不排水黏土中深埋锚板的抗拔承载力

王立忠，舒 恒
（浙江大学建筑工程学院，浙江 杭州 310027）

摘 要：针对不排水均质黏土中深埋条形锚板和圆形锚板，分别构造两种简单的机动容许速度场，利用塑性力学极限分析的上限法求解锚板的极限抗拔承载力。采用非线性有限元方法对构造的速度场和承载力计算结果进行了验证。与现有的相关解答对比可知：本文上限解与已有的上限解或滑移线场解答较吻合。提出的速度场合理、简单，并严格符合机动容许场的要求，便于实际应用，能为工程设计提供参考依据。

关键词：锚板；黏土；抗拔承载力；极限分析；有限元法
中图分类号：TU476 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2009)06－0829－08

作者简介：王立忠(1969－)，男，浙江奉化人，教授，博士生导师，主要从事软黏土性状、软基处理和海洋土力学方面的研究。E-mail: wlzzju@163.com。

Pullout capacity of deeply embedded plate anchors in undrained clay

WANG Li-zhong，SHU Heng
(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Two new simple and rigorous kinematically admissible velocity fields are constructed for deeply embedded horizontal strip and circular plate anchors respectively. Based on the velocity fields, by use of the upper theorem of plasticity, the limit pullout capacities of the strip and circular plate anchors in undrained clay are evaluated. Both the velocity fields and capacities are verified by a comparative study with the finite element solutions, which show good consistence. Besides, comparison of capacities in the present paper with the existing bounds and stress characteristic solutions shows good agreement.

Key words: plate anchor; clay; pullout capacity; limit analysis; finite element method

0 引 言

随着海洋油气田的开发，海洋平台逐渐从传统的导管架平台、重力式平台发展到张力腿平台（TLP）、浮筒式平台（Spar）和浮式生产储卸油装置（FPSO）。海洋基础工程也从传统的桩基发展到锚链基础。抗拔承载力一直是锚板的研究重点，过去40多年来，许多学者研究了黏土中不同形状锚板的抗拔承载力。但是，大多数研究只是关于黏土中锚板承载力的近似解或者由试验研究得到的经验公式[1-5]。

Rowe[6]利用塑性极限分析的上限法得到了均质黏土中深埋条形锚板极限承载力的上限解，但从严格的力学意义上讲，其建立的速度场并不是机动容许的。Martin 等[7]利用滑移线场方法得到了均质黏土中深埋圆形锚板极限承载力，但是利用滑移线场方法求解偏微分方程（边界值问题）很耗时，且很复杂，不易应用。

随着数值方法和计算机技术的发展，越来越多的学者用有限元法计算锚板的承载力。Rowe 和 Davis[8]给出了饱和均质黏土中水平和竖直放置的条形、圆形和矩形锚板的承载力数值计算结果。Rowe 和 Davis[8]把锚板分成立即脱离（immediate breakaway）和无脱离（no breakaway）两类。所谓立即脱离，就是假设锚板和土之间的界面不能承受拉应力，锚板一旦受力，锚板底面的正应力立即减至 0，锚板与土不再接触。在无脱离的情况下，锚板和土的界面可以承受充分的拉应力，可以保证锚板与土一直保持接触，可以模拟锚板与土之间的黏聚力和吸力。实际情况是，锚板与土之间的脱离状态处于立即脱离和无脱离之间。锚板与土之间的黏聚力和吸力与很多因素有关，大小很难确定[9]。

Merifield 等[9-11]使用基于塑性理论的有限元极限分析方法分析锚板的承载力，得到了不同土质中水平、竖直以及倾斜的条形、圆形和矩形锚板承载力的近似

基金项目：国家自然科学基金项目（50779061）
收稿日期：2008－04－22

计算公式。有限元极限分析方法把求解极限承载力问题转化为一个优化问题，随着优化规模的扩大，计算规模会以几何级数增加，即使对于简单的结构，有限元离散后计算量也非常大，在有限时间内难以完成。

于龙和刘君等[12]基于网格重新生成和场变量映射的大变形有限元模型，探索了立即脱离和无脱离两种典型条件下均质黏土中条形锚板的极限抗拔承载力，追踪锚板整个拔出全过程中抗拔力的变化。王栋等[13]利用大变形有限元模型分析了均质黏土中圆形锚板的极限抗拔承载力。有限元方法虽然有很多优势，但是，不同的分析者选用不同的网格密度、荷载增量步的大小、边界条件、本构关系以及不同的结构与界面模拟方法，得到的结果往往会有较大的差别，因此需要建立独立的解答进行验证。

本文利用塑性极限分析的上限法和有限元法分别对条形和圆形锚板的抗拔承载力进行研究。研究内容包括：①针对不排水条件下饱和均质黏土中的深埋条形和圆形锚板，分别提出新的、严格的机动容许的速度场，给出极限抗拔承载力的上限解；②利用非线性有限元法计算这两种情况下锚板的极限抗拔承载力；③将本文提出的速度场和上限解答与本文的有限元解答以及已发表的相关解答作比较。计算所得结论可以为均质黏土中深埋锚板的设计提供参考依据。

1 问题描述

锚板一般是用钢材或混凝土制成，可以是圆形，方形或者矩形，在土中的方位可以是水平、垂直或者倾斜。

本文仅考虑不排水均质黏土中水平放置的条形和圆形锚板的极限抗拔承载力，可简化成图 1 所示的问题。其中，H 是锚板埋深，B 为锚板的特征长度，是条形锚板的宽度或圆形锚板的直径。

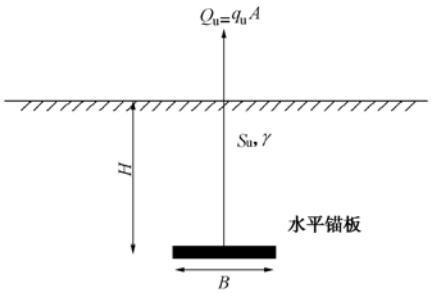


图 1 问题描述

Fig. 1 Problem notation

不排水均质黏土中锚板的极限承载力一般表示为不排水抗剪强度的函数

$$q_u = \frac{Q_u}{A} = S_u N_c \quad 。 \tag{1}$$

式中 S_u 为土体不排水抗剪强度；N_c 为锚板的极限抗拔承载力系数；Q_u 为极限状态时锚板受到的合力；A 为锚板的面积，对于条形锚板，简化成平面应变问题，$A=B$；圆形锚板，简化成轴对称问题，$A=\pi B^2/4$。

锚板处于极限状态时，如果土体破坏区扩展到地表，则锚板是浅埋的（图 2（a），（b））；如果土体破坏只发生在锚板周围的局部区域，则锚板为深埋（图 2（c））。锚板尺寸一定，黏土性质一定时，锚板对应有一临界深度 H_{cr}。当锚板埋深达到 H_{cr} 时，破坏是锚板周围的局部破坏，不再扩展到地表，锚板达到极限承载力，增加锚板埋深，承载力保持不变（图 2（d）），锚板为深埋[9]。图中 Q_{u1}，Q_{u2}，Q_{u*}等表示不同埋深时，锚板的极限抗拔承载力。

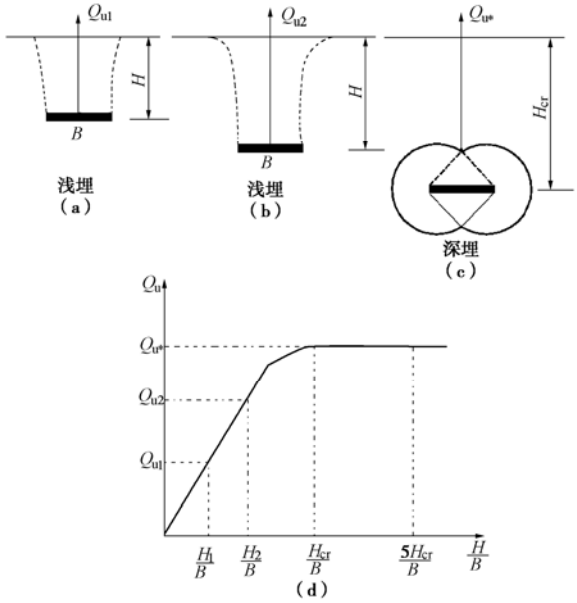


图 2 浅埋和深埋锚板的力学性质

Fig. 2 Behaviors of shallow and deep anchors

2 塑性极限分析

塑性极限分析方法基于下限和上限定理得到刚塑性材料的极限荷载的下限和上限，一般结果都能满足工程设计精度。但是构造合适的静力容许的应力场比构造机动容许的速度场要困难很多，因此，下限法（LBM）很少用于解决岩土工程问题；上限法构造机动场相对容易，且一般能给出合理的解答，极限分析几乎集中在上限法（UBM）的应用。本文上限解基于塑性力学极限分析上限定理[14]，有严格的塑性力学基础。

极限分析的上限定理可以表述为：满足正交流动法则的理想刚塑性 Tresca 材料，如果存在机动容许的

速度场，使得外荷载功率等于材料耗散功率，则材料发生破坏[14]：

$$\int_S T_i V_i \mathrm{d}S + \int_\Omega \gamma_i V_i \mathrm{d}\Omega = \int_\Omega \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}\mathrm{d}\Omega + \int_\Gamma S_\mathrm{u}[\Delta V]\mathrm{d}\Gamma \quad , \tag{2}$$

其中，下标 i,j =1,2,3，T_i 为作用在边界 S 上面力矢量，V_i 是速度矢量，γ_i 是重度矢量，$\dot{\varepsilon}_{ij}$ 为机动容许的应变率张量，σ_{ij} 为与 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 相关的应力张量，$[\Delta V]$为间断速度，Ω为破坏机构体积，Γ为速度间断面的面积，即土体和锚板的接触面积。

上限分析分为三个步骤：①在岩土结构中构造一个机动容许的速度场；②令外力做功功率与内部应力做功功率相等；③求解未知极限荷载。

2.1　条形锚板上限分析

Rowe[6]假设锚板与土无脱离，利用上限法求得均质黏土中深埋条形锚板承载力系数，构造的破坏机构如图 3 所示。

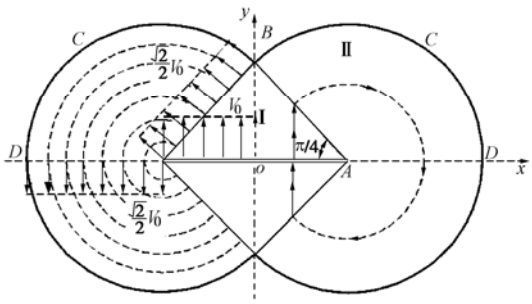


图 3　深埋锚板的上限解[6]

Fig. 3 Deformation mechanism for deep strip anchors[6]

Rowe 构造的速度场关于锚板轴线 OB 对称，关于锚板反对称。在破坏机构分为两个区域，三角形区域 I 为刚体，以速度 V_0 竖直向上运动；扇形区 II 均匀分布大小为 $\sqrt{2}V_0/2$ 的环向速度；边界 BCD 和交界线 AB 为速度间断面，间断面两侧相对速度大小为 $\sqrt{2}V_0/2$。B 点为速度奇异点。

值得注意的是，B 点已经与刚性边界 BCD 接触，不能向上运动，导致 B 点不满足变形协调条件。因此，从严格的力学意义上讲，该速度场并不是真正的机动容许场[15-17]。对此，Chen[17]有两种解释：第一种解释是 B 点附近土体微元处于塑性变形，而 B 点所在微元面积相对 AB 速度间断面面积而言是个小量，因此可以忽略 B 点处的能量耗散。第二种解释是，可以认为在 B 点挖去一个小孔以使剩余土体的速度场满足机动许可，其依据是 Chen[17]的极限分析定理三。笔者认为，第一种解释只讲到能量耗散，未能解释机动许可问题。而第二种解释所依据的定理讲的是初始应力和变形不影响极限承载力，Chen[17]解释为体内开孔，实际上是换了一种机构，与原问题不是同一个数学问题。另外，Calladine[15]有一种解释，认为所有间断面可理解为有限厚度，这样整个机构成为机动许可，笔者认为这种解释从工程角度是可以接受的，但从问题本身来讲，间断面从数学上是面的概念，不应该有厚度。因而笔者认为 Rowe[6]构造的速度场只是工程上的一种近似机动场。

Rowe[6]认为锚板与土体界面无相对滑移，可以认为锚板是粗糙的，故这个机构适用于粗糙锚板，根据上限定理得到的承载力系数为 11.42。

Rowe 构造的速度场与感性认识和实际工程实践不一致。本文认为，三角形区域 I 和扇形区域 II 均为变形区，且较为合理的速度场分布应该是，在三角形区域 I 内，随着远离锚板，速度应逐渐减小；在扇形区域 II 内，沿着半径远离圆心方向，速度也应该逐渐减小，在破坏机构边界上速度减小至零。本文正是根据这一特征提出新的速度场。对应深埋条形锚板的速度场如图 4 所示，圆弧实线是塑性变形区的边界。锚板宽度为 B，半宽 $b=B/2$。根据对称性，取右侧一半区域作为研究对象。

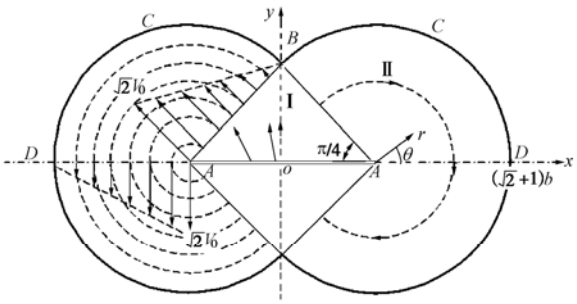


图 4　黏土中深埋条形锚板的塑性破坏机构

Fig. 4 Deformation mechanism for deep strip anchors

塑性变形区可以分成 2 个区域，三角形变形区 I 和扇形变形区 II，这些区域内土体变形须满足变形相容条件和连续性条件。速度场关于锚板反对称，关于锚板轴线对称。

考虑土体为不排水饱和黏土，内摩擦角 $\varphi=0$，可采用 Tresca 屈服条件。不排水条件意味着土体在塑性流动时无体积变形，即不可压缩条件。

对于三角形变形区域 I，采用直角坐标系 xoy，原点位于锚板中心，x 轴与锚板在同一平面上，y 轴竖直向上。在平面应变条件下，不可压缩的速度场满足

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad , \tag{3}$$

其中，V_x，V_y 分别为水平和竖向速度，x，y 分别为计算点至坐标原点水平和竖向的距离。

在三角形区域 I 内，可假设竖向速度 V_y 与 x 无关，且 V_y 为一次函数形式

$$V_y = a_1 y + a_2 \quad , \tag{4}$$

其中，a_1，a_2 为待定常数。

结合边界条件，当 y=0 时，V_y 取最大值 V_0，y=b 时取最小值 V_y=0，可得，a_1=$-V_0/b$，a_2=V_0。

由式（3）和（4），可得 V_x=$-a_1x$+f（y）。由于塑性流动机构关于 x 轴对称，则 x=0 时 V_x =0，因此有 f（y）=0，V_x=$-a_1x$。

因此，三角形区域 I 内土体的速度

$$V_x = \frac{V_0}{b}x \quad , \tag{5}$$

$$V_y = (1-\frac{y}{b})V_0 \quad ; \tag{6}$$

根据速度场，可以得到应变率分量

$$\left.\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{xx} &= \frac{\partial V_x}{\partial x} = V_0/b, \\ \dot{\varepsilon}_{yy} &= \frac{\partial V_y}{\partial y} = -V_0/b, \\ \dot{\gamma}_{xy} &= 2\dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} = 0; \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

最大主应变率

$$|\dot{\varepsilon}_{\max}| = \frac{1}{2}\sqrt{(\dot{\varepsilon}_{xx}-\dot{\varepsilon}_{yy})^2 + 4\dot{\varepsilon}_{xy}^2} = 2V_0/b \quad 。 \tag{8}$$

对于 II 区，根据 I，II 区交界线 AB 上速度的连续性条件和变形区 II 内变形的不可压缩条件可得到，II 区土体沿着平行于外部边界的曲线运动，对此区域采用极坐标描述较合适，极坐标原点位于 A 点，如图 4 所示。环向和径向速度分别为

$$V_\theta = \sqrt{2}V_0(1-\frac{r}{\sqrt{2}b}) \quad ,$$

$$V_r = 0 \quad ; \tag{9}$$

应变率分量

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = 0 \ ,$$

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial V_r}{\partial r} = 0 \ ,$$

$$\dot{\gamma}_{r\theta} = 2\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{\partial V_\theta}{r} = \frac{-\sqrt{2}V_0}{r} \quad ; \tag{10}$$

最大主应变率

$$|\dot{\varepsilon}_{\max}| = |\dot{\gamma}_{r\theta}| = 2|\dot{\varepsilon}_{r\theta}| = \sqrt{2}V_0/r \quad 。 \tag{11}$$

因此，I 区能量耗散

$$D_{\mathrm{I}} = \int \dot{D}\mathrm{d}\Omega = 2\times\frac{2V_0}{b}\times S_{\mathrm{u}}\times\frac{1}{2}b\times b = 2bV_0S_{\mathrm{u}} \quad ; \tag{12}$$

II 区能量耗散

$$D_{\mathrm{II}} = \int \dot{D}\mathrm{d}\Omega = 2\int_0^{\frac{3\pi}{4}}\int_0^{\sqrt{2}b}\frac{\sqrt{2}V_0}{r}r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta = 3\pi bV_0S_{\mathrm{u}} \quad ; \tag{13}$$

间断面 AA 上能量耗散

$$D_\Gamma = \int_\Gamma S_{\mathrm{u}}|\Delta V|\mathrm{d}\Gamma = \begin{cases} 0 & \text{（锚板光滑）}, \\ bV_0S_{\mathrm{u}} & \text{（锚板粗糙）}; \end{cases} \tag{14}$$

外力做功功率为

$$R = q_{\mathrm{u}}AV_0 + \int_\Omega \gamma V_y \mathrm{d}\Omega = Q_{\mathrm{u}}bV_0 \quad ; \tag{15}$$

令外力做功功率与内能耗散相等

$$R = D_{\mathrm{I}} + D_{\mathrm{II}} + D_\Gamma \quad 。 \tag{16}$$

根据式（16）可计算出锚板的极限抗拔承载力 q_{u}，然后由式（1）就可以得到锚板的极限抗拔承载力系数 N_{c}。

对于光滑条形锚板，锚板与土之间无能量耗散，N_{c}=11.42；粗糙锚板，锚板与土之间黏结强度为 S_{u}，板与土体之间的相对滑移有能量耗散，此时 N_{c}=12.42。

2.2 圆形锚板上限分析

对于圆形锚板，按照轴对称问题考虑。采用 roz 坐标系，如图 5 所示。圆形锚板在 r–z 平面的速度场与平面应变条件下 x–y 平面的速度场在范围和形状上相同，速度分布不同（图 5）。根据轴对称条件可知，环向速度 V_θ=0。

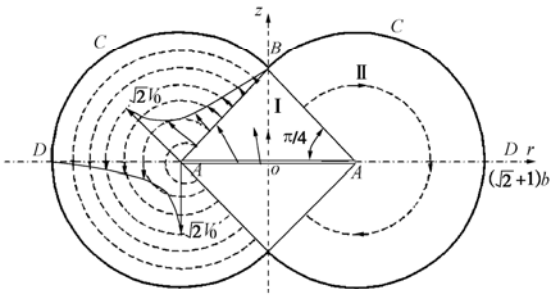


图 5 黏土中深埋圆形锚板的塑性破坏机构

Fig. 5 Deformation mechanism for circular anchors

对于 I 区，由轴对称条件下土体的不可压缩条件可知，速度场须满足

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad , \tag{17}$$

式中，V_r，V_z 分别为土体沿径向和轴向的速度。r 为径向离锚板中线的距离，z 为计算点轴向离锚板表面的距离。

根据轴对称条件可知，r=0 时 V_r=0。构造 I 区机动场时，假设 V_z 与 r 无关，则 V_r 可构造为

$$V_r = -\frac{r}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right) \quad 。 \tag{18}$$

假设 I 区轴向速度 V_z 为 z 的二次函数形式

$$V_z = a_1z^2 + a_2z + a_3 \quad , \tag{19}$$

其中，a_1，a_2，a_3 为待定常数。

当 z=0 时 V_z 取最大值 V_0，$z=b$ 时 V_z=0。假设三角形区域 I 和扇形区 II 的交界面 AB 上，沿着扇形径向的速度分量为零而仅有环向分量，且 I 区和 II 区无速度间断。结合式（18）和（19），经过推导，得到 a_1 = V_0/b^2，a_2 = $-2V_0/b$，a_3 = V_0。因此三角形区域 I 内

土体的径向和轴向的速度分别为

$$V_r=-\frac{V_0}{b^2}zr+\frac{V_0}{b}r,$$
$$V_z=\frac{V_0}{b^2}z^2-\frac{2V_0}{b}z+V_0 \quad 。 \tag{20}$$

根据 I，II 区交界面 AB 上速度连续性条件和 II 区土体的不可压缩条件，采用与推导条形锚板扇形区速度场类似的方法，经过推导可得，在 II 区，土体沿着平行于外部边界的曲线运动，径向和轴向的速度分别为

$$V_r=\frac{V_1r_1}{r}\frac{z}{K} \quad ,$$
$$V_z=\frac{V_1r_1}{r}\frac{(b-r)}{K} \quad , \tag{21}$$

其中，$K=\sqrt{(b-r)^2+z^2}$，$V_1=\sqrt{2}(\frac{r_1}{b})^2V_0$，$r_1=b-\frac{1}{\sqrt{2}}K$。

另外，速度场满足如下边界条件：锚板 AO 上，$V_{z\mathrm{I}}=V_0$；边界 BCD 上，$V_r=0$，$V_z=0$；交界面 AB 上，$V_{r\mathrm{I}}=V_{r\mathrm{II}}$，$V_{z\mathrm{I}}=V_{z\mathrm{II}}$。

根据速度场，可以得到各应变率分量

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\varepsilon}_{rr}=\frac{\partial V_r}{\partial r},\dot{\gamma}_{r\theta}=0 \ ,\\&\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}=\frac{V_r}{r},\dot{\gamma}_{\theta z}=0 \ ,\\&\dot{\varepsilon}_{zz}=\frac{\partial V_z}{\partial z},2\dot{\varepsilon}_{zr}=\frac{\partial V_r}{\partial z}+\frac{\partial V_z}{\partial r} \ ;\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

最大主应变率

$$|\dot{\varepsilon}_{\max}|=\frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}+\sqrt{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^2+4\dot{\varepsilon}_{rz}^2-4\dot{\varepsilon}_{rr}\dot{\varepsilon}_{zz}}) \quad 。 \tag{23}$$

与条形锚板一样，分别计算能量耗散和外力做功功率，再令二者相等，可以得到圆形锚板的极限承载力系数 N_c。由计算可知，对于光滑的圆形锚板，N_c=12.70，对于粗糙的圆形锚板，N_c=14.03。

3　非线性有限元分析

为了验证本文提出的速度场的合理性和承载力计算结果的准确性，采用非线性有限元法分析饱和均质不排水黏土中深埋条形锚板和圆形锚板（如图 1 所示）的抗拔承载力。本文有限元分析采用大型通用非线性有限元软件 ABAQUS6.7[18]，计算平台为惠普 XW6400 工作站。

采用不排水总应力分析方法，土体用基于 Tresca 屈服准则的理想弹塑性模型。需要注意的是，在 ABAQUS[18]中 Tresca 模型是 Mohr-Coulomb 模型的特殊情况（内摩擦角 φ=0，剪胀角 ψ=0），采用 Tresca 屈服准则和 Mises 流动势函数。黏土不排水抗剪强度 S_u=20 kPa，土体弹性参数为：E_u/S_u=500，泊松比 ν=0.49，土体有效重度 γ=7 kN/m^3。

根据对称性，取一半模型作为研究对象。取锚板特征宽度 B 为 6 m，锚板埋深 H=6B=36 m。上下和右边边界距离锚板轴线均为 6B，可认为边界距离锚板已足够远，不会影响锚板的极限抗拔承载力。有限元网格和边界条件如图 6（a），（b）所示，锚板附近网格加密。计算条形基础承载力属于平面应变问题，采用二次减缩积分单元 CPE8R；计算圆形基础承载力是轴对称问题，采用 CAX8R 单元。节点总数为 4839，单元总数为 1560。

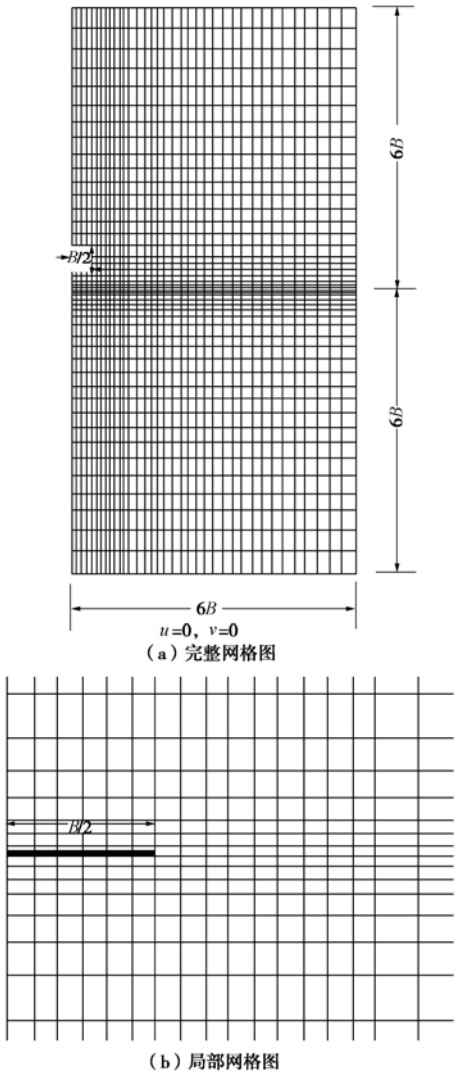


图 6 有限元网格图

Fig. 6 Finite element mesh of the model

由于 $\gamma H/S_u$>7，可以认为锚板为深埋锚板[9]，且与土无脱离[19]。锚板比土体刚度大很多，可以用刚体表示。有限元分析时，锚板用刚性节点集描述，控制点取锚板中心点，锚板与土之间界面共用节点以模拟土与锚板无脱离情况。

考虑锚板粗糙程度不同，锚板与土体之间界面的黏聚力不同。锚板表面与土体之间的黏聚力可近似按下式考虑[20]：

$$f=\alpha S_u \quad , \tag{24}$$

式中，S_u 为黏土的不排水强度，α为锚板与土界面的黏聚力系数。

实际有限元分析时，在锚板两侧附近土体中引入一层薄摩擦单元，厚度为 0.2 m，抗剪强度为αS_u，锚板与土界面上极限摩擦力由薄层单元的抗剪强度确定。当锚板完全粗糙时，α=1，完全光滑时α=0（为了避免数值困难，本文取α=0.05），一般情况下，$0 \le \alpha \le 1$。

理论上极限荷载定义为与极限状态对应的荷载，达到此荷载后，结构的变形将无限制地增加，从而丧失承载能力。此定义的前提假设是材料为理想塑性材料，变形为小变形。本文有限元计算中采用小变形假设，利用位移控制加载。计算时，首先施加重力荷载，平衡重力场得到初始地应力场；然后在锚板控制点施加向上的位移，得到荷载位移曲线，当曲线的斜率接近于 0 时，按照理想弹塑性流动概念，此时所对应的外荷载即可作为锚板的极限抗拔承载力 Q_u，根据式（1）就可以求得极限承载力系数 N_c。典型的无量纲化荷载－位移曲线如图 7 所示，该图对应的是粗糙条形锚板的曲线。其中，Q 为作用在锚板上的合力，A 为锚板面积，N_c 为承载力系数，d 为锚板控制点的位移。

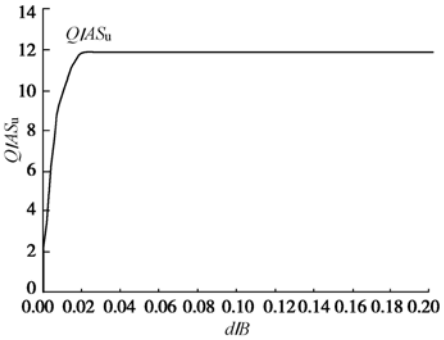


图 7 典型的无量纲化荷载－位移曲线

Fig. 7 Typical dimensionless load and displacement curve

表 1 给出了条形和圆形锚板在不同的界面粗糙情况下的极限抗拔承载力系数 N_c。从表 1 可以看出，随着锚板和土界面黏聚力的增加，锚板的承载力逐渐增加。对于条形和圆形锚板，完全粗糙比完全光滑情况，承载力系数分别提高了约 3%和 8%。

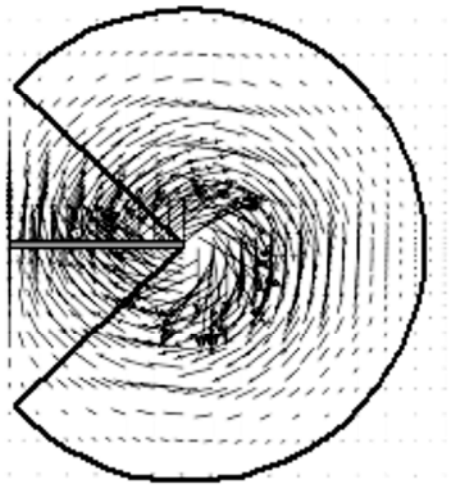
4 结果分析与讨论

本文有限元分析中土体材料性质与时间无关，因而时间只是一个比例因子，速度与位移等效，位移场与速度场分布规律一致。图 8（a），（b）分别给出了光滑和粗糙条形锚板在极限状态下的位移（速度）矢量图。

表 1 有限元计算结果

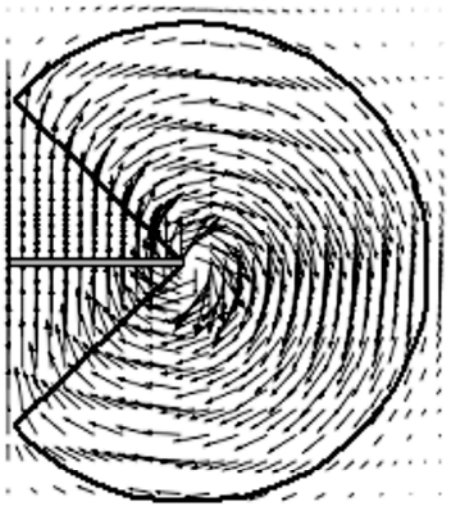
Table 1 Finite element method results

α	N_c	
	条形基础	圆形基础
0.05	11.52	12.44
0.10	11.60	12.46
0.20	11.70	12.66
0.50	11.80	13.10
1.00	11.90	13.46



Rowe，本文提出的机构

（a）α=0.05，光滑锚板



Rowe，本文提出的机构

（b）α=1.00，粗糙锚板

图 8 条形锚板的流动机构

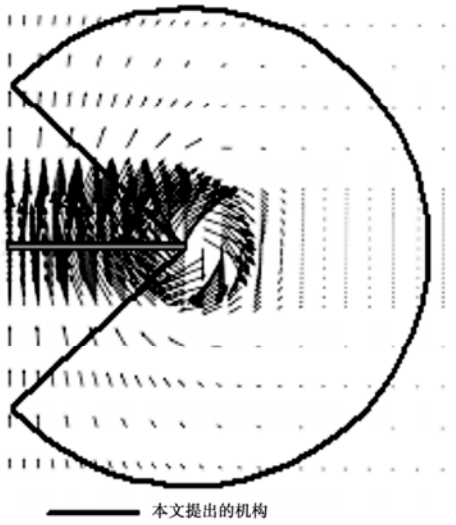
Fig. 8 Deformation mechanism for strip anchors

从图中可以看出，深埋锚板在极限状态时，锚板的粗糙程度对破坏范围影响较小，破坏范围在离锚板中心大约 1.2B 的正方形范围内。破坏机构可分成腰长

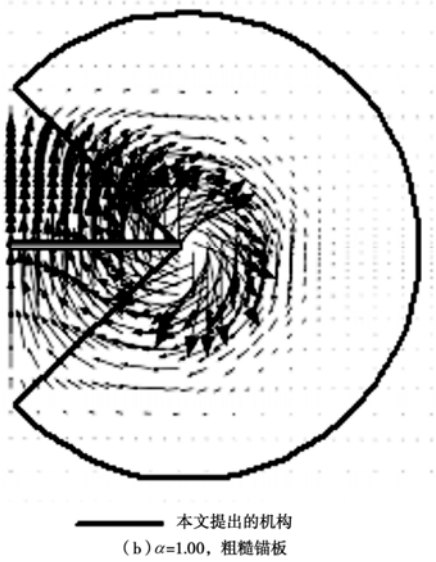
为 $\sqrt{2}B/2$ 的等腰直角三角形区域 I 和圆心角为的 3π/2、半径为 $\sqrt{2}B/2$ 的扇形区域 II。

本文和 Rowe[6]提出的破坏范围与有限元计算得到的塑性流动机构吻合得较好。分析图 8（a），（b）可以发现：在锚板上下两侧的三角形区域内，随着远离锚板，速度逐渐减小；在扇形区域，从圆心沿着半径方向，速度也逐渐减小，在破坏机构的边界上速度减小至零。图 8（a）中三角形变形区域 I 速度矢量大小和方向随着位置的不同而变化，图 8（b）中却变化很小。从这个意义上来讲，本文提出的机动场更适合光滑锚板的情况。Rowe 提出的破坏机构，三角形区域 I 的速度场与图 8（b）的描述的机动场相似，速度大小和方向变化很小，整个区域近似以刚体形式运动，锚板与土体之间无相对滑移，与粗糙锚板的情况较吻合。

图 9（a），（b）分别给出了光滑和粗糙圆形锚板在极限状态下的位移（速度）矢量图。



（a）α=0.05，光滑锚板



（b）α=1.00，粗糙锚板

图 9 圆形锚板的流动机构

Fig. 9 Deformation mechanism for circular anchors

分析图 9（a），（b）可以发现，破坏机构的范围与条形锚板类似且与锚板粗糙情况无关，破坏机构的速度分布也与条形锚板相似。但与条形锚板不同的是，在圆形锚板扇形区域 II 内，从圆心远离锚板方向，土体速度减小的速率比条形锚板要大。本文提出的速度场能很好地描述上述特征。

表 2 锚板承载力系数 N_c 比较

Table 2 Comparison of break-out factor N_c

锚板形状	界面情况	Rowe[6]（上限）	Martin 等[7]（滑移线）	本文	
				上限	FEM
条形	光滑	—	—	11.42	11.52
	粗糙	11.42	—	12.42	11.90
圆形	光滑	—	12.42	12.70	12.44
	粗糙	—	13.11	14.03	13.46

表 2 给出了本文上限法和有限元法得到的条形锚板及圆形锚板承载力系数与其他学者的相关结果。从表 2 可以看出，本文上限解和有限元结果与其他学者的结果很接近。对于光滑的条形锚板，Rowe 没有得到相应的解答，本文给出了结果为 11.42 。对于粗糙条形锚板，Rowe 的上限解小于本文解，但本文的速度场是严格的机动场，Rowe 的速度场只是一种近似的机动场。光滑圆形锚板承载力系数与 Martin 等[7]得到的滑移线场解答较为吻合，相差在 2%以内；粗糙锚板承载力系数与滑移线场解有一定偏差，相差约 7%。由于滑移线场法直接采用平衡方程和屈服条件进行求解，一般认为其求解结果为极限分析的一个下限解。因此，本文上限解和滑移线场解的差别是可以接受的。

5 结　　论

针对不排水均质黏土中的深埋条形锚板和圆形锚板，分别提出两种简单的机动容许速度场，利用塑性极限分析的上限定理求解锚板的极限抗拔承载力，并采用非线性有限元方法对提出的速度场和承载力进行了验证。得出以下结论：

（1）对于深埋光滑锚板，合理的速度分布特征应为，在锚板上下两侧的三角形区域内，随着远离锚板，速度应逐渐减小；在扇形区域，从圆心沿着半径方向，速度也应该逐渐减小，在破坏机构边界上速度减小至零。本文提出的速度场从严格的力学意义上来说是真正的机动容许速度场。

（2）锚板的粗糙程度对破坏范围影响较小，破坏范围在离锚板中心大约 1.2B 的正方形范围内。

（3）本文上限计算结果与 Rowe[6]，Martin 等[7]的结果做了比较，说明本文构建的机动场是合理的。

（4）本文上限法分析和有限元计算表明，软黏土中深埋锚板承载力随着锚板与土之间界面强度的提高

而提高。

参考文献：

[1] MEYERHOF G G, ADAMS J I. The ultimate uplift capacity of foundations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1968, **5**(4): 225－244.

[2] VESIC A S. Break-out resistance of objects embedment in ocean bottom[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1971, **97**(9): 1183－1205.

[3] DAS B M. Model tests for uplift capacity of foundations in clay[J]. Soils and Foundations, 1978, **18**(2): 17－24.

[4] DAS B M. A procedure for estimation of ultimate capacity of foundations in clay[J]. Soils and Foundations, 1980, **20**(1): 77－82.

[5] DAS B M, MORENO R, DALLO K F. Ultimate pullout capacity of shallow vertical anchors in clay[J]. Soils and Foundations, 1985, **25**(2): 148－152.

[6] ROWE R K. Soil structure interaction analysis and its application to the prediction of anchor behavior[D]. Sydney: University of Sydney, 1978.

[7] MARTIN C M, RANDOLPH M F. Application of the lower and upper bound theorems of plasticity to collapse of circular foundations[C]//Proceedings of 10th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics. Rotterdam: Balkema A A, 2001: 1417－1428.

[8] ROWE R K, DAVIS E H. The behaviour of anchor plates in clay[J]. Géotechnique, 1982, **32**(1): 9－23.

[9] MERIFIELD R S, SLOAN S W, YU H S. Stability of plate anchors in undrained clay[J]. Géotechnique, 2001, **51**(2):141－153.

[10] MERIFIELD R S, LYAMIN A V, et al.Three-dimensional lower bound solutions for stability of plate anchor in clay[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, **129**(3): 243－253.

[11] MERIFIELD R S, SLOAN S W, LYAMIN A V. The stability of inclined plate anchors in purely cohesive soil[R].Faculty of Engineering & Surveying Technical Report. Toowoomba: University of Queensland, 2003.

[12] 于 龙, 刘 君, 孔宪京. 锚板在正常固结黏土中的承载力[J]. 岩土力学, 2007, **28**(7): 1427－1434. (YU Long, LIU Jun, KONG Xian-jing. Stability of plate anchors in NC clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(7): 1427－1434. (in Chinese))

[13] 王 栋, 胡玉霞, 宋振河. 均质黏土中圆形平板锚的抗拉承载力分析[J]. 岩土力学, 2007, **28**(6): 1242－1246. (WANG Dong, HU Yu-xia, SONG Zhen-he. Analysis of uplift capacity of circular plate anchors in uniform clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(6): 1242－1246. (in Chinese))

[14] SHIELD R T, DRUCKER D C. The application of limit analysis to punch-indentation problems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1953, **20**: 453－460.

[15] CALLADINE C R. Plasticity for engineers[M]. Ellis Horwood, 1985.

[16] DAVIS R O, SELVADURAI A P S. Plasticity and geomechanics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

[17] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier Science, 1975.

[18] ABAQUS Company. ABAQUS analysis user's manual[M]. 2007.

[19] MEHRYAR Z, HU Y, RANDOLPH M F. Pull-out capacity of circular plate anchor in clay—FE analysis[C]//International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, NUMOG VIII. Rome: A A Balkema, 2002: 507－513.

[20] RANDOLPH M F, HOULSBY G T. The limiting pressure on a circular pile loaded laterally in cohesive soil[J]. Géotechnique, 1984, **34** (4): 613－623.