

真空预压法加固软基三维有限元计算

陈平山¹, 房营光^{1, 2}, 莫海鸿^{1, 2}, 张功新³, 董志良³

(1. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510240; 2. 华南理工大学亚热带建筑国家重点实验室, 广东 广州 510240;
3. 中交四航工程研究院有限公司, 广东 广州 510230)

摘要: 为预测广州南沙港区某真空预压加固工程的效果与影响范围, 针对真空预压加固大面积软基的变形特点, 提出将单井涂抹效应对涂抹区内土体渗透性的弱化作用转化为减小单井影响区内土体水平向渗透系数的方法, 既可减少三维有限元计算的前处理工作量, 又可考虑砂井地基的涂抹效应, 讨论了网格尺寸对固结度的影响。并视土体为多孔介质, 采用比奥固结理论, 结合依托工程, 建立了较大规模的三维模型并进行有限元计算分析, 计算结果与现场监测数据吻合得较好。

关键词: 真空预压; 三维有限元; 涂抹效应; 多孔介质; 固结变形

中图分类号: TU447 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2009)04-0564-07

作者简介: 陈平山(1978-), 男, 博士研究生, 主要从事软基处理、地下结构等方面的研究工作。E-mail:
chenpingshan3@sina.com.

Analysis of 3D FEM for soft foundation improved by vacuum preloading

CHEN Ping-shan¹, FANG Ying-guang^{1, 2}, MO Hai-hong^{1, 2}, ZHANG Gong-xin³, DONG Zhi-liang³

(1. School of Civil Engineering and Traffic & Communications, South China University of Technology, Guangzhou 510240, China; 2.

State Key Laboratory of Subtropic Architecture Science, South China University of Technology, Guangzhou 510240, China; 3. CCCC

Fourth Harbour Engineering Research Institute Co., Ltd., Guangzhou 510230, China)

Abstract: To predict the effects and influence circle of a soft foundation improved by vacuum preloading in Nansha Port of Guangzhou, according to the deformation characteristics of large area soft foundation improved by vacuum preloading, the method which considers the smear effects diminishing the permeability of the soil in the smear zone can be transformed into the reduction on horizontal permeability coefficient of the soil in the effective zone, is presented based on the equivalent consolidation degree. The pre-processing work of 3D FEM can be reduced and the smear effects are taken into account, and the influence on the consolidation degree induced by the size of element is discussed. Regarding soil as porous media and combining the project of vacuum preloading in Nansha Port of Guangzhou, a large-scale 3D FEM model is set up and the numerical calculation is executed with Biot consolidation theory. The calculated results agree well with the monitored data in situ.

Key words: vacuum preloading; 3D FEM; smear effect; porous media; consolidation deformation

0 引言

真空预压法通过在软基打设竖向排水体(一般指袋装砂井和塑料排水板, 以下统称为“砂井”)以加速土体固结, 该方法以其工期短、加固效果良好以及经济等优点越来越多地应用于高速公路、港口以及围海造陆等工程中。目前, 工程计算中仍然主要采用单个砂井“隔离体”范围的固结解析解来求地基固结度, 虽然可以考虑涂抹效应和井阻作用, 但并不能考虑群井效应, 且计算原理并非严格的Biot固结理论, 而严格的Biot固结方程又只能在边界条件简单的情况下采用级数和积分变化方法才能求得其解析解。因此, 从

上世纪七十年代, 有限单元法开始被应用于模拟砂井地基固结。由于在软基内插入具有空间分布形态的砂井, 本质上砂井地基固结是个三维问题, 但至今为止, 真正意义上的三维有限元计算(三维变形-三维渗流)仍然非常少见。主要原因之一是三维应力应变的有限元计算工作量很大, 其二是合理建立软土-砂井地基的三维离散模型相当困难。因此长期以来, 国内外学者要么利用平面应变把砂井地基空间固结问题转换到地基的剖面二维问题上, 即将砂井“等效”处理为“砂

墙”^[1-3], 要么采用平面应变 - 空间渗流分析法 (PDSS 法) 将地基变形当作平面问题来处理^[4]。“砂墙”等效法虽然带来了降维的优点, 但由于计算模型和实际的受力、渗流情况有较大的区别, 因此, 一般仅能对表面沉降较好地进行分析, 而对地基中某点的孔压, 由于无法确定其与实际工程的对应位置而无法分析。少数学者对砂井地基做过三维有限元分析, 但砂井数目极其有限, 计算范围也很小。国内学者刘汉龙等对某高速公路真空 - 堆载联合预压处理段进行了三维有限元分析, 但并未考虑井周的涂抹效应^[5]。王旭升在对称性原理和 Biot 固结理论基础上, 对三维渗流 - 二维变形的有限单元法 (PDSS 法) 进行了改进给出了砂井地基经济合理的三维剖分方案, 并用于真空联合堆载预压下砂井路基固结变形的工程模拟^[6]。国外曾有学者采用 ABAQUS 软件计算呈正方形布置的九口井, 结果表明, 三维情况下固结度比平面应变情况时的固结度要小。

目前, 广州港南沙港区有上千万平方米的软土需采用真空预压法加固, 在设计之前, 需要预测加固效果和影响区范围。本文根据大面积砂井地基的变形特点, 提出了将涂抹效应对涂抹区内土体渗透性的弱化作用均化到单个砂井有效区内土体水平渗透系数中去的方法, 既可以考虑涂抹效应, 又可减少前处理工作量, 并探讨了合理的单元划分方式, 建立了大规模的三维计算模型, 以消除小模型引起的边界影响, 其简化条件较少, 并考虑了土体分层, 较真实地模拟了砂井地基的固结。文中结合实际工程进行了计算, 将计算结果与现场实测结果进行了比较和分析, 得到了一些有益的结论。

1 三维有限元计算的前处理

1.1 涂抹区的处理

施工过程中打设竖向排水体对周围的土体会产生一定的扰动, 即在竖向排水体表面有一定的涂抹作用, 这种作用会使得井周黏土薄层的渗透性减小, 从而影响整个土层的固结速率。曾国熙等认为, 涂抹区半径为成孔半径的 2~3 倍, 涂抹区渗透系数是原状土的 1/4 左右, Hird 则认为前一个数值为 1.2~1.6, 后一个数值为 1/3^[7]。而要在大片砂井地基的三维模型上反映井周涂抹区的几何尺寸是很困难的, 这会使得前处理工作变得非常繁琐, 而且还会增加计算模型的内存。笔者认为, 砂井地基固结既然是以径向固结为主^[8], 而涂抹效应导致的最终结果是使井周涂抹区范围内土的渗透性降低, 进而使固结速率减小, 因此, 就单井而言, 可以认为涂抹效应的存在会使井周影响区范围内的土体水平向渗透系数减小, 这样在建立大面

积砂井地基计算模型时, 就无需将涂抹区的几何尺寸反映在模型上, 但单井影响区范围内的土体水平向渗透系数依然会受涂抹区的影响而减小, 两者之间的换算关系必须满足固结度相等的原则。

谢康和求得在等应变条件下砂井地基考虑井阻和涂抹作用径向排水固结的精确解为^[9]

$$\overline{U}_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-B_r t}, \quad (1)$$

式中, $B_r = \frac{8C_{vh}}{(F_a + D)d_e^2}$, $D = \frac{8G(n^2 - 1)}{M^2 n^2}$, $M = \frac{2m+1}{2}\pi$,

$$m = 0, 1, 2, \dots. \quad G = \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{H}{d_w} \right)^2, \quad F_a = \left(\ln \frac{n}{s} + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{n^2}{n^2 - 1} + \frac{s^2}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{k_h}{k_s} \right) \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \frac{k_h}{k_s} \frac{1}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right).$$

n 为井径比, $n = r_e/r_w$, $s = r_s/r_w$ 。 H 为砂井长度, r_w 为砂井半径, k_w 为砂井渗透系数, r_s 涂抹区半径, k_s 为涂抹区内土体渗透系数, r_e 为砂井影响区半径, k_v 、 k_h 分别为影响区土体竖向和水平向渗透系数。

假设将涂抹效应对涂抹区内土体渗透性的影响均化在 $r_w \sim r_e$ 范围内的土体中, 则 $s = 1$, $k_h/k_s = 1$, 但此时井周土的水平向渗透系数已受涂抹效应而减小了, 记为 k'_h , 径向平均固结度记为 \overline{U}'_r , 则由式 (2) 可得不考虑涂抹区几何尺寸时径向排水固结度的表达式为

$$\overline{U}'_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-B'_r t}, \quad (2)$$

式中, $B'_r = \frac{8C'_{vh}}{(F'_a + D')d_e^2}$, $F'_a = \left(\ln n - \frac{3}{4} \right) \frac{n^2}{n^2 - 1} + \frac{1}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right)$, $C'_{vh} = \frac{k'_h}{\gamma_w m_v}$, $G' = \frac{k'_h}{k_w} \left(\frac{H}{d_w} \right)^2$, $D' = \frac{8G'(n^2 - 1)}{M^2 n^2}$ 。

其余变量和参数意义同前。此时的 F'_a 就是巴隆等应变解析解里未考虑涂抹效应的 $F(n)$ 因子^[10], 考虑到变换前后的径向平均固结度要相同, 则有

$$\overline{U}_r = \overline{U}'_r. \quad (3)$$

由式 (3) 可得将涂抹效应均化到 $r_w \sim r_e$ 范围内的土体中后的水平向渗透系数 k'_h 表达式为

$$k'_h = \frac{F'_a}{F_a} k_h. \quad (4)$$

下面通过一算例来比较上述方法的单井三维有限元数值解与解析解区别。计算参数如下: $n=16$, $d_w=7$ cm, $s=2.0$, $k_h/k_s=2.0$, $k_w=1.0 \times 10^{-2}$ cm/s, $k_h=k_v=1.0 \times 10^{-7}$ cm/s, $H=10$ m, $E_0=1.0 \times 10^7$ Pa, $\nu=0.35$ 。由式 (1) ~ (4) 计算, 可得 $k'_h=0.7445k_h$ 。计算条件为: 地表面荷载 $p=85000$ Pa, 瞬时施加, 加载时间为 100

d。地表为透水面,位移自由;基底不透水,竖向位移约束。由图1可发现,考虑涂抹区几何尺寸与将涂抹区效应均化到井周土水平向渗透系数的计算结果非常接近,最大误差不超过4%,证明该方法是可行的。对于大面积砂井地基三维计算模型而言,该方法既可考虑涂抹效应对土体水平向渗透性的弱化,又可大大减小前处理的工作量。本文采用该法对加固区土体的水平向渗透系数应用式(4)考虑涂抹区对固结过程的影响。

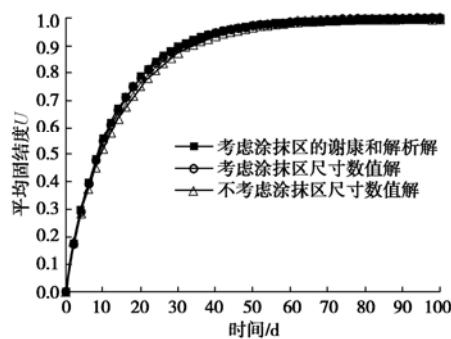


图1 涂抹效应对固结度的影响

Fig. 1 Smear effects on degree of consolidation

1.2 单元划分方式比较

由于砂井尺寸太小,单元划分时必须注意与周围土体之间的联系。单元划分得太密,对大面积砂井地基而言,计算成本将增加很大,但是如果单元划分得太疏,又不能准确反映出砂井附近土体的渗流特性。笔者认为,由于砂井尺寸太小,如果建立单井模型,可以在水平方向将砂井划分为若干个单元,并在井周土体划分过渡单元;但如果建立大面积砂井地基计算模型,这种划分方法会导致计算规模太大而无法进行运算。为方便建模,按照面积相等的原则,将截面尺寸为 $100 \times 4\text{ mm}$ 的塑料排水板等效为边长为2 cm的正方形。按4种方法对单井进行网格划分,方法1,2,3,4的单元横向尺寸分别为0.1,0.2,0.2 m和0.4 m,其中,方法1,4的竖向尺寸相同,均为1 m,方法2,3的竖向尺寸不同,分别为0.5 m和1 m。

从计算结果与解析解的比较情况来看(图2),竖直方向上单元的尺寸大小对计算结果影响很小,而水平方向(横向)单元尺寸的大小对固结度会产生较大的影响。横向单元尺寸越大,固结越快,反之,则固结较慢。因此,划分单元时,横向上的单元不可划分得太疏,但太密集了又会增加计算成本。方法1细化了横向单元尺寸,计算结果很接近解析解,但单元数目太多;方法2与方法3的计算结果很接近,但后者单元数目仅是前者的一半;方法4的平面网格过于粗糙,计算得出的固结度与解析解结果相差较大。因此

选择方法3的单元划分方式可降低计算成本并满足工程精度。

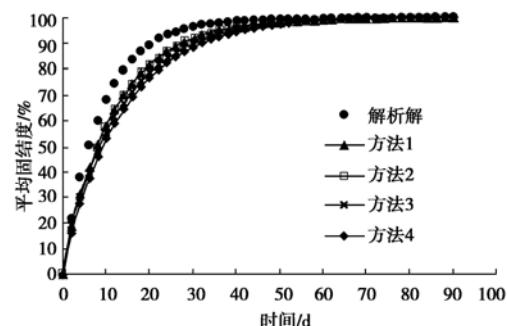


图2 网格尺寸对固结度的影响

Fig. 2 Effects of mesh size on degree of consolidation

2 计算原理

将土体视为一种多孔介质,固结过程就是土骨架与孔隙水相互作用的结果。地基固结变形的理论基础是比奥固结理论,其有限元格式可参考相关文献,限于篇幅,这里不再赘述。本文采用有限元软件ADINA来进行三维有限元计算,固结计算是一个非线性的瞬态问题,ADINA程序采用欧拉向后积分法求解平衡方程和连续方程,在固结计算中选用逐渐递增的时间步长,以避免引起孔压在初始扩散阶段的振荡分布,时间步长取值可由下式确定^[4]

$$\Delta t = \left(\frac{1}{4} \sim 1\right) \frac{\Delta H^2}{C_v} \quad . \quad (5)$$

单纯的真空预压或以真空预压为主的真空联合堆载预压,其本构方程宜采用弹性本构方程^[11]。沈珠江、陆舜英^[12]在Biot固结理论基础上采用不同的本构模型分析了一个 $50\text{ m} \times 60\text{ m}$ 试验场地的软土在真空作用下的固结变形过程,计算结果表明弹性模型与实测值最为接近。由于本文主要考虑真空预压加固软土地基的主固结沉降,因此采用弹性本构方程进行三维有限元分析。

3 实例计算

广州南沙港龙穴岛某真空预压工程,加固区域为 $180\text{ m} \times 190\text{ m}$ 的矩形,塑料排水板按 $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 正方形布置,打设深度为22 m。其工程土层条件为:第1层为回填砂,厚2 m;第2层为吹填土,厚4 m;第3层为淤泥,流塑~软塑,厚4 m;第4层为粉质黏土,可塑,厚3 m;第5层为淤泥质土,软塑,厚3 m;第6层为粉质黏土,局部可塑,厚6 m;第7层基底为黏性土,可塑,厚18 m。该区于2006年12月开始塑料排水板施工,2007年2月5日开始试抽真空,2

表 1 有限元计算参数

Table 1 Parameters of FEM

土层	厚度/m	密度 /(g·cm ⁻³)	渗透系数/(cm·s ⁻¹)			泊松比 ν	变形模量 E_0/MPa
			k_h	本文方法 k'_h	k_v		
①回填砂	2	1.80	1×10^{-3}	7.45×10^{-4}	1×10^{-3}	0.30	11.24
②吹填土	4	1.75	5×10^{-6}	3.73×10^{-6}	1×10^{-7}	0.32	1.24
③淤泥	4	1.60	1×10^{-8}	7.45×10^{-9}	1×10^{-8}	0.40	0.95
④粉质粘土	3	1.70	4×10^{-6}	2.98×10^{-6}	4×10^{-6}	0.35	5.60
⑤淤泥质土	3	1.75	5×10^{-6}	3.73×10^{-6}	5×10^{-7}	0.38	2.10
⑥粉质粘土	6	1.70	4×10^{-6}	2.98×10^{-6}	1×10^{-6}	0.35	5.60
⑦粘性土	18	1.80	1×10^{-7}	1.00×10^{-7}	1×10^{-7}	0.32	3.70
⑧密封墙	7	1.50	1×10^{-6}	1.00×10^{-6}	1×10^{-6}	0.34	0.63

月 13 日真空度达到 85 kPa, 到 2007 年 5 月 9 日恒载时间达 85 d。为了与三维有限元计算结果相比较, 在 S23 区的 1/4 区域埋设了监测仪器, 布置如图 4 所示。

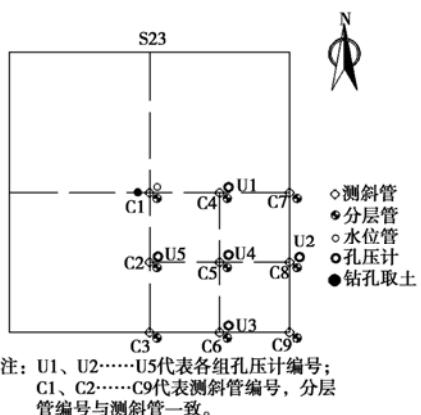


图 3 试验区监测仪器平面布置图

Fig. 3 Layout of monitoring instruments in experimental area

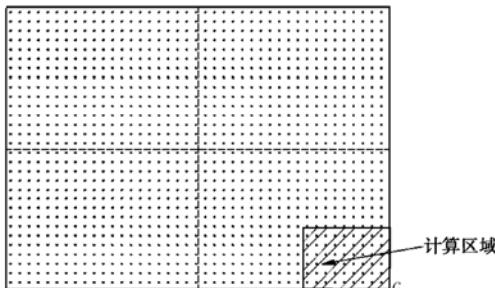


图 4 S23 区计算区域

Fig. 4 Calculation range in zone of S23

由于加固区面积很大, 砂井密布, 若要完全将加固区的砂井都在有限元模型中反映出来, 那几乎是不可能实现的。正因为加固区面积很大, 所以距离边界较远的砂井受边界的影响已很小, 但如果仅仅取边界附近一小范围内的砂井地基作为计算区域, 则边界必然会对加固区产生较大的影响。文献[13]通过平面有限元计算, 认为当计算区域的长、宽大于 10 m 时, 土体变形受加固区面积影响很小。因此, 本文从 1/4 加固区中取出 17 m×17 m 作为计算区域, 当中包含了 289 口井。文献[14]提到, 广州南沙港区真空预压

对周围环境影响大于 30 m, 本文取加固区外 50 m 作为影响区, 地基深度为 40 m, 三维模型尺寸为 67 m×67 m×40 m。采用前面提到的网格划分方法 3, 共计 95832 个结点, 88725 个单元。

根据加固前现场钻孔取土样进行固结及三轴等室内试验, 可得各层土的有限元计算参数如表 1 所示, 其中, 变形模量 E_0 通过压缩模量 E_s 换算得到, 即

$$E_0 = \left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right) E_s.$$

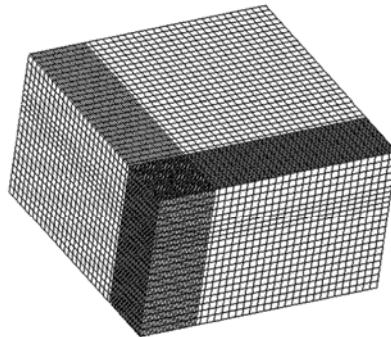


图 5 三维有限元模型

Fig. 5 3D FEM model

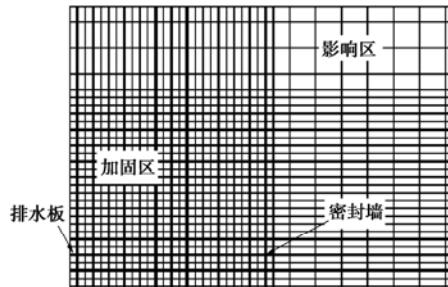


图 6 三维模型平面图

Fig. 6 Plan of 3D model

边界条件为: 加固区地表所有节点的孔隙水压力为负的真空压力 (-85 kPa), 影响区地表孔隙水压力为 0, 其它边界的孔压未知。约束条件为: 竖向边界面均为水平位移以及不透水边界, 竖向位移无约束, 基底为竖向、水平向位移约束, 同时, 也是不透水边

界。地表位移自由。从前人对真空预压法加固地基的有限元计算实例来看,极少有学者对密封墙的处理进行报道。笔者认为,作为砂井地基的内边界,理想状态下,密封墙是不透水、不透气的,因此在三维计算模型中,假定密封墙的内边界(靠加固区侧)水流量为零。

4 计算结果分析

计算的表面沉降曲线如图7所示,计算结果与实测值在趋势上是比较接近的。从抽真空时间来看,40 d以后表面沉降基本趋于稳定。对比发现,在抽真空初始阶段,计算值要稍大于实测值,产生这种差异的原因在于计算模型所选择的本构、计算参数等与实际土层情况有所出入,但从趋势上来看,有限元的计算结果还是比较令人满意的。图8比较了根据实测沉降量—时间曲线,利用双曲线法拟合的固结度—时间曲线与计算值的比较,从图可看出,计算值在抽真空初始阶段(0~25 d)要比双曲线法的拟合值大,之后与拟合值相近。

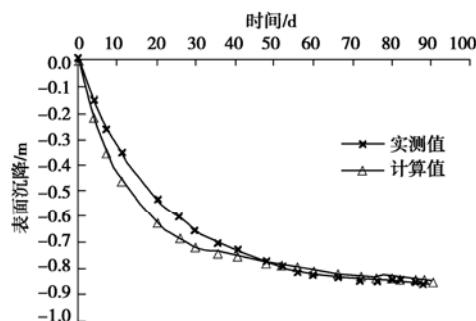


图7 加固区中心表面沉降

Fig. 7 Surface settlement on central of improved area

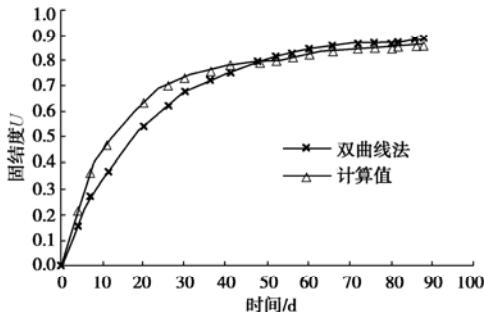


图8 加固区中心固结度

Fig. 8 Degree of consolidation on center of improved area

图9是加固区中心竖向位移随深度变化的曲线,对应的时间分别是2, 6, 40, 60和90 d。从图中可以看出,6 d以后的表面沉降($z=0$ m处)就已经超过了总沉降的50%,文献[8]对南沙港超软弱土的真空预压现场试验结果表明,抽真空后第5天的表面沉降就已经达到总沉降的50%以上,与本文的计算结果相同。

竖向位移主要发生在地表以下25 m范围之内的土层,且越接近地基表层,沉降发生得越快;25~30 m范围内的土层,尚有约8 cm的沉降发生,塑料排水板打设深度是22 m,这说明有效加固深度可以抵达塑料排水板以下的土层。

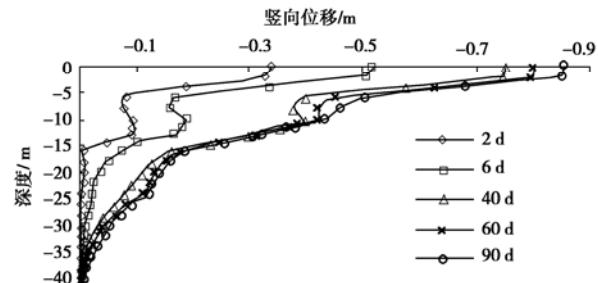


图9 加固区中心竖向位移随深度变化曲线

Fig. 9 Variation of vertical displacement with depth on center of improved area

图10是关于地表沉降在不同时段随距加固区中心距离变化的关系。从计算结果可看出,离加固区中心越远,表面沉降越小。密封墙设在距离中心18.2 m处,在小于18.2 m范围内的加固区,沉降值较大,原因是区内土层超孔压降低值远大于密封墙外的土体,因此有效应力的增量也大,导致区内土体的沉降值较大,区内土体沉降呈锅底形;在密封墙以外的影响区,沉降值迅速减小。密封墙内外区域的沉降差异说明了密封墙隔水、隔气的作用明显。抽真空40, 60, 90 d在加固区外产生的沉降很接近,对比这几个时段区内沉降特点,说明区内、外的沉降是同步进行的,即抽真空40 d,区外沉降趋于稳定。模型的影响范围约有40 m,在该处仍有约2.0 cm的沉降发生。从本文的数值计算看,真空预压会使加固区、外土层产生不均匀沉降。

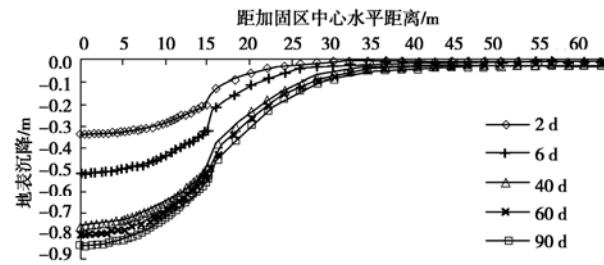


图10 地表沉降随距加固区中心距离变化曲线

Fig. 10 Variation of surface settlement with distance to center of improved area

真空预压法区别于堆载预压法一个显著特点就是土体水平位移方向朝区内,而堆载预压法土层的水平位移是朝向区外的,本文的数值计算结果也证明了这点。图11是地表水平位移在不同时间随距加固区中心

距离变化的曲线, 地表水平位移与距离变化曲线呈“V”型, “V”的顶点就在加固区边界附近, 即在该处产生的水平位移最大。距离密封墙越远, 水平位移越小, 方向均是朝向加固区内。从数值上看, 距离密封墙 40 m 处产生了约为 4 cm 的水平位移, 水平位移最大值出现在距离加固区边界 2 m 处, 约为 25 cm。

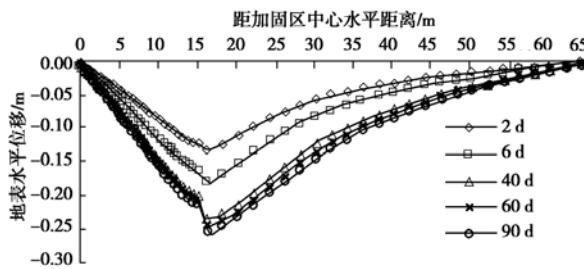


图 11 地表水平位移随距加固区中心距离变化曲线

Fig. 11 Variation of horizontal surface displacement with distance to central of improved area

图 12 是加固区中心以下 6 m 处的孔压随时间变化曲线, 对比发现, 孔压的计算值前期与实测值很接近, 35 d 后计算值偏大且曲线很连续, 不像实测数据那样呈波状上下振荡, 但从孔压的消散趋势来看, 计算结果反映了真空预压的加固机理, 就是抽真空导致土体孔压减低, 从而产生固结。

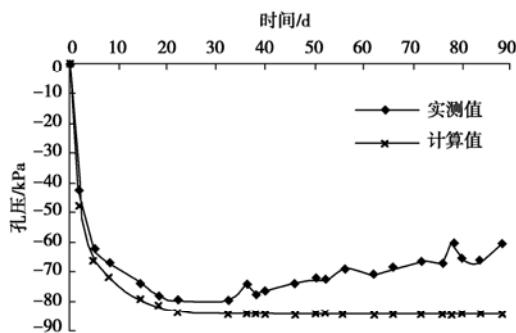


图 12 加固区中心-6 m 孔压随时间变化曲线

Fig. 12 Variation of pore pressure with time at depth of -6 m on center of improved area

图 13, 14 分别是加固区边角点 C 的表面水平位移和该处地表以下 6 m 深处的沉降。从图可看出, C 点处的表面水平位移在抽真空开始至 30 d 这段时间内与实测值比较接近, 其后, 计算值趋于稳定, 而实测值则出现两个明显的拐点, 因此与计算值相差较大; C 点地表以下 6 m 处的沉降与分层沉降观测值比较吻合, 数值在总体上小于实测值, 但曲线趋势与实测结果一致, 抽真空结束后, 该处的沉降值小于 0.4 m。

5 结 论

本文结合实际工程, 对真空预压法加固软基作三

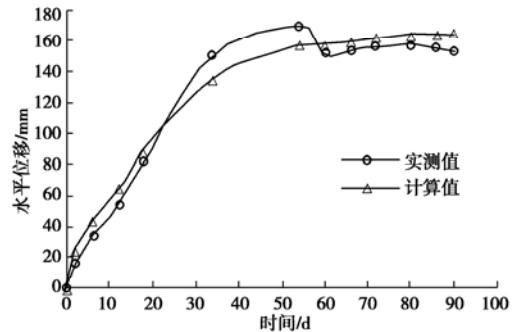


图 13 C 点水平位移随时间变化曲线

Fig. 13 Variation of horizontal displacement with time at point C

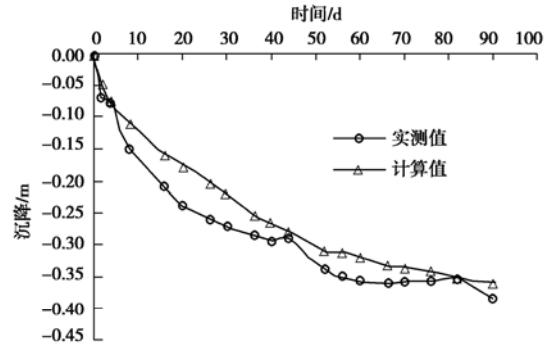


图 14 C 点以下 6 m 处沉降随时间变化曲线

Fig. 14 Variation of settlement with time at depth of -6 m under point C

维有限元分析, 可得到如下结论:

(1) 将涂抹效应对涂抹区内土体渗透性的弱化作用转化为减小单井有效区范围内土体的水平向渗透系数, 既考虑了涂抹效应, 又可大大减少前处理工作; 砂井地基单元横向尺寸对固结过程影响较大, 单元竖向尺寸对固结影响很小。

(2) 本次计算将土体视为多孔介质, 采用比奥固结理论和弹性本构, 根据砂井地基变形特点建立了三维计算模型, 较基于平面应变原理的“砂井”等效为“砂墙”的方法更接近实际情况, 并考虑了密封墙的隔水、隔气作用, 计算结果与实测值较为接近。

(3) 通过有限元计算, 从加固区外地表沉降和水平位移随距加固区距离变化曲线说明真空预压法加固软基的影响范围达 40 m 以上。

(4) 本次孔压计算结果在抽真空前期与实测值很接近, 中后期比实测值要大, 但消散趋势与实测值基本一致。

致谢: 广州四航工程技术研究院广州港南沙港区二期工程监测部为本文提供现场试验数据, 在此表示感谢!

参 考 文 献:

- [1] 沈珠江. 用有限单元法计算软土的固结变形[J]. 水利水运

- 科技情报, 1977(1): 7 - 12. (SHEN Zhu-jiang. Consolidation deformation analysis of soft clay using finite element method[J]. Hydro-Science and Engineering, 1977(1): 7 - 12. (in Chinese))
- [2] HIRD C C, PYRAH I C, RUSSELL D. Finite element modeling of vertical drains beneath embankments on soft ground[J]. Geotechnique, 1992, **42**(3): 499 - 511.
- [3] INDRATNA B, REDANA I W. Plane-strain modeling of smear effects associated with vertical drains[J]. Journal of Geotech and Geoenvironment Engineering, 1997, **123**(5): 474 - 478.
- [4] 谢康和, 周 健. 岩土工程有限元分析理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002. (XIE Kang-he, ZHOU Jian. Theories and applications of finite element analysis on geotechnical engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese))
- [5] 刘汉龙, 彭 劍, 陈永辉, 等. 真空 - 堆载预压处理高速公路软基的有限元计算[J]. 岩土力学, 2003, **24**(6): 1029 - 1033. (LIU Han-long, PENG Jie, CHEN Yong-hui, et al. Analysis of 3-D Biot consolidation FEM of expressway's soft foundation improved by vacuum combined surcharge preloading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(6): 1029 - 1033. (in Chinese))
- [6] 王旭升, 陈崇希. 砂井地基固结的三维有限元模型及应用[J]. 岩土力学, 2004, **25**(1): 94 - 98. (WANG Xu-sheng, CHEN Chong-xi. 3D finite element modeling of consolidation for sand drained foundations and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(1): 94 - 98. (in Chinese))
- [7] 杨顺安, 吴 剑, 刘昌辉. 黏性土 - 砂井地基单井固结模型的改进[J]. 水文地质工程地质增刊, 2004(增): 38 - 42. (YANG Shun-an, WU Jian, LIU Chang-hui. Improved model of consolidation for single sand drain on foundations with cohesive soil layers[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2004(S): 38 - 42. (in Chinese))
- [8] 张功新. 真空预压加固大面积超软弱吹填淤泥土试验研究及工程应用[D]. 广州: 华南理工大学, 2006. (ZHANG Gong-xin. Experimental study on large area super-soft reclamation silt consolidated by vacuum preloading and engineering application[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2006. (in Chinese)).
- [9] 龚晓南. 高等土力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2004. (GONG Xiao-nan. Advanced soil mechanics[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2004. (in Chinese))
- [10] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996. (QIAN Jia-huan, YIN Zong-ze. Theory and numerical calculation of soil engineering[M]. Beijing: China Water Power Press, 1996. (in Chinese))
- [11] 岑仰润. 真空预压加固地基的试验及理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2003. (CEN Yang-run. Vacuum preloading: experimental and theory[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003. (in Chinese))
- [12] 沈珠江. 软土地基真空排水应用固结变形分析[J]. 岩土工程学报, 1986(3): 7 - 15. (SHEN Zhu-jiang. Analysis of consolidated deformation of soft soil improved by vacuum preloading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986(3): 7 - 15. (in Chinese))
- [13] 朱继伟, 闫澍旺, 孙万禾. 真空预压侧向变形影响因素的研究[J]. 水运工程, 2004, **360**(1): 16 - 20. (ZHU Ji-wei, YAN Shu-wang, SUN Wan-he. A study on factors affecting lateral deformation of vacuum preloading[J]. Port & Waterway Engineering, 2004, **360**(1): 16 - 20. (in Chinese))
- [14] 邱青长. 真空预压加固地基流体运动分析及工程应用[D]. 广州: 华南理工大学, 2007. (QIU Qing-chang. Fluids movement analysis in ground improved with vacuum preloading and its engineering application[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2007. (in Chinese))