

# Gibson 一维固结方程的一种求解方法

江辉煌, 刘国楠, 赵有明  
(中国铁道科学研究院, 北京 100081)

**摘要:** 引入修正的迎风差分格式, 采用显式差分法直接求得了 Gibson 一维有限固结方程的差分解答, 编制了计算程序 JEFD01, 并以曾被美国 9 所院校一起分别预测的佛罗里达州磷酸盐矿业尾矿污泥池固结沉降项目为案例, 验证了该差分方程及计算程序的可靠性和适用性。进一步分析得到, 固结预测时, 未完成自重固结的饱和欠固结土不能“忽略自重”, 即不能假定  $B$  值为零。

**关键词:** 有限固结; 有限差分法; 迎风差分格式

**中图分类号:** TU470.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2010)05-0745-06

**作者简介:** 江辉煌(1972-), 男, 江西都昌人, 博士研究生, 从事填海软基处理方面的研究。E-mail: XBTD1@163.com。

## A solution of Gibson's governing equation of one-dimensional consolidation

JIANG Hui-huang, LIU Guo-nan, ZHAO You-ming

(China Academy of Railway Sciences, Beijing 100081, China)

**Abstract:** A solution to calculate the Gibson's governing equation of one-dimensional consolidation of soft soil is presented, which is developed from an explicit finite difference method by a modified upwind difference form. The relevant program JEFD01 is prepared. The case of the Florida phosphate industry waste ponds in U.S.A., which was predicted together by nine institutes or universities, is taken to verify the liability and the usefulness of the solution. From the further analysis, it has proven that the self-weight of the underconsolidation soft soil cannot be negligible, that is, the value of  $B$  cannot be denoted to be zero.

**Key words:** finite consolidation; finite difference method; upwind difference form

## 0 前 言

Gibson R.E.等<sup>[1-2]</sup>全面考虑了固结过程中黏土的压缩性和渗透性的变化, 取消小应变的限制条件, 建立了更为普遍的一维有限固结方程。但是由于 Gibson 偏微分方程的高度非线性, 解析求解困难, 不少学者对该方程求解进行了有益的探索<sup>[3-5]</sup>, 或采用解析、半解析求解, 或数值求解, 但为了求解方便, 都对土的压缩性、渗透性或固结特性作了一定的假设, 如 Gibson、Cargill 等<sup>[1-3]</sup>假定  $g$  和  $I$  为常数, 洪振舜<sup>[4]</sup> (1988) 采用分段线性逼近非线性关系; 谢康和等<sup>[5]</sup> 假定体积变形模量  $m_v$  不变和特定的  $e-k$  关系等等, 而这些假定对计算结果都会带来一定偏差, 造成了现阶段一维大应变固结的计算结果比较混乱<sup>[6]</sup>。

本文引入修正的迎风差分格式, 采用显式差分法直接求得了差分解答, 编制了欠固结填土和正常固结土的一维固结计算程序 JEFD01, 并以曾被美国 9 所院校一起分别预测的佛罗里达州磷酸盐矿业尾矿污泥池固结沉降项目为案例, 对该差分方程及计算程序进行验证。

在此基础上, 对该案例进行进一步计算分析, 以得到污泥的大变形固结特性, 考察“土体自重”对固结预测结果的影响程度。

## 1 Gibson 一维固结方程及差分格式

R.E. Gibson (1967, 1981)<sup>[1-2]</sup>在固相坐标下得到了土层在外荷载作用下的一维固结控制方程:

$$\pm \left( \frac{g_s}{g_w} - 1 \right) \frac{d}{de} \left[ \frac{k}{1+e} \right] \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k}{g_w (1+e)} \frac{ds'}{de} \frac{\partial e}{\partial z} \right] + \frac{\partial e}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

式中  $e$  是土的孔隙比;  $g_s$ 、 $g_w$  分别是土颗粒和水的重度;  $z$ 、 $t$  分别是固相坐标和时间;  $k$ 、 $s'$  分别是土的渗透系数和有效应力, 且都随孔隙比变化, 是  $z$  和  $t$  的函数。当坐标方向与重力方向相反时取“+”。

为了叙述方便, 可将方程式 (1) 记作

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ g(z,t) \frac{\partial e}{\partial z} \right] + B(z,t) \frac{\partial e}{\partial z}, \quad (2)$$

式中

$$g(e) = g(z, t) = -\frac{k}{g_w(1+e)} \frac{ds'}{de}, \quad (3)$$

$$B(e) = B(z, t) = m \left( \frac{g_s}{g_w} - 1 \right) \left[ \frac{1}{1+e} \frac{dk}{de} - \frac{k}{(1+e)^2} \right]. \quad (4)$$

$g(e)$ 就是 Gibson 定义的大变形固结系数, 可以证明, 任一饱和黏土地基在固结过程中, 土的  $B(e)$ 、 $g(e)$  都存在上、下限, 即

$$v \leq g(z, t) \leq m, \quad |B(z, t)| \leq m, \quad (5)$$

式中,  $m$  是  $g(e)$  和  $B(e)$  的上限的大值,  $n$  是  $g(e)$  的下限。

方程式(2)形式上类似于变系数的对流扩散方程, 对于  $B(e)$  项比  $g(e)$  项大的情形, 即所谓对流占优的对流扩散方程, 采用中心显式格式可能计算不出结果, 而用迎风格式的差分求解可计算得到近似结果<sup>[7]</sup>, 故选用修正的迎风格式求解。

设  $\Delta z$ 、 $\Delta t$  分别为计算空间步长和时间步长, 则  $z_i = i \Delta z$ ,  $i=0, 1, 2, \dots, I$ ,  $t_j = j \Delta t$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, J$ 。方程式(2)的有限差分的迎风格式可以写作为

$$\frac{e_i^{j+1} - e_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z^2} [g_{i+1/2}^j (e_{i+1}^j - e_i^j) - g_{i-1/2}^j (e_i^j - e_{i-1}^j)] + \frac{B_i^j + |B_i^j|}{2} \frac{e_{i+1}^j - e_i^j}{\Delta z} + \frac{B_i^j - |B_i^j|}{2} \frac{e_i^j - e_{i-1}^j}{\Delta z}, \quad (6)$$

式中

$$g_{i+1/2}^j = \frac{1}{2} (g_i^j + g_{i+1}^j), \quad (7)$$

$$g_i^j = -\frac{k_i^j}{g_w(1+e_i^j)} \left[ \frac{ds'}{de} \right]_i^j, \quad (8)$$

$$B_i^j = m \left( \frac{g_s}{g_w} - 1 \right) \left\{ \frac{1}{1+e_i^j} \left[ \frac{dk}{de} \right]_i^j - \frac{k_i^j}{(1+e_i^j)^2} \right\}. \quad (9)$$

罗振东<sup>[7]</sup>证明了该类对流扩散偏微分方程解的存在和唯一性, 陆金甫等<sup>[8]</sup>得到了该差分方程式(6)的截断误差为  $o(\Delta z + \Delta h)$ , 并用能量法证明了其求解稳定的充分条件为

$$4m \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \leq 1 \quad \text{和} \quad 1 - m \Delta t \left( 1 + \frac{2m}{n} \right) > 0. \quad (10)$$

因此, 只要选择合适的  $\Delta z$  和  $\Delta t$ , 满足公式(10), 就能得到稳定且唯一的近似解答。

根据上述差分方程编制了一维大变形固结计算程序 JEFDO1, 可以计算的工况包括: 均质土在一次性填充(如吹填)后的自重固结、或外加荷载作用的固结; 沿深度非均质的正常固结土在外加荷载下的固结等, 单面或双面排水的边界排水条件。

本差分求解方法的主要特点在于, 可以直接采用试验拟合曲线或分段关系曲线, 而无须对土的渗透性或压缩性进行某类特殊假定。

假如土的  $e-p$  和  $e-k$  分别服从半对数关系  $e = e_0 - c_c \lg \frac{s'}{s'_0}$  和  $e = e_0 + c_k \lg \frac{k}{k_0}$  时, 则

$$g_i^j = \frac{\ln 10 s'_0 k_0}{g_w c_c (1+e_i^j)} \exp \left[ \ln 10 \left( \frac{e_0 - e_i^j}{c_c} + \frac{e_i^j - e_0}{c_k} \right) \right], \quad (11)$$

$$B_i^j = m \left( \frac{g_s}{g_w} - 1 \right) \frac{k_0}{1+e_i^j} \left( \frac{\ln 10}{c_k} - \frac{1}{1+e_i^j} \right) \exp \left[ \frac{\ln 10}{c_k} (e_i^j - e_0) \right]. \quad (12)$$

又如  $e-p$  和  $e-k$  分别服从幂函数关系  $e = a_1 (s')^{b_1}$  和  $k = a_2 e^{b_2}$  时, 则

$$g_i^j = -\frac{a_2}{g_w b_1 (1+e_i^j)} (e_i^j)^{b_2-1} \left( \frac{e_i^j}{a_1} \right)^{1/b_1}, \quad (13)$$

$$B_i^j = m a_2 \left( \frac{g_s}{g_w} - 1 \right) \frac{b_2 (1+e_i^j) - e_i^j}{e_i^j (1+e_i^j)^2} (e_i^j)^{b_2}. \quad (14)$$

依次类推, 对于任何其它形式的  $e-p$  和  $e-k$  试验拟合关系式, 计算时只须将公式(8)、(9)中的  $k_i^j$ ,

$\left[ \frac{dk}{de} \right]_i^j$ ,  $\left[ \frac{ds'}{de} \right]_i^j$  分别换成相对应的形式计算  $B_i^j$  和  $g_i^j$ , 即可求解方程式(6)。

## 2 磷酸盐矿业尾矿污泥池案例介绍

F.C.Townsend 教授<sup>[9]</sup>介绍了美国西北大学、佛罗里达大学、加拿大麦吉尔大学、美国水道实验室等 9 所院校对佛罗里达州磷酸盐矿业尾矿污泥池 4 种工况的固结沉降量及沉降速率预测计算情况, 9 家单位采用的计算方法主要是有限差分或有限元法。该尾矿污泥土的压缩性和渗透性与孔隙比的关系为幂函数关系, 即

$$e = a_1 (s')^{b_1} (\text{kPa}) = 7.72 s'^{-0.22}, \quad (15)$$

$$k = a_2 e^{b_2} (\text{m/d}) = (0.2532E-06) e^{4.65}. \quad (16)$$

本文选择案例中代表均质土自重固结和加载固结的两个工况进行分析, 即原文中的 Scenario A 和 Scenario C, 见图 1。

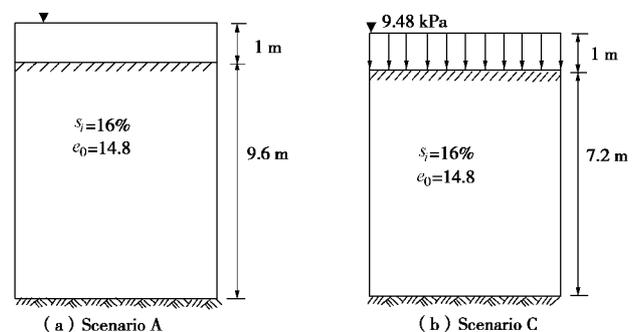


图 1 磷酸盐尾矿污泥池的两个工况示意图

Fig. 1 Two scenarios of phosphate industry waste ponds case

工况一(原文 Scenario A): 模拟污泥一次性填充后的自重固结, 该层污泥饱和均质, 厚度为 9.6 m,

表 1 污泥池案例固结计算结果比较

Table 1 Comparison of results of the waste ponds case by different solutions

工况	预测者	项目	最终厚度/mm	固结完成时间/d	1 a 时的固结状态		
					土层厚度/mm	底部孔隙比	底部超静孔隙压力/kPa
工况一 (Scenario A)	美国九所院校	均值	4164	10000	7193	6.58	8.70
		最大值	4328		7864	7.13	9.07
		最小值	4155		6797	6.42	8.51
		变异系数	1.28%		5.79%	3.34%	2.17%
	本文	预测值	4121	9900	6828	6.40	8.51
		与均值的偏差	1.02%		5.08%	2.73%	2.75%
工况二 (Scenario C)	美国九所院校	均值	2499	9700	4755	6.44	15.47
		最大值	5425		5639	6.60	15.58
		最小值	2438		4359	6.09	15.40
		变异系数	3.50%		8.28%	2.04%	0.38%
	本文	预测值	2460	6792	4474	6.41	15.26
		与均值的偏差	0.61%		5.90%	0.47%	1.39%

初始孔隙比为 14.8, 土颗粒比重 2.82。土层上表面排水, 底部视为不透水(图 1 (a))。工况二(原文 Scenario C): 模拟污泥一次性填充后, 在其表面铺设一层透水砂垫层之后的固结, 该层污泥饱和均质, 厚度为 7.2 m, 初始孔隙比为 14.8, 土颗粒比重 2.82。土层上表面排水, 底部视为不透水, 砂垫层产生的外在有效荷载为 9.48 kPa (图 1 (b))。

### 3 计算结果及分析

JEFD01 程序计算时, 暂定固结计算时间为 10000 d, 时间步序为 99000, 即选择的差分时间步长约为 2.4 h, 土层划分为 100 小层, 每层层厚小于 100 mm, 换算到固相空间下的分层厚约为 6 mm。案例计算中都是直接采用了上述原文提供的土性参数(仅进行单位换算), 没有作任何其它更改。

#### 3.1 计算方法验证

图 2、图 3 分别是本文和文献[9]预测得到的一年固结期孔隙比或超静孔压沿土层竖向的分布图。图中显示, 本文计算结果与 U.F. (University of Florida) 和 WES (USAE Waterways Experiment Station) 两家的计算结果接近, 而略小于 U-CONN (University of Connecticut) 和 B.&CI. (Bromwell & Carrier, Inc.) 两家的计算结果, 并且土层下半部的预测结果都接近, 预测偏差主要表现在孔隙比较大的上部土体。

有意思的是, 计算结果偏差较大的 WES 和 U-CONN 两家单位都是采用了 Cargill 差分法, 只是根据土性关系式 (15), (16) 推算的常数  $g$  和  $I$  的量值有所不同, 由此也能说明, 假定  $g$  和  $I$  为常数对计算结果有较大的影响。

表 1 分别列出了原文中 9 家大学或研究机构的预测计算统计结果和本文差分方法的 JEFD01 程序的计算结果。不难看出, JEFD01 程序计算结果基本接近

美国 9 所院校、研究所的均值, 所有项目的计算值与对应均值的偏差基本上小于美国 9 所院校、研究所计算结果的统计变异系数。

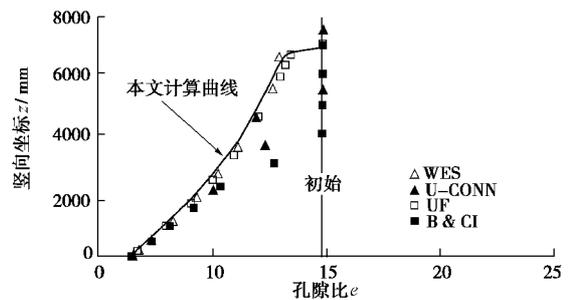


图 2 一年固结期的孔隙比预测值(工况一)

Fig. 2 Different prediction values of void ratio for one year (Scenario A)

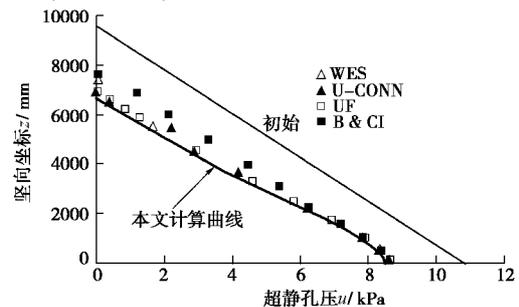


图 3 一年固结期的超静孔压预测值(工况一)

Fig. 3 Different prediction values of super-pore pressure for one year (Scenario A)

因此, 可以认为本文差分方法及其 JEFD01 程序计算方法合理、计算精度适用。

#### 3.2 孔隙比和超静孔压的变化规律

图 4、5 分别为工况一和工况二的土在固结过程中不同时间, 孔隙比和超静孔压随深度的变换曲线, 可以看出:

(1) 沿深度不同位置的孔隙比和超静孔压的变化速率差异较大;

(2) 无外荷载作用的自重固结(工况一), 尽管底部不排水, 但计算结果显示, 土层中下部土体孔压消散速率和孔隙比减小速率明显大于中上部;

(3) 有外荷载和自重共同作用的单面排水固结, 土层中部的固结速率明显要滞后于上、下部;

(4) 随着超静孔压的消散, 土层厚度逐渐减小。

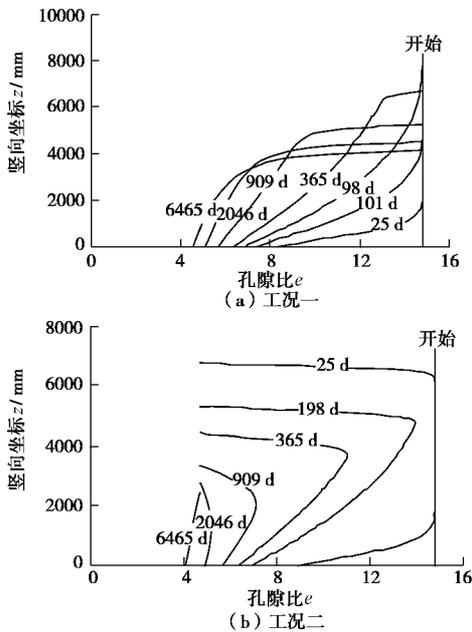


图4 不同固结期的孔隙比分布曲线

Fig. 4 Distribution of void ratio for different consolidation durations

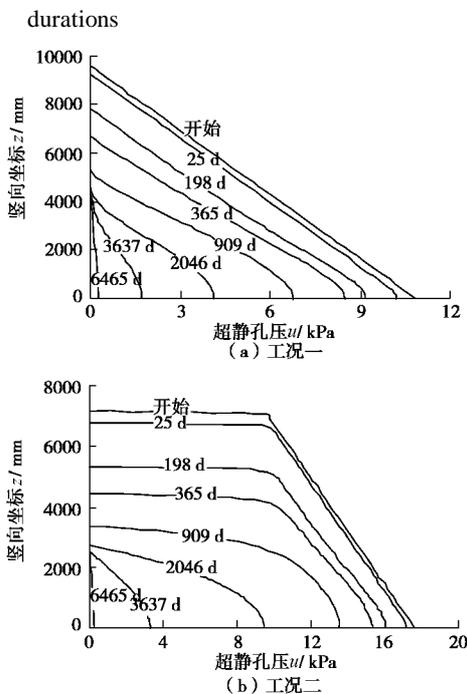


图5 不同固结期的超静孔压分布曲线

Fig. 5 Distribution of super pore pressure for different consolidation durations

图6为土层底部的孔隙比和超静孔压随时间的变化曲线, 对孔隙比时程曲线而言, 在1000 d以前的时

段, 半对数坐标下的底部孔隙比  $e$  与  $\log t$  基本呈线性, 底部孔隙比的下降主要发生在这段时间内, 此外, 虽然工况一和工况二的外加荷载、土层厚度不同, 但是它们的  $e - \log t$  曲线基本重合, 也就是说在固结前半阶段, 底部孔隙比的消散速率不受外加荷载大小影响。

对超静孔压时程曲线而言, 在100 d以前的时段内, 土层底部超静孔压减小幅度很小, 而超静孔压的消散主要发生在100~7000 d时段内。

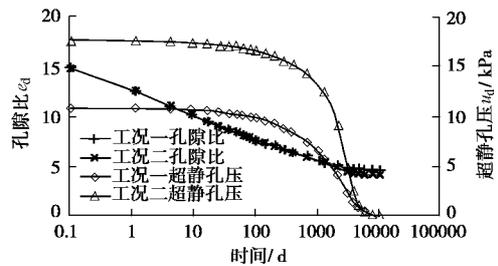


图6 土层底部的孔隙比和超静孔压随时间的变化曲线

Fig. 6 Variation of void ratio and super pore pressure with time at the down pond

### 3.3 固结系数的变化规律

据图7可知, 随着孔隙比  $e$  由14.8减小到4.2, 大变形系数  $g(e)$  由  $8.3 \times 10^{-5} \text{ mm}^2/\text{s}$  上升到  $6.4 \times 10^{-4} \text{ mm}^2/\text{s}$ , 提高了约8倍, 而系数  $B(e)$  则由  $2.3 \times 10^{-5} \text{ mm/s}$  下降到  $1.6 \times 10^{-6} \text{ mm/s}$ , 减小了14倍。在整个固结过程中,  $g(e)$  和  $B(e)$  都发生了约1个数量级的变化, 显然, 这个变化幅度要比 Terzaghi 经典固结系数  $c_v$  在固结阶段的变化大得多, 后者一般只有数倍的变化幅度, 因此, 在固结计算时, 是否仍能假定  $g(e)$  为常数, 应该进一步研究。

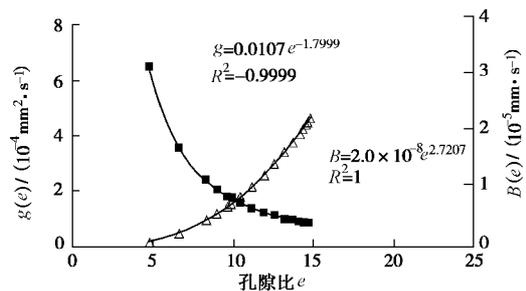


图7  $g(e)$  和  $B(e)$  与孔隙比  $e$  的关系曲线

Fig. 7 Curves of  $g(e)$  and  $B(e)$  vs. void ratio  $e$

图7表明, 尽管方程式(2)中的  $B$  和  $g$  是孔隙比  $e$  的复杂函数, 对于  $e - k$  和  $e - p$  均为幂函数关系的土体来说,  $B$  和  $g$  与孔隙比  $e$  也可拟合简单的幂函数关系:

$$g(e) = 0.0107e^{-1.7999} \quad (R^2 = 0.9999), \quad (17)$$

$$B(e) = 2 \times 10^{-8} e^{2.7207} \quad (R^2 = 1), \quad (18)$$

且相关性系数接近1。公式中的常数与土性试验常数

$a_1$ 、 $b_1$ 、 $a_2$  和  $b_2$  的关系可通过大量数据模拟分析得到, 本文不予讨论。

此外, 图 7 显示, 孔隙比大于 10 的前半固结阶段,  $B(e)$  值大于  $g(e)$  值, 也就是说公式 (2) 中的  $B(e)$  项比  $g(e)$  项要大, 这一方面说明了上述采用迎风差分格式求解的适用性, 另一方面也说明了  $B(e)$  项在固结过程中的重要影响, 下文详述。

### 3.4 “土体自重”对固结过程的影响

大多数学者为了求解方便, 一般认为自重对固结影响不大而予以忽略, 即假定  $g_s = g_w$ , 使得方程式 (1) 第一项为零, 以简化方程式 (1), 即方程式 (2) 取  $B(e)=0$ 。为了求证该假定的可靠性, 以上述案例 Scenario C 为基础, 设计了如下固结过程:

(1) 工况三模拟完全自重固结情形, 除了不铺设砂垫层 (即污泥表层无外加荷载), 其余同工况二, 计算厚度为 7.2 m 的饱和均质污泥固结过程。

(2) 工况四模拟完成自重固结后的正常固结土在外加荷载作用下的固结情形, 污泥已完成自重固结, 初始孔隙比沿深度不同, 但土的压缩性和渗透性仍符合公式 (15) 和 (16), 铺设一层砂垫层 (即污泥表层有效外加荷载 9.48 kPa), 其余同工况三, 计算厚度为 7.2 m 的饱和污泥的固结过程。

(3) 工况五模拟完成自重固结后的正常固结土在外加荷载作用下的固结情形, 污泥表层有效外加荷载 40 kPa, 其余同工况四, 计算厚度为 7.2 m 的饱和污泥的固结过程。

分别对工况二至工况五进行两次固结计算, 一次考虑  $B(e)$  的变化, 另一次则假定  $B(e)=0$ 。

图 8 分别绘出了上述工况的固结压缩随时间的变化曲线, 其中, 工况二和工况三的两两计算曲线 (是否考虑  $B$ ) 相差悬殊, 其中工况三 (即纯自重固结情

形) 的两次计算曲线分叉最大, 这两种工况属欠固结土的固结计算, 说明对于欠固结土假定  $B$  值为零, “忽略自重”对固结计算影响较大, 实际计算过程中不宜假定  $B$  值为零。而工况四和工况五的两两计算曲线 (是否考虑  $B$ ) 则基本叠合在一起, 这两种工况模拟的是完成自重固结的正常固结土, 这说明正常固结土的固结计算中, 假定  $B$  值为零、即“忽略自重”的影响是可行的。

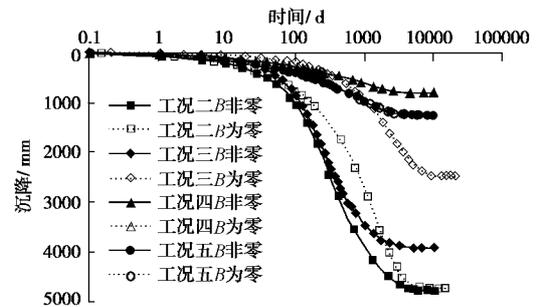


图 8 固结压缩沉降的预测时程线

Fig. 8 Predicted settlements vs. time for four scenarios

表 2 列出了各工况采用 JEFDO1 程序计算的成果, 将每种工况的两两计算数据进行对比, 可以更清楚地得出以下结论:

对于已完成自重固结的正常固结土 (如工况四、工况五), 在进行外荷载施加后的固结预测时, 是否考虑  $B(e)$ , 对计算结果影响较小, 一般不超过 7.5%, 荷载较大时, 两次计算的结果偏差更小; 此外, 最终压缩沉降量和固结完成时间的计算结果则基本接近, 因此, 可以假定  $B(e)=0$  以简化计算。

对于未完成自重固结的欠固结均质土, 是否考虑  $B(e)$ , 无论是最终结果还是固结过程, 一般都会产生 10%~50% 的偏差, 不能忽略  $B(e)$  的影响。

对于没有外荷载作用的纯自重固结均质填土, 是

表 2 四种工况下的计算结果统计表

Table 2 Comparison of results for four scenarios

初始状态	工况	外加荷载 /kPa	B 的取值	固结完成时间 /d	最终压缩量 /mm	1 a 时的固结状态			10 a 时的固结状态		
						压缩量 /mm	底部孔隙比	底部超静孔压/kPa	压缩量 /mm	底部孔隙比	底部超静孔压/kPa
均质饱和欠固结	工况二	9.48	$B \neq 0$	4809	4756	2749	6.411	15.33	4687	4.292	3.24
			$B = 0$	9900	4722	1566	8.165	16.88	4535	4.722	8.32
			偏差		0.73%	-43.0%	27.4%	10.1%	-3.2%	10.0%	156.8%
	工况三	0	$B \neq 0$	9910	3962	2483	6.411	5.85	3915	4.903	0.31
			$B = 0$	10766	2486	481	8.165	7.4	2009	6.538	6.05
			偏差		-37.3%	-80.6%	27.4%	26.5%	-48.7%	33.3%	1851%*
已完成自重固结	工况四	10	$B \neq 0$	5382	795	447	4.843	9.34	778	4.147	0.8
			$B = 0$	4949	762	420	4.939	10.04	748	4.227	2.2
			偏差		-4.15%	-6.0%	2.0%	7.5%	-3.9%	1.9%	175.0%*
	工况五	40	$B \neq 0$	4267	1253	680	4.819	39.66	1240	3.332	2.6
			$B = 0$	4137	1249	678	4.896	40.26	1240	3.332	2.62
			偏差		-0.32%	-0.3%	1.6%	1.5%	0.0%	0.0%	0.8%

注: 带\*项数据计算时的基数很小。

否考虑  $B(e)$  的两种计算结果相差悬殊, 预测的最终沉降量相差高达 30% 以上, 因此, 对于类似吹填土欠固结地基的固结计算, 更不能假定  $B(e)$  为零。

此外, 需要指出的是, “忽略自重”、“不计自重”或“假定  $g_s = g_w$ ”的说法不太妥当, 因为自重应力的影响不仅体现在公式 (1) 的第一项, 其第二项中实际上已包含了自重应力的大部分影响。否则, 对于吹填均质土在忽略自重影响的固结计算结果将是“无固结、无沉降、无超静孔压的消散”, 工况三假定  $B=0$  的计算结果就是一个反证。

## 4 结 论

(1) 本文采用修正迎风差分格式的显式差分法求解 Gibson 一维有限固结方程, 可以直接采用试验拟合曲线, 无须对土的渗透性或压缩性进行某类特殊假定, 计算方法简单、适用、结果可靠。

(2) 通过对美国佛罗里达州磷酸盐矿业尾矿污泥池固结沉降过程的预测分析可得, 污泥的  $g(e)$  和  $B(e)$  可以表达成孔隙比  $e$  的简单幂函数关系式, 两者的变化幅度都约有 1 个数量级, 比 Terzaghi 经典固结系数  $c_v$  的变化幅度要大得多。

(3) 对正常固结污泥的大变形固结预测时, 可假定  $B(e)$  为零以简化计算, 对计算结果影响不大。

(4) 对欠固结污泥的大变形固结预测时, 固结前阶段  $B(e)$  项比  $g(e)$  项大, 必须考虑  $B(e)$  的变化, 否则会带来 30% 以上的计算误差。

(5) 计算 Gibson 一维固结方程时, “忽略自重”或“不计自重”的提法不太妥当。

### 参考文献:

[1] GIBSON R E, ENGLAND G L, HUSSEY M J L. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays: I finite non-linear consolidation of thin homogeneous layers[J]. Geotechnique, 1967, **17**: 261 - 273.

[2] GIBSON R E, SCHIFFMAN R L, CARGILL K W. The theory

of one-dimensional consolidation of saturated clays: II finite nonlinear consolidation of thick homogeneous layers[J]. Can Geotech J, 1981, **18**: 280 - 293.

- [3] CARGILL Kenneth W. Prediction of consolidation of very soft soil[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, **110**(6): 775 - 795.
- [4] 洪振舜. 吹填土的一维大变形固结计算模型[J]. 河海大学学报, 1987, **15**(6): 27 - 35. (HONG Zhen-shun. The calculation model of the one-dimensional large strain consolidation of dredger filling soils[J]. Journal of Hohai University, 1987, **15**(6): 27 - 35. (in Chinese))
- [5] XIE K H, LEO C J. Analytical solutions of one-dimensional large strain consolidation of saturated and homogeneous clays[J]. Computers and Geotechnics, 2004, **31**(4): 301 - 314.
- [6] 李冰河. 成层饱和软黏土地基大应变固结理论研究(博士学位论文)[D]. 杭州: 浙江大学, 1999: 2 - 38. (LI Bing-he. Studies on the large-strain consolidation of saturated and layered soft clayey soils (a thesis for the degree of doctor of engineering)[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1999: 2 - 38. (in Chinese))
- [7] 罗振东. 混合有限元法基础及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2006. (LUO Zhen-dong. Mixed finite element method and its application[M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese))
- [8] 陆金甫, 顾丽珍, 陈景良. 偏微分方程差分方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 1988: 233 - 262. (LU Jin-fu, GU Li-zhen, CHEN Jing-liang. Finite difference method of partial differential equations[M]. Beijing: Higher Education Press, 1988: 233 - 262. (in Chinese))
- [9] TOWNSEND F C. SOA: large strain consolidation predictions[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, **116**(2): 222 - 243.