别表示桩端土的密度、剪切波速、泊松比和楔形桩桩端截面半径。

相邻楔形桩微元段分界面两侧的桩身位移和截面力满足连续条件，即：

$$u_j(z, t)|_{z=h_j} = u_{j+1}(z, t)|_{z=h_j} \quad (8)$$

$$[E_{pj} A_{pj} \frac{\partial u_j(z, t)}{\partial z} + A_{pj} \delta_{pj} \frac{\partial^2 u_j(z, t)}{\partial z \partial t}]|_{z=h_j} = [E_{p(j+1)} A_{p(j+1)} \frac{\partial u_{j+1}(z, t)}{\partial z} + A_{p(j+1)} \delta_{p(j+1)} \frac{\partial^2 u_{j+1}(z, t)}{\partial z \partial t}]|_{z=h_j} \quad (9)$$

初始条件为

$$u_j(z, t)|_{t=0} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_j(z, t)}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, j, \dots, n$$

2.4 楔形桩纵向振动方程求解

假设 $U_j(z, s)$ 为 $u_j(z, t)$ 的 Laplace 变换式，结合初始条件，对楔形桩纵向振动方程 (5) 等式两边均进行 Laplace 变换，可得

$$E_{pj} A_{pj} \frac{\partial^2 U_j(z, s)}{\partial z^2} + A_{pj} \delta_{pj} s \frac{\partial^2 U_j(z, s)}{\partial z^2} - m_{pj} s^2 U_j(z, s) - K_j U_j(z, s) = 0 \quad (11)$$

将式 (11) 化简得

$$V_{pj}^2 (1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}} s) \frac{\partial^2 U(z, s)}{\partial z^2} - (s^2 + \frac{1}{\rho_{pj} A_{pj}} K_j) U_j(z, s) = 0 \quad (12)$$

式中， $U_j(z, s) = \int_0^\infty u_j(z, t) e^{-st} dt$ 。 V_{pj} ， ρ_{pj} 分别为第 j 微元段桩的弹性纵波波速和材料密度，且 $E_{pj} = \rho_{pj} V_{pj}^2$ 。

式 (12) 的解为

$$U_j(z, s) = C_j \cos(\bar{\lambda}_j z / l_j) + D_j \sin(\bar{\lambda}_j z / l_j) \quad (13)$$

$$\text{式中， } \bar{\lambda}_j = \sqrt{\frac{(s^2 + \frac{K_j}{\rho_{pj} A_{pj}}) t_j^2}{1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}} s}}$$

为无量纲特征值， C_j ， D_j 是由边界条件确定的复常数。 $t_j = l_j / V_{pj}$ 为弹性纵波在第 j 微元段桩身内传播所需的时间，弹性纵波在桩身传播所需的总时间 $T_c = \sum_{j=1}^n t_j$ 。

根据阻抗函数的定义（力除以位移）并结合桩端边界条件，可得楔形桩第 1 微元段顶部（ $z = h_1$ ）截面处的位移阻抗函数的解析表达式：

$$Z_{p1}|_{z=h_1} = \frac{-[E_{p1} A_{p1} \frac{\partial U_1(z, s)}{\partial z} + A_{p1} \delta_{p1} \frac{\partial^2 U_1(z, s)}{\partial z \partial t}]|_{z=h_1}}{U_1(z, s)|_{z=h_1}} = -\frac{\rho_{p1} A_{p1} V_{p1} (1 + \frac{\delta_{p1}}{E_{p1}} s) \bar{\lambda}_1 \tan(\bar{\lambda}_1 - \phi_1)}{t_1} \quad (14)$$

$$\text{式中， } \phi_1 = \arctan \frac{Z_{p0} t_0}{\rho_{p1} A_{p1} V_{p1} \bar{\lambda}_1 (1 + \frac{\delta_{p1}}{E_{p1}} s)}, \quad Z_{p0} =$$

$k_b + \eta_b s$ 。

根据相邻段桩身截面处位移、截面力连续，可得相邻截面阻抗相等。利用阻抗函数递推方法，可得第 j 微元段桩顶部（ $z = h_j$ ）截面处的位移阻抗函数：

$$Z_{pj} \Big|_{z=h_j} = \frac{-[E_{pj} A_{pj} \frac{\partial U_j(z,s)}{\partial z} + A_{pj} \delta_{pj} \frac{\partial U_j(z,s)}{\partial z}] \Big|_{z=h_j}}{U_j(z,s) \Big|_{z=h_j}} = -\frac{\rho_{pj} A_{pj} V_{pj} (1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}} s) \bar{\lambda}_j \tan(\bar{\lambda}_j - \phi_j)}{t_j}, \quad (15)$$

式中, $\phi_j = \arctan \frac{Z_{p(j-1)} t_j}{\rho_{pj} A_{pj} V_{pj} \bar{\lambda}_j (1 + \frac{\delta_{pj}}{E_{pj}} s)}$ 。

通过公式 (15) 进一步递推可得到桩顶部位移阻抗函数:

$$Z_{pn} \Big|_{z=h_n=0} = \frac{-[E_{pn} A_{pn} \frac{\partial U_n(z,s)}{\partial z} + A_{pn} \delta_{pn} \frac{\partial U_n(z,s)}{\partial z}] \Big|_{z=0}}{U_n(z,s) \Big|_{z=0}} = -\frac{\rho_{pn} A_{pn} V_{pn} (1 + \frac{\delta_{pn}}{E_{pn}} s) \bar{\lambda}_n \tan(\bar{\lambda}_n - \phi_n)}{t_n}, \quad (16)$$

式中, $\phi_n = \arctan \frac{Z_{p(n-1)} t_n}{\rho_{pn} A_{pn} V_{pn} \bar{\lambda}_n (1 + \frac{\delta_{pn}}{E_{pn}} s)}$ 。

桩顶位移阻抗函数即桩顶复阻抗, 其实部代表了真实的动刚度, 虚部代表动阻尼, 反映能量耗散, 分别表示如下:

$$Z_{pn} = K_k + iC_k. \quad (17)$$

3 楔形桩桩顶纵向振动阻抗分析

3.1 分段精度研究

为了突出研究桩土参数对楔形桩桩顶纵向振动阻抗的影响, 分析时取桩侧土为单层均质土, 只针对楔形桩沿纵向分段分析。计算参数为: 桩端土密度 2000 kg/m^3 , 剪切波速为 120 m/s , 泊松比 0.45 ; 桩侧土体密度为 2000 kg/m^3 , 剪切波速为 150 m/s , 楔形桩密度为 2500 kg/m^3 , 弹性纵波波速为 4000 m/s , 材料阻尼取为 0 , 桩长为 10 m , 桩端截面半径为 0.2 m , 楔角为 $\theta = 1^\circ$, 楔形桩微元段数分别为: $n = 10, 50, 100, 200, 1000$ 。

由图 2 可以看出, 当楔形桩微元段数量划分过少时, 动刚度曲线 (复阻抗实部) 和动阻尼曲线 (复阻抗虚部) 会出现一定程度的不规律振荡, 并且共振峰幅值较微元段数量划分较多时要稍小, 随着微元段数量的增加, 动刚度曲线和动阻尼曲线逐渐趋于一致。这是因为当微元段数量划分过少时, 如 $n = 10$ 时, 相邻微元段截面阻抗差异较大, 导致应力波在相邻微元段的界面处发生界面反射, 且界面反射随着相邻微元段阻抗差异增大 (微元段数量变少) 而变强。随着楔形桩微元段数量增多, 相邻微元段截面阻抗差异变小,

阻抗逐渐过渡, 界面反射逐渐减弱, 直至消失。所以, 微元段数量划分越多, 得到的计算结果的精度就越高, 从本例分析来看, 当楔形桩微元段数量划分达到 100 个以上时, 即可满足计算精度的要求。

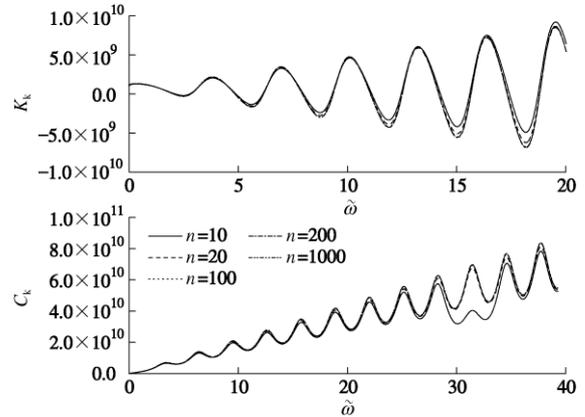


图 2 楔形桩微元段数对桩顶复阻抗的影响

Fig. 2 Influence of unit numbers of tapered piles on complex stiffness at pile top

3.2 不同桩长时楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响

分析楔形桩桩长分别为 $10, 20, 50 \text{ m}$ 时, 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响, 楔角分别为: $\theta = 0^\circ, 0.5^\circ, 1^\circ, 1.5^\circ, 2^\circ$, 楔形桩微元段数为 $n = 100$, 桩端截面半径为 0.2 m , 其余参数同 3.1。

由图 3~5 可以看出, 动刚度曲线具有明显的振荡特性, 共振频率的位置基本不受楔形桩楔角的影响, 而共振峰幅值随着楔形桩楔角的增大而变大。这是因为对同一长度的楔形桩, 当楔形桩桩端截面半径不变而楔角增大时, 同一深度的桩身横截面半径变大, 从而使桩的支承刚度变大。当其他参数不变仅桩长变化时, 共振频率的位置基本不受桩长变化的影响, 而共振峰幅值却随桩长的增大而变小。这是因为其他参数不变而桩长增大时, 桩的材料刚度变小, 从而使桩的支承刚度变小。

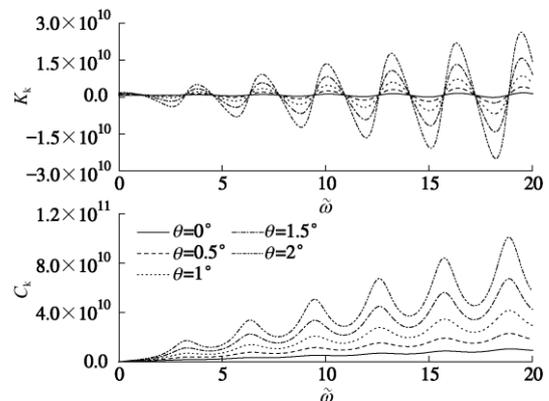


图 3 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响 ($H = 10 \text{ m}$)

Fig. 3 Influence of cone angle of tapered piles on complex stiffness at pile top ($H = 10 \text{ m}$)

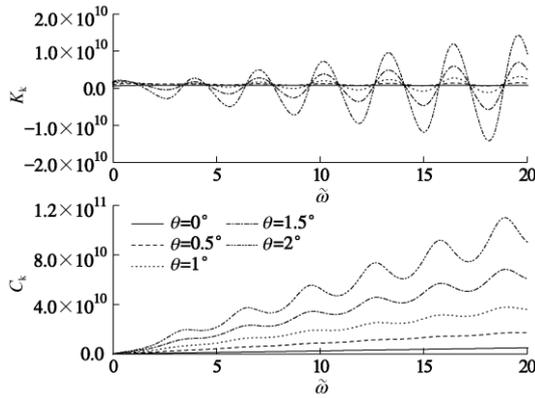


图4 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响 ($H = 20\text{ m}$)
 Fig. 4 Influence of cone angle of tapered piles on complex stiffness at pile top ($H = 20\text{ m}$)

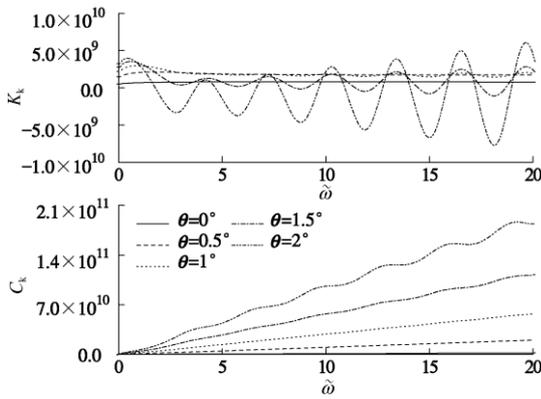


图5 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响 ($H = 50\text{ m}$)
 Fig. 5 Influence of cone angle of tapered piles on complex stiffness at pile top ($H = 50\text{ m}$)

对同一长度的楔形桩，动阻尼曲线变化规律性与动刚度曲线相似，也具有明显的振荡特性，共振峰幅值随楔形桩楔角的增大而变大，而共振峰频率的位置基本不变。而当其他参数不变仅桩长变化时，动阻尼共振峰的幅值随着桩长的增大而明显变大，这是因为桩身本身存在阻尼特性，当桩长增大时，应力波在桩身传播过程中衰减幅度更大，这一现象就体现在动阻尼变大。

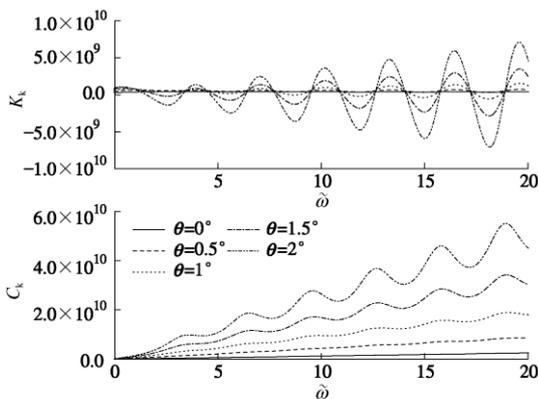


图6 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响 ($r = 0.1\text{ m}$)
 Fig. 6 Influence of cone angle of tapered piles on complex stiffness at pile top ($r = 0.1\text{ m}$)

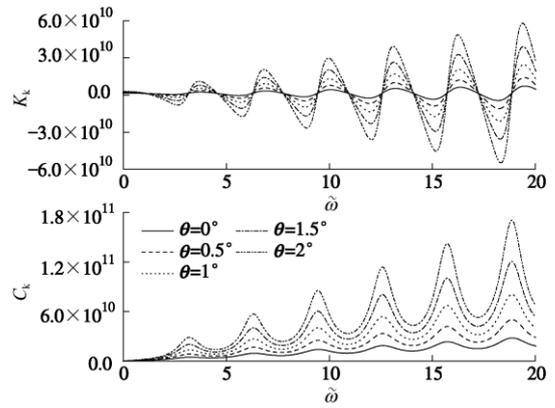


图7 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响 ($r = 0.3\text{ m}$)
 Fig. 7 Influence of cone angle of tapered piles on complex stiffness at pile top ($r = 0.3\text{ m}$)

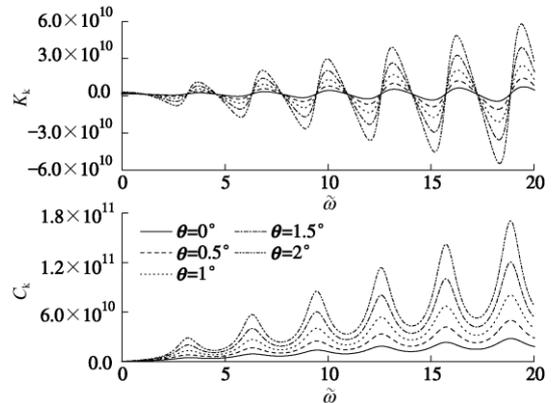


图8 楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响 ($r = 0.5\text{ m}$)
 Fig. 8 Influence of cone angle of tapered piles on complex stiffness at pile top ($r = 0.5\text{ m}$)

因此，在楔形桩设计过程中，当桩长及桩端截面半径一定并且满足承载能力和经济条件时，可适当增大楔形桩楔角来提高桩的抗震特性。

3.3 不同桩端截面半径时楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响

分析楔形桩桩端截面半径分别为 0.1，0.3 和 0.5 m 时，楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响，楔角分别为： $\theta = 0^\circ, 0.5^\circ, 1^\circ, 1.5^\circ$ ，楔形桩微元段数为 $n = 100$ ，桩长为 10 m，其余参数同 3.1。由图 6~8 可以看出，动刚度曲线呈现明显的振荡特性，共振频率位置基本不随楔形桩楔角的变化，而共振峰幅值随着楔形桩楔角的增大而变大。当其他参数不变仅桩端截面半径变化时，共振频率的位置基本不变，而共振峰幅值随着桩端截面半径的增大而变大，这是因为其他参数不变仅桩端截面半径变大时，桩的材料刚度变大，从而使桩的支承刚度变大。

对同一桩端截面半径的楔形桩，动阻尼曲线变化规律性与动刚度曲线相似，也具有明显的振荡特性，共振峰幅值随楔形桩楔角的增大而变大，而共振峰频

率的位置基本不变。而当其他参数不变仅桩端截面半径变化时, 动阻尼共振峰的幅值随着桩端截面半径的增大而明显变大。因此, 在楔形桩设计过程中, 当桩长及楔形桩楔角一定并且满足承载能力和经济条件时, 可适当增大桩端截面半径来提高桩的抗震特性。

4 结 论

(1) 本文综合考虑桩侧土的成层性和楔形桩的变截面特性, 将桩土系统沿纵向划分为有限个微元段, 利用 Laplace 变换技术和阻抗函数递推方法, 得到了纵向激振作用下的楔形桩桩顶复阻抗的解析解, 并分析了楔形桩楔角对桩顶复阻抗的影响。结果表明, 动刚度曲线和动阻尼曲线的共振频率基本不受楔角变化的影响, 而共振峰幅值均随楔角的增大而变大。

(2) 当其他参数不变仅桩长变化时, 动刚度曲线和动阻尼曲线的共振频率基本不受桩长变化的影响, 而动刚度曲线共振峰幅值随桩长增大而变小, 动阻尼曲线的共振峰幅值随桩长增大而变大; 当其他参数不变仅桩端截面变化时, 动刚度曲线和动阻尼曲线的共振频率基本不受桩端截面半径变化的影响, 而共振峰幅值随桩长增大而变大。

(3) 在楔形桩动力设计过程中, 在特定条件下, 适当增大楔形桩楔角和桩端截面半径, 可以提高楔形桩的抗震特性。

参考文献:

- [1] ZIL'BERBERG S D, Sherstnev A D. Construction of compaction tapered pile foundation[J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1990, **27**(3): 96 - 101.
- [2] EI NAGGAR M H, WEI J Q. Experimental study of axial behavior of tapered pile[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, **35**: 641 - 654.
- [3] EI NAGGAR M H, MOHAMMED S. Evaluation of axial performance of tapered piles from centrifuge tests[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, **37**(6): 1295 - 1308.
- [4] WEI J Q. Experimental investigation of tapered piles[D]. Ontario: The University of Western Ontario, 1998.
- [5] MOHAMMED S, EI NAGGAR M H, MONCEF N. Load transfer of fiber-reinforced polymer (FRP) composite tapered piles in dense sand[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(1): 70 - 95.
- [6] 蒋建平, 高广运, 顾宝和. 扩底桩、楔形桩、等直径桩对比试验研究[J]. 岩土工程学报, 2003, **26**(6): 764 - 766. (JIANG Jian-ping, GAO Guang-yun, GU Bao-he. Comparison of belled pile, tapered pile and equal-diameter pile[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, **26**(6): 764 - 766. (in Chinese))
- [7] 刘 杰, 王忠海. 楔形桩承载力实验研究[J]. 天津大学学报, 2002, **35**(4): 257 - 260. (LIU Jie, WANG Zhong-hai. Experimental study on the bearing capacity of wedge pile[J]. Journal of Tianjin University, 2002, **35**(4): 257 - 260. (in Chinese))
- [8] 王奎华, 吴文兵, 叶 良, 等. 基于极限平衡理论的楔形桩承载力计算方法[J]. 建筑科学与工程学报, 2009, **26**(4): 108 - 113. (WANG Kui-hua, WU Wen-bing, YE Liang, et al. Calculation method of bearing capacity of tapered pile based on limit equilibrium theory[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2009, **26**(4): 108 - 113. (in Chinese))
- [9] 刘 杰, 何 杰, 闵长青. 楔形刚性桩复合地基中桩的最佳楔角范围研究[J]. 工程力学, 2009, **10**(增刊 1): 293 - 299. (LIU Jie, HE Jie, MIN Chang-qing. Study of the rational wedge angle range in a composite foundation with stiff tapered piles[J]. Engineering Mechanics, 2009, **10**(S1): 293 - 299. (in Chinese))
- [10] 刘 杰, 何 杰, 闵长青. 楔形桩与圆柱形桩复合地基承载形状对比研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(7): 2202 - 2206. (LIU Jie, HE Jie, MIN Chang-qing. Contrast research of bearing behavior for composite foundation with tapered piles and cylindrical piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(7): 2202 - 2206. (in Chinese))
- [11] 刘 杰, 何 杰, 闵长青. 夯实水泥土楔形桩复合地基中桩的合理楔角范围研究[J]. 土木工程学报, 2010, **43**(6): 122 - 127. (LIU Jie, HE Jie, MIN Chang-qing. Study of the rational wedge angle range in a composite foundation with rammed soil-cement tapered piles[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, **43**(6): 122 - 127. (in Chinese))
- [12] GOUGH W, RICHARDS J P G, WILLIAMS R P. Vibration and waves[M]. New York: Halsted Press of John Wiley & Sons, 1983.
- [13] VAN KOTEN H, MIDDENDORP P, VAN BREDERODE P. An analysis of dissipative wave propagation in a pile[C]// Int Seminar on the Application of Stress-Wave Theory on Piles, Stockholm, 1980: 210 - 215.
- [14] 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 有限长桩受迫振动问题解析解及应用[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(6): 27 - 35. (WANG Kui-hua, XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Analytical solution to vibration of finite length pile under exciting force and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(6): 27 - 35. (in Chinese))

- [15] 王奎华, 李冰河, 谢康和, 等. 弹性支承桩受迫振动问题广义函数解及应用[J]. 浙江大学学报(自然科学版), 1998, **32**(5): 545 - 551. (WANG Kui-hua, LI Bing-he, XIE Kang-he, et al. A generalized solution to the vibration of elastic supporting foundation pile under exciting force and its application[J]. Journal of Zhejiang University (Natural Science), 1998, **32**(5): 545 - 551. (in Chinese))
- [16] 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 变截面阻抗桩受迫振动问题解析解及应用[J]. 土木工程学报, 1998, **31**(6): 56 - 67. (WANG Kui-hua, XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. An analytical solution to force vibration of foundation pile with variable section impedance and its application[J]. China Civil Engineering Journal, 1998, **31**(6): 56 - 67. (in Chinese))
- [17] NOVAK M, ABOUL-ELLA F. Impedance functions of piles in layered media[J]. Journal of the Engineering Mechanical Division, ASCE, 1978, **104**(EM3): 643 - 661.
- [18] NOVAK M, NOGAMI T, ABOUL-ELLA F. Dynamic soil reaction for plane strain case[J]. Journal of the Engineering Mechanical Division, ASCE, 1978, **104**(EM4): 953 - 959.
- [19] 胡昌斌, 黄晓明. 成层黏弹性土中桩土耦合纵向振动时域响应研究[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4): 205 - 211. (HU Chang-bin, HUANG Xiao-ming. A quasi-analytical solution to soil-pile interaction in longitudinal vibration in layered soils considering vertical wave effect on soils[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, **26**(4): 205 - 211. (in Chinese))
- [20] 孔德森, 栾茂田, 杨庆. 桩土相互作用分析中的动态Winkler模型研究评述[J]. 世界地震工程, 2005, **21**(1): 12 - 17. (KONG De-sen, LUAN Mao-tian, YANG Qing. Review of dynamic Winkler model applied in pile-soil interaction analyses[J]. World Earthquake Engineering, 2005, **21**(1): 12 - 17. (in Chinese))
- [21] 冯世进, 陈云敏, 刘明振. 成层土中黏弹性桩纵向振动分析及工程应用[J]. 中国公路学报, 2004, **17**(2): 59 - 63. (FENG Shi-jin, CHEN Yun-min, LIU Ming-zhen. Analysis and application in engineering on vertical vibration of viscoelasticity piles in layered soil[J]. China Journal of Highway and Transport, 2004, **17**(2): 59 - 63. (in Chinese))
- [22] 王海东, 尚守平. 瑞利波作用下径向非匀质地基中的单桩竖向响应研究[J]. 振动工程学报, 2006, **19**(2): 258 - 264. (WANG Hai-dong, SHANG Shou-ping. Research on vertical dynamic response of single-pile in radially inhomogeneous soil during the passage of Rayleigh waves[J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, **19**(2): 258 - 264. (in Chinese))
- [23] LYSMER J, RICHART F E. Dynamic response of footing to vertical load[J]. Soil Mechanics and Foundation Division. ASCE, 1966, **2**(1): 65 - 91.

(本文责编 李运辉)