

白垩系冻结软岩非线性流变模型试验研究

李栋伟^{1, 2, 3}, 汪仁和^{1, 2, 3}, 范菊红³

(1. 教育部“矿山地下工程”研究中心, 安徽 淮南 232001; 2. 安徽省“矿山建筑重点实验室”, 安徽 淮南 232001;
3. 安徽理工大学土木建筑学院, 安徽 淮南 232001)

摘要: 通过高围压固结、低温冻结后再加卸载的试验方法模拟白垩系冻结软岩地下工程施工应力状态变化过程, 大量的试验结果表明: 白垩系地层冻结软岩存在起始临界应力阈值, 且符合 Mises 强度函数准则; 冻结软岩黏滞系数是时间的一次函数, 拟合相关系数达 0.99 以上。根据试验提出了冻结软岩黏弹塑性非线性蠕变本构力学模型, 将现场实测结果与计算值进行对比: 两者变形规律完全一致且数值较吻合, 从而验证了低温软岩本构模型的正确性, 可为冻结地下工程和寒区岩土工程数值计算提供参考。

关键词: 白垩系; 冻结软岩; 数值模拟; 本构模型; 黏滞系数; Mises 强度函数

中图分类号: TU452 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2011)03-0398-06

作者简介: 李栋伟 (1978-), 男, 湖南邵阳人, 博士, 副教授, 硕士研究生导师, 主要从事特殊土本构理论和岩土工程数值仿真等科研工作。E-mail: dwli@aust.edu.cn。

Nonlinear rheological model for frozen soft rock during Cretaceous period

LI Dong-wei^{1, 2, 3}, WANG Ren-he^{1, 2, 3}, FAN Ju-hong³

(1. Research Center of Mining and Underground Engineering, Ministry of Education, Huainan 232001, China; 2. Mine Building Key Laboratory, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 3. College of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: The test method of consolidation by high confining pressure, freezing at low temperature and loading-unloading is employed to simulate the change process of stress state of underground engineering in Cretaceous frozen soft rock during construction. A large number of test results show that there is an initial critical stress threshold value in Cretaceous frozen soft rock, and it meets the Mises strength function criteria. The viscosity coefficient of frozen soft rock is a linear function of time, and the fitting correlation coefficient is up to 0.99. A frozen soft rock nonlinear viscoelastic-plastic creep constitutive mechanical model is proposed. The creep test results are compared with the calculated values, and their deformation laws are exactly the same and the values are in good agreement. The low temperature soft rock constitutive model is validated to be correct and can provide numerical calculation reference for the frozen underground engineering and geotechnical engineering in cold regions.

Key words: Cretaceous period; frozen soft rock; numerical simulation; constitutive model; viscosity coefficient; Mises strength function

0 引言

白垩系软岩地层在内蒙、宁夏、山西和陕西等地区分布广泛, 冻结法凿井寒区岩土与地下工程必然面对白垩系地层冻软岩物理力学性能规律的探索。国内外学者在软岩流变力学特性、流变本构模型及参数辨识等方面研究获得大量的成果。陈卫忠等^[1]根据现场流变试验方法提出泥岩非线性经验幂函数型蠕变模型及其参数, 该模型真实地反映了深部软岩不同应力水平下的流变特征; 张耀平等^[2]采用分级增量循环加卸载方式软弱矿岩进行流变试验, 探讨了软弱矿岩的黏

弹塑性变形特性, 建立了软岩的非线性蠕变模型; 赵旭峰^[3]获得对隧道围岩稳定分析结果影响显著的流变参数值, 并实施流变模型辨识, 为隧道工程围岩稳定性分析提供合理的本构模型和切合实际的计算参数; 刘光廷等^[4]利用多轴非线性流变模型, 将砾岩在多轴应力条件下的流变试验成果应用于实际工程, 使数值

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50804002, 40972188); 高等学校博士学科点专项科研项目 (200803610004); 住房和城乡建设部科学研究课题 (2009-K2-11); 安徽省高校省级自然科学基金项目 (2011 B063)

收稿日期: 2009-10-15

计算结果更接近实际情况。陈沅江等^[5]提出了蠕变体和裂隙塑性体 2 种非线性元件, 并将它们和描述衰减蠕变特性的开尔文体、描述瞬弹性的虎克体及圣文南体相结合, 得到了一种新的复合流变力学模型; 张宁和赵阳升等^[6]发现高温三维应力条件下静水应力引发鲁灰花岗岩发生蠕变变形, 提出了考虑静水应力作用时稳态蠕变率的本构方程; 尹光志等^[7]利用自行研制的含瓦斯煤三轴蠕变实验装置, 对预制的成型煤样在不同围压和不同瓦斯压力下完成了蠕变实验; 朱昌星和阮怀宁等^[8]在非线黏弹塑性流变模型的基础上, 根据时效损伤和损伤加速门槛值的特点, 建立了非线性蠕变损伤模型; 姜永东等^[9]提出随着时间的增长软岩巷道发生蠕变断裂破坏理论; 张云等^[10]采用室内单向压缩试验研究了上海砂土的蠕变变形规律和蠕变机制以及蠕变变形与应力历史的关系; 陈绍杰^[11]对煤进行了短时流变试验, 可以用 3 次多项式经验蠕变模型较好地描述该煤岩的蠕变特性; 汪仁和、李栋伟等^[12-16]通过应力路径试验方法模拟冻结地下工程开挖过程中应力状态变化, 并提出了冻土双屈服面本构模型、人工冻土抛物线型屈服面本构模型和泥岩的弹黏塑流变本构模型等。

结合内蒙地区白垩系地层冻结软岩试样的三轴蠕变试验资料, 获得了偏应力水平、蠕变速率和黏滞系数等分布规律, 在分析试验数据基础上建立了冻结软岩的蠕变模型。

1 白垩系冻结软岩蠕变试验

1.1 蠕变试验简介

为获得白垩系冻结软岩蠕变特征, 进行人工冻结软岩的单轴压缩蠕变和三轴剪切蠕变等一系列力学性能试验。室内蠕变试验的试块取自内蒙古自治区某深部矿井白垩系软岩。按照《工程岩体力学试验方法标准》(GB/ 50266—99) 和《人工冻土试验方法标准》

(MT/T 593.7—96) 将试件加工成 $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 的圆柱体, 试件上下圆柱面平整度误差不大于 0.05 mm, 侧面平面误差控制在 $\pm 0.02 \text{ mm}$ 以内。软岩的含水率、密度、液限和塑限等常规物理力学性能指标见表 1 所示。

表 1 白垩系软岩试块的基本性质

含水率 /%	饱和单轴强度 /MPa	塑限 指数	液限 指数	饱和度 /%
30.3	0.85	16.2	-0.21	96.7

三轴蠕变试验是为了模拟冻结岩土与地下工程开挖与支护过程岩体应力状态变化过程, 试验分 3 步完成:

(1) 将加工好的软岩试样进行抽气饱和, 在围压

$S_2=S_3$ 作用下进行等压固结, 根据岩体力学相关规范, 试样变形不大于 0.005 mm/h 固结终止。

(2) 将固结完成后的试样在低温 (-8°C 和 -10°C 两个温度) 下冻结, 冻结时间为 24 h。

(3) 等向固结再冻结后的试样进行径向卸载的三轴蠕变试验。当试样变形已稳定 ($de/dt \leq 0.0005 \text{ h}^{-1}$, I 类蠕变) 24 h 以上或已破坏 (II 类蠕变) 时, 试验结束。三轴蠕变试验前后的试块形状, 如图 1 所示。

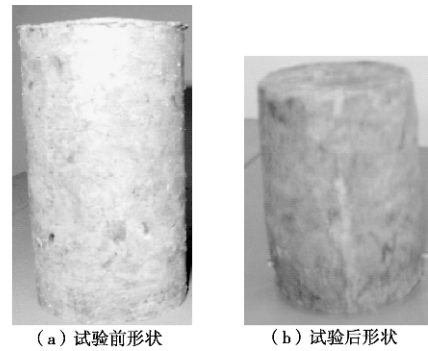


图 1 软岩三轴蠕变试验样形状

Fig. 1 Samples of frozen soft rock

1.2 蠕变试验结果及分析

通过试验获得: 单轴蠕变与时间的关系曲线, 如图 2 所示; 不同冻结温度和固结围压下试样轴向蠕变与时间的关系如图 3 所示 (试验是图 3 中的固结围压下固结后, 径向卸载所得到的蠕变曲线, 卸载后围压是图中的 $S_2=S_3$ 的值)。

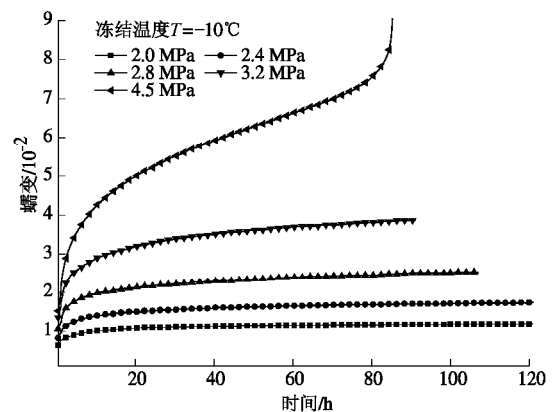
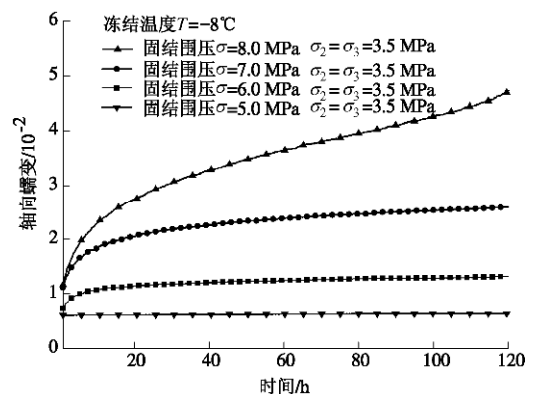


图 2 单轴压缩下冻结软岩蠕变曲线

Fig. 2 Creep curves of frozen soft rock under uniaxial compression



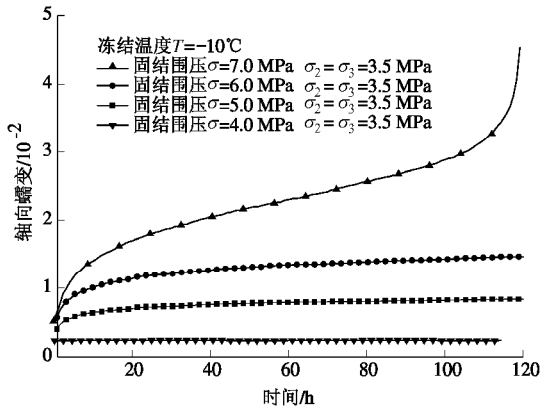


图3 径向卸载下的冻结软岩典型三轴蠕变曲线

Fig. 3 Creep curves of frozen soft rock by unloading

通过对蠕变数据整理, 试样的变形分为线性蠕变和非线性蠕变两部分, 分别对时间求导获得线性蠕变速率和非线性蠕变速率与时间的关系, 如图4所示; 等时应力应变曲线, 如图5所示; 同时获得描述软岩流变力学重要参数黏滞系数与时间的关系, 如图6所示。

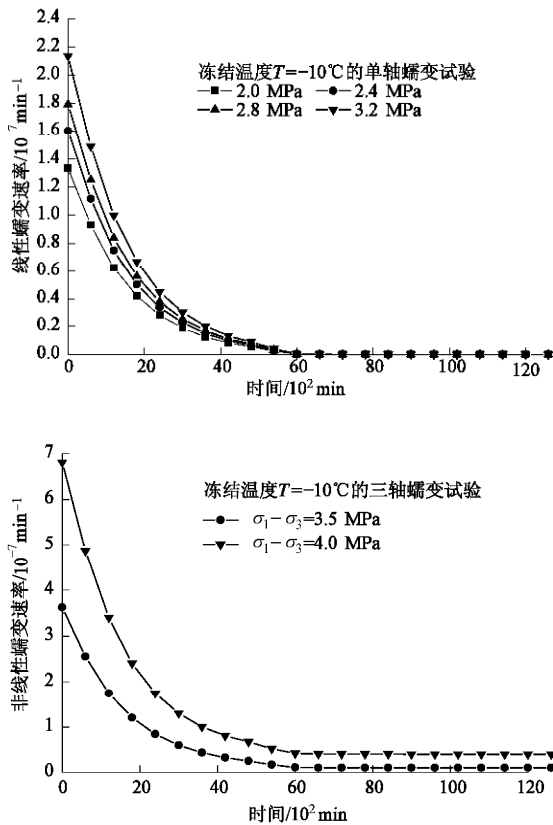


图4 冻结软岩蠕变速率与时间的关系 (T=-10°C)

Fig. 4 Relationship between creep rate and creep time (T=-10°C)

通过大量的白垩系地层冻结软岩单轴强度与蠕变、三轴强度与蠕变试验研究, 获得获得如下结论:

(1) 试验表明冻结软岩存在临界蠕变阈值, 当应力水平较低时, 试验过程中只发生瞬时弹性变形, 因此可以用弹性本构模型来描述白垩系地层冻结软岩的

应力-应变关系。

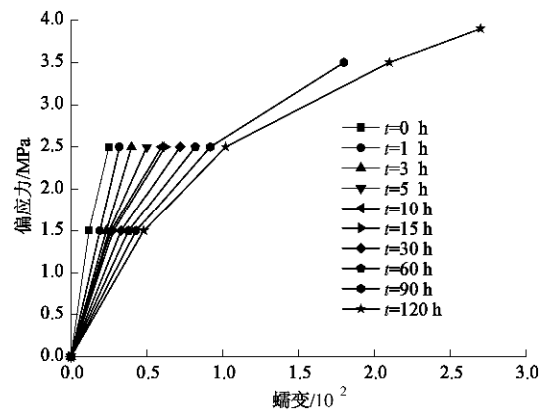


图5 冻结软岩等时曲线 (T=-10°C)

Fig. 5 Isochronous stress-strain curves (T=-10°C)

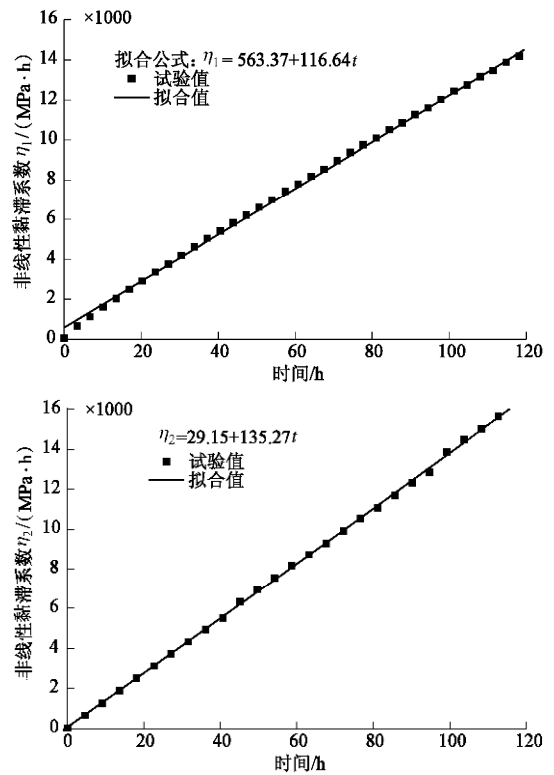


图6 黏滞系数与时间的关系 (T=-10°C)

Fig. 6 Relationship between viscosity coefficient and time (T=-10°C)

(2) 当应力水平较高时, 发生加速蠕变阶段, 如图2和图3蠕变曲线所示, 此时蠕变过程历经减速、定常和加速蠕变3个阶段, 在-10°C时单轴压缩蠕变试验条件下冻结软岩蠕变破坏临界应力4.5 MPa。

(3) 蠕变变形速率随时间的增加而减小, 历时60 h线性蠕变速率为0, 冻结软岩蠕变稳定; 试验表明一旦发生非线性蠕变, 轴向变形一直增加直至试件破坏。

(4) 等时应力-应变为分段曲线, 表明当应力超过某一临界值(当温度为-10°C时, 本文试验值为3.5

MPa) 时软岩将发生随时间变化的黏塑性变形。

(5) 图 5 表明: 冻结软岩黏滞系数与应力状态无关, 是时间的一次函数, 相关系数达 0.99 以上。

2 白垩系地层冻结软岩本构模型

2.1 蠕变模型建立

根据三轴蠕变试验结果及分析, 可以选用弹、黏弹、黏塑基本元件组合能很好的描述冻结软岩蠕变试验现象^[17], 元件模型如图 7 所示。

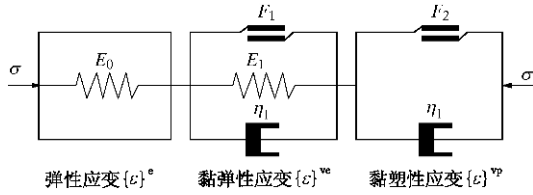


图 7 冻结软岩弹黏塑本构模型

Fig. 7 Viscoelastic-plastic model of frozen soft rock

从元件本构模型看冻结软岩蠕变包括 3 部分: 瞬时弹性蠕变、黏弹性蠕变以及塑性蠕变 (包括瞬时塑性与黏塑性蠕变)。通过相关数学推导可获得白垩系地层冻结软岩蠕变方程具体表达式^[17-18]:

$$\{e\} = \{e\}^e + \{e\}^{ve} + \{e\}^{vp} \quad (1)$$

$$\{e\}^e = \frac{1}{E_0(T)} \{s\} \quad (2)$$

$$\{e\}^{ve} = \left\{ \frac{1}{E_1(T)} (1 - e^{-E_1(T)t/h_1(T)}) \right\} \left\langle \frac{F_1}{F_0} \right\rangle \{s_{ij}\} \quad (3)$$

$$\{e\}^{vp} = \left\langle \frac{F_2}{F_0} \right\rangle \frac{t}{h_2(T)} \{s_{ij}\} \quad (4)$$

式中 $E_0(T)$ 为冻结软岩的弹性模量 (MPa); $E_1(T)$ 为软岩阻尼变形模量 (MPa); t 为荷载作用时间 (min); $h_1(T)$, $h_2(T)$ 为冻结软岩的黏滞系数 (MPa·min), 为时间的一次函数, 其中系数为温度的函数, 当冻结温度为 -10°C 时 $a_1 = 563.37$, $b_1 = 116.64$, $a_2 = 29.15$, $b_2 = 135.27$ 。

$$h_i = a_i + b_i t \quad (5)$$

对于岩土材料 $F_0 = 1$, F_1 为线性黏弹性起始临界应力函数, 根据试验结果选用 Mises 强度函数, 用式 (6) 表示; F_2 为塑性屈服函数, 为简化计算采用 Mohr-Coulomb 强度函数, 用式 (7) 表示。

$$F_1 = \sqrt{J_2} - k_1(T) \quad (6)$$

$$F_2 = a\sqrt{J_2} + \frac{\sin j(T)}{3} s_m - c(T) \cos j(T) \quad (7)$$

$$a = \cos q_s - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin q_s \sin j(T) \quad (8)$$

式中 J_2 为应力偏量第 II 不变量, q_s 为应力洛德角,

s_m 为应力第 I 不变量; $k_1(T)$ 为冻结温度的函数, MPa, 可以通过一系列蠕变试验获得, 当冻结温度为 -10°C 时本文试验确定的 $k_1(T) = 1.2 \text{ MPa}$; $c(T)$ 为冻土的黏聚力, $j(T)$ 为冻软岩的内摩擦角。

2.2 弹黏弹塑柔度矩阵

根据弹性力学, 瞬时弹性柔度矩阵可表示为

$$[C]^e = \frac{1}{E_0(T)} [H] \quad (9)$$

式中, $[H]$ 为系数矩阵。

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & -m & -m & 0 & 0 & 0 \\ -m & 1 & -m & 0 & 0 & 0 \\ -m & -m & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+m) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+m) \end{bmatrix} \quad (10)$$

当 $F_1 > 0$ 时, 根据式 (3) 黏弹柔度矩阵表示为

$$[C]^{ve} = \frac{1}{2E_1(T)} \left(1 - e^{-\frac{E_1(T)t}{h_1(T)}} \right) \left\langle \frac{F_1}{F_0} \right\rangle [H] \quad (11)$$

同样可由式 (4) 获得黏塑性矩阵的表达式: 假设在 t^n 时刻, 以求得结点位移 $\{d^n\}$ 和应力 $\{s^n\}$, 为方便编程采用隐式时间步求解方案, 确定 $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ 时间间隔内产生的应变增量。

$$\{e^{*n+1}\}^p = \{e\} + [C]^{vp} \{\Delta s^n\} \quad (12)$$

式中, $\{\Delta s^n\}$ 为 Δt 时刻内产生的应力增量, 式 (12) 可写为

$$[C]^{vp} = \left\{ \frac{\partial \{e\}^p}{\partial \{s\}} \right\} = \frac{\Delta t}{h_2} \frac{\partial F_2}{\partial s_{ij}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial s_{ij}} = C_1 \frac{\partial s_m}{\partial s_{ij}} + C_2 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial s_{ij}} + C_3 \frac{\partial J_3}{\partial s_{ij}} \quad (14)$$

$$\frac{\partial s_m}{\partial s_{ij}} = \frac{1}{3} [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (15)$$

$$\frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial s_{ij}} = \frac{1}{\sqrt{J_2}} \begin{bmatrix} S_x & S_y & S_z & t_{yz} & t_{xz} & t_{yx} \\ 2 & 2 & 2 & & & \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\frac{\partial J_3}{\partial s_{ij}} = \begin{bmatrix} S_y S_z - t_{yz}^2 + \frac{J_2}{3} \\ S_x S_z - t_{xz}^2 + \frac{J_2}{3} \\ S_y S_x - t_{yx}^2 + \frac{J_2}{3} \\ 2(t_{yx} t_{xz} - S_x t_{yz}) \\ 2(t_{yz} t_{xy} - S_y t_{xz}) \\ 2(t_{yz} t_{xz} - S_z t_{yx}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\sin j(T)}{3}, \\ C_2 = \cos q_s \left[1 + \tan q_s \tan 3q_s + \frac{\sin j(T)(\tan 3q_s - \tan q_s)}{\sqrt{3}} \right], \\ C_3 = \frac{\sqrt{3} \left(\sin q_s + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos q_s \sin j(T) \right)}{2J_2 \cos(3q_s)}. \end{cases} \quad (18)$$

式(9)、式(11)和式(13)构成了冻结软岩蠕变模型的黏弹塑柔度矩阵。便于数值计算将黏弹塑柔度矩阵用 Fortran 语言编成 ADINA 能识别的材料本构程序, 嵌入到 ADINA 材料库中^[12-15]。

3 模型验证及结论

内蒙某新建矿井设计井筒座落白垩系软岩地层中。在采用单排管冻结, 冻结深度为551.0 m, 井筒内半径为5.1 m。采用本文提出黏弹塑本构方程应用 ADINA 有限元程序模拟冻结井筒开挖过程中冻结壁的位移场。对-350 m~-353 m的冻结软岩段进行开挖过程的有限元数值模拟, 获得不同开挖步井筒工作面隆起位移规律, 如图8所示, 井帮位移实测与数值模拟比较, 如图9所示。

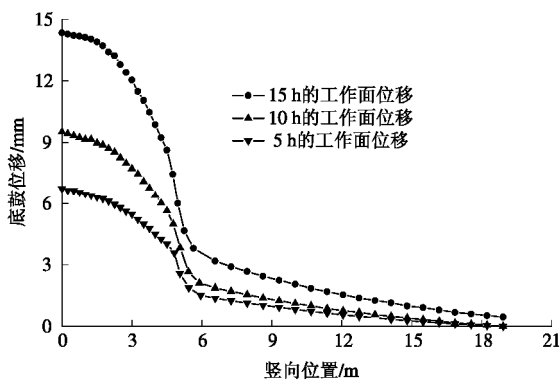


图8 不同开挖步工作面隆起位移(-353 m)

Fig. 8 Displacement curves of -353 m working face

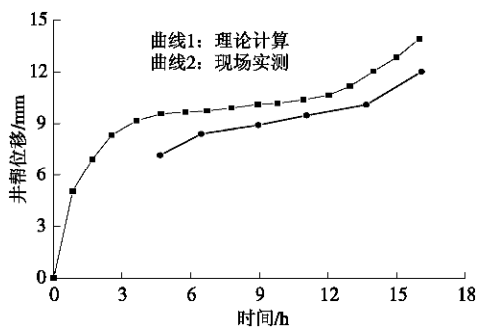


图9 井帮位移实测值和理论计算值比较(-351 m)

Fig. 9 Comparison between measured and calculated displacements of shaft-wall (-351 m)

通过有限元数值模拟获得不同开挖步工作面底鼓

位移, 最大值为 14.6 mm, 位于井筒中心位置; 在井帮处位移为 7.0 mm, 从图 8 获得位移影响深度达到 18 m 是井筒半径的 4 倍, 因此冻结壁发生过大的蠕变是冻结管断裂的主要外因。井帮位移实测值和理论计算值比较(图 9)表明: 测点位移和数值模拟规律完全一致且计算误差较小(一般为 5%~8%), 因此推导的本构模型是可行的。

通过大量的冻结软岩蠕变试验和数值模拟研究可以获得如下结论:

(1) 基于三轴蠕变试验结果和对线性组合流变模型的分析, 将 MISES 和 Mohr-Coulomb 强度准则引入到组合模型中, 建立了冻结软岩的非线性蠕变方程, 可以很好地描述低温下白垩系地层软岩弹、黏弹和黏塑蠕变特性。

(2) 从数值模拟冻结井筒开挖过程可以看出: 数值模拟和实测变化规律完全一致且吻合良好, 因此, 建立的低温软岩本构模型是合理的。

(3) 通过有限元程序的二次开发, 将低温软岩本构模型嵌入到 ADINA 有限元程序中, 从而扩充了 ADINA 有限元材料库, 能方便地对寒区隧道和冻土工程进行数值模拟, 并合理预测预报地下工程应力场和位移场。

参考文献:

- [1] 陈卫忠, 谭贤君, 吕森鹏, 等. 深部软岩大型三轴压缩流变试验及本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(9): 1735 - 1744. (CHEN Wei-zhong, TAN Xian-jun, LÜ Sen-peng, et al. Research on large-scale triaxial compressive rheological test of soft-rock in depth and its constitutive model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(9): 1735 - 1744. (in Chinese))
- [2] 张耀平, 曹平, 赵延林. 软岩黏弹塑性流变特性及非线性蠕变模型[J]. 中国矿业大学学报, 2009, 38(1): 34 - 40. (ZHANG Yao-ping, CAO Ping, ZHAO Yan-lin. Visco-Plastic rheological properties and a nonlinear creep model of Soft Rocks[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2009, 38(1): 34 - 40. (in Chinese)).
- [3] 赵旭峰, 孙钧. 挤压性软岩流变参数反演与本构模型辨识[J]. 铁道工程学报, 2008, 25(5): 5 - 8. (ZHAO Xu-feng, SUN Jun. Inversion of mechanical parameters of squeezing soft rock and identification of rheological model[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2008, 25(5): 5 - 8. (in Chinese)).
- [4] 刘光廷, 胡昱, 陈凤岐, 等. 软岩多轴流变特性及其对拱坝的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(8): 1237 -

1241. (LIU Guang-ting, HU Yu, CHEN Feng-qi, et al. Rheological property of soft rock under multiaxial compression and its effect on design of arch dam[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(8): 1237 - 1241. (in Chinese)).
- [5] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 一种软岩流变模型[J]. 中南工业大学学报, 2003, **34**(1): 16 - 20. (CHEN Yuan-jiang, PAN Chang-hang, CAO Ping, et al. A new rheological model for soft rocks[J]. Journal of Central South University of Technology, 2003, **34**(1): 16 - 20. (in Chinese)).
- [6] 张宁, 赵阳升, 万志军, 等. 高温三维应力下鲁灰花岗岩蠕变本构关系的研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(11): 1756 - 1762. (ZHANG Ning, ZHAO Yang-sheng, WAN Zhi-jun, et al. Creep constitutive relationship of lu gray granite under high temperature and three-dimensional stress[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(11): 1756 - 1762. (in Chinese)).
- [7] 尹光志, 张东明, 何巡军. 含瓦斯煤蠕变实验及理论模型研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(4): 528 - 532. (YIN Guang-zhi, ZHANG Dong-ming, HE Xun-jun. Creep experiment and theoretical model of gas-containing coal[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(4): 528 - 532. (in Chinese)).
- [8] 朱昌星, 阮怀宁, 朱珍德, 等. 岩石非线性蠕变损伤模型的研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(10): 1510 - 1513. (ZHU Chang-xing, RUAN Huai-ning, ZHU Zhen-de, et al. Non-linear rheological damage model of rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(10): 1510 - 1513. (in Chinese)).
- [9] 姜永东, 鲜学福, 杨春和. 巷道岩体蠕变断裂失稳区预测研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(6): 906 - 910. (JIANG Yong-dong, XIAN Xue-fu, YANG Chun-he. Forecasting of instability zones induced by creep fracture of tunnel rockmass[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(6): 906 - 910. (in Chinese)).
- [10] 张云, 薛禹群, 吴吉春, 等. 上海砂土蠕变变形特征的试验研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(5): 1226 - 1230. (ZHANG Yun, XUE Yu-qun, WU Ji-chun, et al. Experimental research on creep of Shanghai sands[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(5): 1226 - 1230. (in Chinese)).
- [11] 陈绍杰, 郭惟嘉, 杨永杰. 煤岩蠕变模型与破坏特征试验研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(9): 2595 - 2598. (CHEN Shao-jie, GUO Wei-jia, YANG Yong-jie. Experimental study of creep model and failure characteristics of coal[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(9): 2595 - 2598. (in Chinese)).
- [12] 李栋伟, 汪仁和, 范菊红. 基于卸荷试验路径的泥岩变形特征及数值计算[J]. 煤炭学报, 2010, **35**(3): 387 - 391. (LI Dong-wei, WANG Ren-he, FAN Ju-hong. The deformation properties of mudstone and numerical calculation based on unloading path[J]. Journal of China Coal Society, 2010, **35**(3): 387 - 391. (in Chinese)).
- [13] 李栋伟, 汪仁和. 应力路径下人工冻砂土非线性流变本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(10): 1451 - 1456. (LI Dong-wei, WANG Ren-he. Nonlinear rheological constitutive model for frozen sand under complex stress paths and its engineering application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(10): 1451 - 1456. (in Chinese)).
- [14] 汪仁和, 李栋伟, 王秀喜. 改进的西原模型及其在ADINA程序中的实现[J]. 岩土力学, 2006, **27**(11): 1954 - 1958. (WANG Ren-he, LI Dong-wei, WANG Xiu-xi. Improved Nishihara model and realization in ADINA FEM[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(11): 1954 - 1958. (in Chinese)).
- [15] 李栋伟, 汪仁和, 赵颜辉, 等. 抛物线型屈服面人工冻土蠕变本构模型研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(9): 1943 - 1948. (LI Dong-wei, WANG Ren-he, ZHAO Yan-hui, et al. Research on parabolic yield-surface creep constitutive model of artificial frozen soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(9): 1943 - 1948. (in Chinese)).
- [16] 李栋伟, 汪仁和, 胡璞, 等. 冻结黏土卸载状态下双屈服面流变本构关系研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(11): 2337 - 2342. (LI Dong-wei, WANG Ren-he, HU Pu, et al. Study on two yield surface rheological model of frozen soil by unloading state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(11): 2337 - 2342. (in Chinese)).
- [17] 孙钧. 岩土材料流变及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999. (SUN Jun. Rheology of geomaterials and its engineering application[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999. (in Chinese)).
- [18] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. (ZHENG Ying-ren, SHEN Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. Geotechnical engineering mechanics of plasticity principle[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002. (in Chinese)).