

# 离散大块体断裂破坏分析方法研究

马永政<sup>1</sup>, 朱合华<sup>1</sup>, 郑 宏<sup>2</sup>, 蔡永昌<sup>1</sup>

(1. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

**摘要:**一般离散单元计算方法(包括DDA方法)受离散块体低阶线性位移近似的限制,在模拟开裂过程时,需要将大部分实际上连续的区域离散化,离散方式对分析结果有显著影响。为了建模时利用真实结构面来构造块体系统,提高大块体位移应力分析精度,有必要引进新的位移近似假设。本项研究在块体内引入无网格法位移模式,以离散节点位移自由度代替原基本块体自由度,并在此基础上进行块体内非贯穿裂纹扩展和强度破坏分析。为此建立的无网格法裂纹扩展分析算法,采用满足单位分解条件的特殊增强型函数表达裂纹周围应力场的非连续、奇异特性,将对应的扩展自由度动态映射到裂纹周围的节点上,统一按DDA法隐式迭代方式求解,实现块体裂纹扩展和强度分析,相关算例结果显示该算法是合理有效的。

**关键词:**离散块体; 非连续变形分析法; 无网格法; 位移近似; 单位分解; 裂纹扩展

**中图分类号:** TB115      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2009)03-0396-06

**作者简介:** 马永政(1975 - ),男,博士,主要从事岩土工程数值仿真分析研发工作。E-mail: xyz\_kent@163.com。

## On a numerical method for analyzing large discrete blocks' fracture and breakage

MA Yong-zheng<sup>1</sup>, ZHU He-hua<sup>1</sup>, ZHENG Hong<sup>2</sup>, CAI Yong-chang<sup>1</sup>

(1. Key Lab of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** Restricted by the assumption of low-order linear displacement approximation in each block, Discrete Element Methods (including DDA) often have to mesh many continuum parts of the problem domain into small discrete blocks when simulating crack propagation problems, and the result is very sensitive to the very way that divides the domain. In order to construct the block system with physical structural planes as consistently as possible and improve precision of displacements and stresses results, it is indispensable to introduce new efficient displacement approximations. This method newly introduces meshfree approximations, meshfree nodal displacements are taken as the degrees of freedom instead of block rigid movements and strains. Based on this improvement, analysis of cracks' propagation inside blocks can be conducted. The detailed algorithm on analyzing cracks exploration inside blocks is: enriched approximations which describe singular crack tips fields and discontinuous crack faces are employed under the Partition of Unity theory; the enriched nodes surrounding crack tips or faces are respectively mapped with corresponding enriched degrees of freedom, and the solution of all these degrees of freedom is uniformly proceeded by the implicit iteration algorithm of DDA, then fracture and breakage of DDA blocks can be analyzed. The numeric examples show this algorithm is rational and efficient.

**Key words:** discrete block; DDA; meshless or meshfree method; displacement approximation; partition of unity; crack propagation

## 0 引言

岩体工程中普遍存在的低地应力水平脆断破坏现象推动了岩体断裂力学的发展,人们不断试图用各种理论计算方法以及其他手段来分析预测之。在模拟裂纹方面,采用连续性方法建立在经典强度理论或断裂力学理论上,在准确模拟少量裂纹扩展方面取得了许

多成果,包括有限元、边界元、无网格法等:有限元法方面如采用奇异单元模型、节点释放技术、局部网格重构技术以及不需要调整网格的扩展有限元法<sup>[1]</sup>

基金项目:国家自然科学基金项目(90715028, 40672184)

收稿日期:2008-02-21

等; 无网格法模拟裂纹扩展因不需要单元网格而具有一定的优势, 如以Belytschko等为代表发展的相关算法<sup>[2]</sup>。另外国内学者还尝试利用流形元或相关耦合方法研究裂纹问题, 如张国新等<sup>[3]</sup>研究流形元与边界元耦合分析结构体破坏, 王水林等<sup>[4]</sup>发展高阶流形法研究裂纹扩展, 李树忱等<sup>[5]</sup>发展无网格流形法等。这些方法中无网格法模拟裂纹灵活方便因而受到重视。

而另一类离散单元计算方法(包括Cundall提出的DEM法、石根华的DDA法<sup>[6]</sup>)则适合模拟较多裂缝的问题以及对破坏过程的模拟, 受到越来越多重视。其通过建立块体系统, 在块体间设置法向和切向弹簧, 根据拉剪强度破坏理论决定裂纹的生成和扩展<sup>[7-8]</sup>。其缺点是除了直接表达实际界面特征, 如断层、节理等, 往往需要离散大部分连续的区域, 形成大量人工界面, 并要求分别设定这两类界面的力学参数, 离散方式和界面参数的选取均显著影响计算结果, 只有采用细分小块体可一定程度忽略裂纹扩展路径的影响。陈文胜等<sup>[9]</sup>指出建立物理、力学上与原型更接近的离散单元网格模型是其发展方向之一。

笔者认为要建立与实际更接近的非连续体模型, 显然需要对任意复杂形状的大块体进行分析, 需改变线性变形体模型假设。因此, 在文献[10]研究了在块体上仅布置离散节点, 进行无网格位移插值的方案, 实现可按实际界面建模分析, 避免对连续区域过多的离散化、可进行大块体分布应力场及弯曲变形分析等。

本文则在无网格法插值块体位移的研究基础上, 进行大块体内部裂纹扩展及断裂破坏方面的研究。为此, 提出了分别对完整块体和含局部裂纹的非完整块体的位移模式表述; 对于非完整块体, 则引用了线弹性裂纹特征函数<sup>[11]</sup>, 并基于单位分解理论<sup>[12]</sup>建立局部增强型位移近似模式(可参考扩展有限元法文献[13])。这样处理的目的是为了提高块体裂纹特征的分析精度, 而不用针对裂纹位置变化改变整体上节点布置的疏密。非完整块体内的裂纹扩展分析则遵循了线弹性断裂力学理论, 并借鉴无网格法裂纹扩展分析的原理方法。本文提供了大块体强度破坏区域分析、裂纹分布应力场和扩展路径分析等方面的算例结果, 从多方面初步表明该方法模型可为大块体断裂破坏分析提供有效参考。

## 1 块体位移模式

### 1.1 完整块体位移模式

DDA法以块体的整体刚体位移和变形作为自由度, 仅能表达块体常应力应变模式。如果分别在两块体上均匀布置离散节点, 以节点位移自由度为未知量,

则可利用无网格法位移模式插值块体位移, 文献[10]介绍了相关完整的分析算法, 为了进行块体裂纹分析, 提出利用移动最小二乘法近似(MLS), MLS介绍可参考文献[2]等。记MLS形函数为 $N(\mathbf{x})$ , 则块体*i*常规位移函数可表述为

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = (\mathbf{u} \quad v) = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}_i, \quad (1)$$

式中, 块体*i*的总插值节点数为*n*,  $N_i(\mathbf{x})$ 为形函数分量,  $\mathbf{u}_i$ 为节点对应的位移向量。而含裂纹块体的位移模式分析需按下一节1.2进行。

### 1.2 含裂纹的非完整块体位移模式

对于含裂纹的非完整块体, 参考文献[1, 11]引入表达裂纹位移渐进场和非连续场等特征的基函数。根据断裂力学理论, 描述裂纹尖端位移渐进场的极坐标( $r \theta$ )形式基函数项 $\phi_\alpha$ 如下:

$$[\phi_\alpha, \alpha=1-4] = [\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2}], \quad (2)$$

裂纹面两侧不连续性位移用跳跃函数描述, 如下式(3), 其中 $\mathbf{x}^*$ 为裂纹面上距离计算点 $x$ 最近的点,  $n$ 为裂纹表面在 $\mathbf{x}^*$ 处的外法线矢量:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & (x - \mathbf{x}^*) \cdot n \geq 0, \\ -1, & (x - \mathbf{x}^*) \cdot n < 0. \end{cases} \quad (3)$$

根据单位分解理论以及参照扩展有限元法的做法, 建立体现上述裂纹特性的局部增强型位移函数的综合表达式如下:

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x}) \left[ \mathbf{u}_i + \underbrace{H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i}_{i \in N_c} + \underbrace{\sum_{\alpha=1}^4 \phi_\alpha(\mathbf{x}) \mathbf{b}_i^\alpha}_{i \in N_A} \right]. \quad (4)$$

式中 非完整块体*i*总插值节点集合为*N*(共包含*n*个节点), 位于裂纹面附近的节点集合为*N<sub>c</sub>*, 在裂纹尖附近的节点集合为*N<sub>A</sub>*,  $N_c \cap N_A = \emptyset$ ;  $N_c \cup N_A \subset N$ ;  $N_i(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{u}_i$ 为常规形函数项及节点常规位移自由度;  $H(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{a}_i$ 为跳跃函数及相应增强自由度;  $\phi_\alpha(\mathbf{x})$ 为笛卡尔坐标表达的渐进场基函数(由极坐标形式转换得到),  $\mathbf{b}_i^\alpha$ ( $\alpha=1-4$ )为相应的节点增强自由度。

## 2 裂纹块体系统分析

文献[10]研究无网格法插值DDA块体位移, 在理论上仍遵循DDA所采用的势能极值分析原理以导出刚度矩阵及载荷向量表达式。设能量表达式 $\Pi$ , 则可对块体*i*的自由度向量 $\mathbf{d}_i$ 或块体*j*的向量 $\mathbf{d}_j$ 进行求导得到对刚度子矩阵 $\mathbf{K}_{ij}$ 以及载荷子向量 $\mathbf{F}_i$ 等的贡献量

如下(符号 $\Leftarrow$ 表示式右项加到左项):

$$\mathbf{K}_{ij} \Leftarrow \partial^2 \Pi / (\partial \mathbf{d}_i \partial \mathbf{d}_j); \mathbf{F}_i \Leftarrow -\partial \Pi(0) / \partial \mathbf{d}_i, \quad (5)$$

例如对初始应力  $\sigma_0$  贡献的推导过程如下, 设其势能  $\Pi_{\sigma_0}$  为

$$\Pi_{\sigma_0} = \int_{\Omega_i} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\sigma}_0 d\Omega_i, \quad (6)$$

式中  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_y] = [u_{,x} \ v_{,y} \ u_{,y} + v_{,x}]$ 。记导数  $-\partial \Pi_{\sigma_0} / \partial d_i$  为  $D$ , 则有

$$D = \int_{\Omega_i} [-\partial(u_{,x}\sigma_x^0 + v_{,y}\sigma_y^0 + (u_{,y} + v_{,x})\tau_{xy}^0) / \partial d_i] d\Omega_i, \quad (7)$$

将无网格位移函数(1)代入上式有

$$\begin{aligned} D &= -\int_{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial d_i} \left[ \sum_{I=1}^n N_{I,x} u_I \sigma_x^0 + \sum_{I=1}^n N_{I,y} v_I \sigma_y^0 + \right. \\ &\quad \left. \left( \sum_{I=1}^n N_{I,y} u_I + \sum_{I=1}^n N_{I,x} v_I \right) \tau_{xy}^0 \right] d\Omega_i \\ &= -\int_{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial d_i} (C \cdot d_i^T) d\Omega_i = -\int_{\Omega_i} C d\Omega_i, \end{aligned} \quad (8)$$

上式即被加入到载荷子向量  $\mathbf{F}_i$ , 其中:

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_n],$$

$$C_i = [N_{I,x}\sigma_x^0 + N_{I,y}\tau_{xy}^0 \ N_{I,y}\sigma_y^0 + N_{I,x}\tau_{xy}^0].$$

另外对于块体间的接触分析: 假设  $i$  块体和  $j$  块体相互接触,  $i$  块体有  $N^j$  个节点,  $j$  块体有  $N^i$  个节点, 弹簧刚度为  $p$ , 某一点一边接触对坐标  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  及  $(x_3, y_3)$  组成的三角形面积为  $s_0$ ,  $l$  为边长度, 则可推导得接触对刚度矩阵贡献如下:

$$\mathbf{K}_{ii} \Leftarrow p \mathbf{e}^T \mathbf{e}; \mathbf{K}_{jj} \Leftarrow p \mathbf{g}^T \mathbf{g}, \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_{ij} \Leftarrow p \mathbf{e}^T \mathbf{g}; \mathbf{K}_{ji} \Leftarrow p \mathbf{g}^T \mathbf{e}, \quad (10)$$

另载荷向量部分有

$$\mathbf{F}_i \Leftarrow -ps_0 \mathbf{e}^T / l; \mathbf{F}_j \Leftarrow -ps_0 \mathbf{g}^T / l. \quad (11)$$

$\mathbf{e}$  和  $\mathbf{g}$  向量表达式与线性位移模式的 DDA 略有不同, 其分量列如下:

$$\mathbf{e}_I = (e_{I1}, e_{I2}); \mathbf{e} = (e_1, \dots, e_N),$$

$$\mathbf{g}_I = (g_{I1}, g_{I2}); \mathbf{g} = (g_1, \dots, g_N).$$

对于法向弹簧来说, 有

$$e_{I1} = (y_2 - y_3)N_I^i(x_1, y_1) / l,$$

$$e_{I2} = (x_3 - x_2)N_I^i(x_1, y_1) / l,$$

$$g_{I1} = [(y_3 - y_1)N_I^j(x_2, y_2) + (y_1 - y_2)N_I^j(x_3, y_3)] / l,$$

$$g_{I2} = [(x_1 - x_3)N_I^j(x_2, y_2) + (x_2 - x_1)N_I^j(x_3, y_3)] / l.$$

而对于切向弹簧有

$$e_{I1} = (x_3 - x_2)N_I^i(x_1, y_1) / l,$$

$$e_{I2} = (y_3 - y_2)N_I^i(x_1, y_1) / l,$$

$$g_{I1} = (x_2 - x_3)N_I^j(x_0, y_0) / l,$$

$$g_{I2} = (y_2 - y_3)N_I^j(x_0, y_0) / l.$$

其他影响要素分析如惯性矩阵、界面摩擦力、约束处理等可参考文献[10]。

注意到自由度向量  $\mathbf{d}_i$  一般需用块体  $i$  节点位移表

达, 而对于非完整块体须采用位移近似函数式(4), 其弹性应变能影响因素的分析与文献[10]做法显然不同, 处理如下 2.1 小节。

## 2.1 块体应变能刚度矩阵

设块体  $i$  弹性应变能  $\Pi_e$ , 列如下:

$$\Pi_e = \int_{\Omega_i} (\boldsymbol{\sigma}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon} / 2) d\Omega_i, \quad (12)$$

根据非完整块体的位移函数式(4), 易知:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}^r \mathbf{d}_i, \quad (13)$$

其中  $\mathbf{d}_i$  和  $\mathbf{B}^r$  分别为式(14)和(15):

$$\mathbf{d}_i = [\mathbf{u}_i \ \mathbf{a}_i \ \mathbf{b}_i^a]^T, \quad (14)$$

$$\mathbf{B}^r = [\mathbf{B}^u, \mathbf{B}^a, \mathbf{B}^b]. \quad (15)$$

上式(15)中  $\mathbf{B}^u$  为常规位移自由度对应的应变矩阵,  $\mathbf{B}^u = [\mathbf{B}_1^u, \dots, \mathbf{B}_i^u, \dots, \mathbf{B}_n^u]$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;  $\mathbf{B}^a$  矩阵与非连续场跳跃基函数对应的增强节点自由度相关的应变矩阵,  $\mathbf{B}^a = [\mathbf{B}_1^a, \dots, \mathbf{B}_i^a, \dots, \mathbf{B}_{N_c}^a]$ ,  $i = 1, \dots, N_c$ ;  $\mathbf{B}^b$  与渐近场基函数对应的增强节点自由度相关,  $\mathbf{B}^b = [\mathbf{B}_1^b, \dots, \mathbf{B}_i^b, \dots, \mathbf{B}_{N_A}^b]$ ,  $i = 1, \dots, N_A$ ;  $\mathbf{B}_i^u$  和  $\mathbf{B}_i^a$  列如式(16)~(17), 由于渐进场基函数为 4 项,  $\mathbf{B}_i^b$  矩阵对应包含 4 个子矩阵, 列如式(18)、(19)。

$$\mathbf{B}_i^u = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} \\ N_{i,y} & N_{i,x} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_i^a = \begin{bmatrix} (N_i H)_{,x} & 0 \\ 0 & (N_i H)_{,y} \\ (N_i H)_{,y} & (N_i H)_{,x} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_i^b = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i^{b1} & \mathbf{B}_i^{b2} & \mathbf{B}_i^{b3} & \mathbf{B}_i^{b4} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{B}_i^{ba} = \begin{bmatrix} (N_i \varphi_a)_{,x} & 0 \\ 0 & (N_i \varphi_a)_{,y} \\ (N_i \varphi_a)_{,y} & (N_i \varphi_a)_{,x} \end{bmatrix}, \quad (a = 1, 2, 3, 4). \quad (19)$$

根据式(5)、(12)、(13), 非完整块体应变能刚度矩阵的贡献表达式如下:

$$\mathbf{K} \Leftarrow \int_A (\mathbf{B}^r)^T \mathbf{D} \mathbf{B}^r dA, \quad (20)$$

易见, 对完整块体, 其应变能刚度矩阵仅包括  $\mathbf{B}^u$ , 其贡献表达式为

$$\mathbf{K} \Leftarrow \int_A (\mathbf{B}^u)^T \mathbf{D} \mathbf{B}^u dA. \quad (21)$$

## 2.2 载荷子向量贡献

设含裂纹块体载荷子向量为  $\mathbf{F}$ , 体积载荷为  $\mathbf{b}$ , 外载荷为  $\bar{\mathbf{t}}$ , 则载荷向量为

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}^u \ \mathbf{F}^a \ \mathbf{F}^b]^T. \quad (22)$$

式中  $\mathbf{F}^u$  为对应一般节点位移自由度  $\mathbf{u}_i$  的子向量;  $\mathbf{F}^a$  为对应自由度  $\mathbf{a}_i$  的子向量;  $\mathbf{F}^b$  为对应自由度

$\mathbf{b}_i^\alpha$  ( $\alpha=1,\dots,4$ ) 的子向量, 分别列于下式(23)~(25):

$$\mathbf{F}^u \Leftarrow \int_{\Gamma} \mathbf{N} \bar{\mathbf{t}} \, d\Gamma + \int_A \mathbf{N} \mathbf{b} \, dA , \quad (23)$$

$$\mathbf{F}^a \Leftarrow \int_{\Gamma} \mathbf{N} \mathbf{H} \bar{\mathbf{t}} \, d\Gamma + \int_A \mathbf{N} \mathbf{H} \mathbf{b} \, dA , \quad (24)$$

$$\mathbf{F}^b \Leftarrow \int_{\Gamma} \mathbf{N} \varphi \bar{\mathbf{t}} \, d\Gamma + \int_A \mathbf{N} \varphi \mathbf{b} \, dA , \\ (\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4]; \alpha=1,\dots,4) . \quad (25)$$

易见, 对于完整块体而言, 载荷子向量仅包括  $\mathbf{F}^u$ 。

### 2.3 总体刚度矩阵及荷载向量

将块体刚度子矩阵式(20)~(21)和荷载子向量式(22), 以及块体间的初始应力、接触等影响矩阵(参考文献[10]), 组装到整体矩阵和荷载向量中, 形成当前迭代时间步的平衡方程组表达式, 这与线性模式 DDA 的形式和做法基本相同, 只是每个分块子矩阵及荷载子向量的维数会随着裂纹扩展变化而动态改变, 此略。

### 2.4 裂纹扩展相关的后处理分析

获取块体内精细的位移、应力场后, 关键的后处理任务就是进行大块体强度破坏判断或内部裂纹扩展分析, 达到块体断裂破坏分析的目的。裂纹扩展分析算法暂基于线弹性断裂力学理论, 主要过程包括:

#### (1) 拉剪混合型应力强度因子计算

设张拉型应力强度因子  $K_I$  和剪切型因子  $K_{II}$ , 可采用直接法、一般围线积分法或交互积分法又称 M 积分法<sup>[14]</sup>等提取复合型裂纹的  $K_I$  和  $K_{II}$  值, 本文采用所谓 M 法, 具体参考文献[14]。

#### (2) 复合型裂纹断裂判据

引用最大周向应力理论  $\sigma(\theta)_{\max}$ , 即裂纹沿最大周向拉应力的方向开裂, 当此方向的周向应力达到临界值时, 裂纹开始失稳扩展。开裂方向角  $\theta_c$  计算如下式:

$$\theta_c = 2 \arctan \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right] . \quad (26)$$

#### (3) 裂纹扩展步长选择

可简化取裂纹扩展步长为固定值, 可设置为  $0.2a$  ( $a$  为初始裂纹长度之半)。

### 2.5 总体分析算法流程

#### (1) 前处理

除了要录入基本的块体几何信息、边界条件、初始条件信息以外还要录入裂纹几何位置信息, 并在块体上大致均匀布置无网格插值节点。

#### (2) 确定时间步长、位移比率等 DDA 控制参数

#### (3) 逐个块体计算刚度矩阵和荷载子向量

分别计算应变能刚度矩阵、边界条件、质量矩阵、接触和摩擦处理等因素对整体矩阵及荷载向量的贡献; 块体涉及裂纹分析的需对块体内节点分类成常规节点或增强型节点, 并进行处理, 见式(20)~(22)。

(4) 通过组装总体刚度矩阵建立总体平衡方程, 并求解自由度未知量。

(5) 进行块体间点边接触的开闭收敛性判断, 若不收敛则返回到第3步调整接触相关的矩阵迭代计算直到收敛。

(6) 检查块体位移是否满足最大位移比率假设, 若不满足即返回到第2步调整时间步长进行重新计算, 直到满足假设。

#### (7) 当前时间步末后处理

包括计算块体位移场、应力场, 以更新块体位形以及初始应力场等; 按2.4节进行裂纹扩展分析等。

(8) 设置时间步增量, 返回到第3步开始下一时间步分析直到结束。

## 3 算例分析

### 3.1 叠梁板极限载荷分析

悬臂叠梁板(梁尺寸均为  $10 \text{ m} \times 2.5 \text{ m}$ )受均布载荷的分析模型如图1所示, 按平面应力问题计算, 上梁板受均布压力, 两梁左端均固定。梁板弹性模量  $E=50.0 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\nu=0.20$ , 重度为  $27.0 \text{ kN/m}^3$ , 叠梁间摩擦角  $15^\circ$ , 无抗拉强度。材料内摩擦角  $35^\circ$ , 黏聚力  $35.0 \text{ MPa}$ , 抗拉强度  $9.0 \text{ MPa}$ 。



图1 承压叠梁板模型

Fig. 1 The pressed beam-over-beam plane model

初始均布竖向载荷取为  $0.25 \text{ MPa}$ , 每时间步内施加增量为  $0.05 \text{ MPa}$ , 计算表明: 第9时间步时即总均布荷载约为  $0.295 \text{ MPa}$  时梁开始发生拉伸破坏(按修正的莫尔库仑强度准则, 参考文献[15]), 在上梁左端顶部, 如图2(a)所示。继续不断加压至  $0.45 \text{ MPa}$  和  $0.55 \text{ MPa}$ , 则可能的破坏范围变大, 分别如图2(b)、(c)所示。在每梁的上端部体现张拉破坏特征, 方向下; 而在下端部还会满足压剪型破坏条件, 方向斜左向, 接近水平。

极限载荷状态时  $\sigma_x$  正应力分布如图3所示。

### 3.2 含裂纹高边坡稳定性分析

某水电站坝址含 F9 断层面以及岩层界面, 分析模型如下: 按实际非连续面将整体分成 1~3 号大块体, 布点如图4所示, 两侧为 Y 方向滑动约束、底部为固定约束, F9 断层被地层界面分割的下半部分视为

2 号块体内非贯穿裂纹，拟分析该裂纹应力强度因子水平及可能扩展路径。地层界面上下侧岩体材料参数依次如表 1。

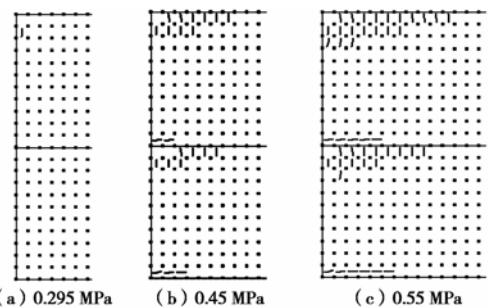


图 2 不同载荷水平破坏范围分析 (左端部附近)

Fig. 2 Breakage zones at different levels of pressure (near the left ends of the beams)

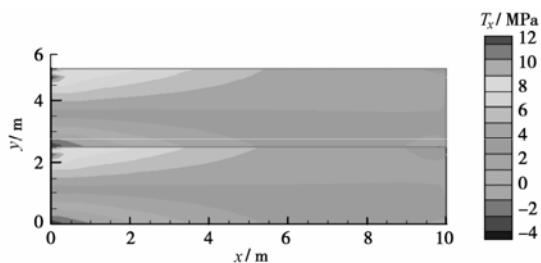


图 3  $\sigma_x$  应力分布

Fig. 3  $\sigma_x$  stress distribution

表 1 岩石材料参数

Table 1 Parameters of rock materials

岩石类别	参数				
	比重	弹性模量/GPa	强度/MPa(湿)	泊松比	
变质砂岩	2.74	50	143 抗压	8.1 抗拉	0.20
大理岩	2.74	29	75 抗压	4.1 抗拉	0.24

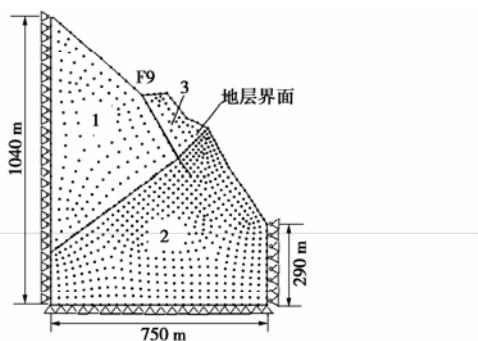


图 4 裂缝边坡稳定分析计算模型

Fig. 4 The stability analysis model for a cracked slope

2 号块体内裂纹尖端在扩展前第一主应力分布局部放大图如图 5 示, 其应力强度因子计算值  $K(I)=14.87$  ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ ) ;  $K(\text{II})=38.10$  ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ ) , II 型破坏可能甚于 I 型破坏; 该因子值实际上已超过了一般岩石材料的断裂韧度<sup>[16]</sup>, 裂纹扩展路径如图 6 所示, 对应扩展点坐标及扩展到该点时应力强度因子如下表 2 所示。

表 2 扩展点坐标及应力强度因子值

Table 2 Propagating crack-tip's coordinates and SIF values

X/m	Y/m	$K(\text{I})/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$	$K(\text{II})/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$
484.017	1743.82	-14.870	38.1000
489.846	1738.33	-23.2200	30.7817
495.898	1733.11	-38.9173	27.8073
502.529	1728.63	-40.5250	37.2901
509.177	1724.18	-49.6478	31.6431
515.698	1719.55	-51.0932	29.7613
522.441	1715.24	-48.5035	35.4457
529.469	1711.40	-48.5149	37.7752
536.214	1707.10	-67.5221	35.2274
542.933	1702.76	-51.5279	31.9088
549.960	1698.94	-59.2546	46.7925
557.274	1695.69	-56.5603	45.7307
564.825	1693.03	-54.1090	43.5281
572.133	1689.75	-73.3152	36.8912
579.336	1686.25	-74.5121	43.0589
586.649	1682.99	-57.5522	39.8274
594.125	1680.13	-58.2296	43.2212
601.658	1677.45	-67.3205	45.2793
609.236	1674.88	-60.3140	39.8382
616.959	1672.79	-56.1261	42.6033
624.743	1670.95	-68.7133	47.6633
632.457	1668.83	-78.6715	44.7753

注: 表中各点在裂纹扩展中逐步产生, 其位置会被不断更新以包含各时间步内的新位移增量。

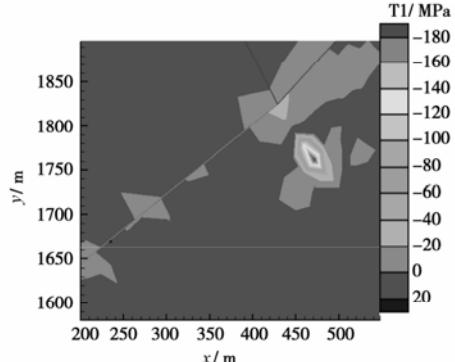


图 5 裂纹尖端第一主应力分布

Fig. 5 The 1st principal stress field around the crack tip

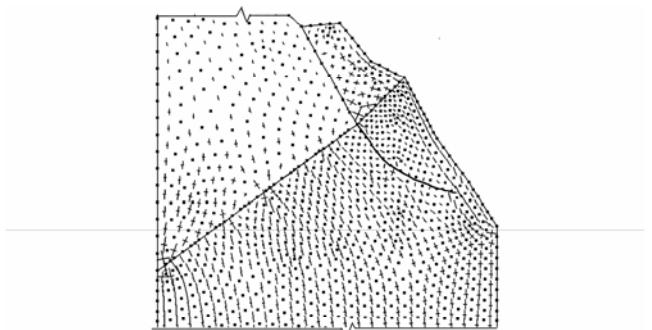


图 6 裂纹扩展路径及应力矢量场

Fig. 6 Crack propagation path and stress vector field

## 4 结 论

(1) 本文为研究大块体断裂破坏问题提供了新的分析方法, 即无网格法插值的 DDA 法, 其意义在于改变了传统离散单元计算方法的做法, 可按实际界面建模, 尽量避免人工产生的界面, 从而减少对参数选取的依赖性, 提高了分析精度。

(2) 利用了无网格法适合裂纹扩展分析的优势建立离散块体强度破坏、裂纹扩展分析方案, 从而达到了沿界面破坏和块体完整介质破坏结合分析的目的, 并初步分析了一些简单算例, 表明结果是合理的。

(3) 值得指出的是, 本方案研究基于准静态线弹性断裂力学理论分析, 适合进行弹性结构体的断裂破坏分析: 算例 2 体现高应力水平岩体非弹性断裂力学特征, 宜基于弹塑性断裂力学理论进一步研究。

## 参考文献:

- [1] CHRISTOPHE Daux, MOES N, DOLBOW J, et al. Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, **48**: 1741 - 1760.
- [2] BELYTSCHKO T, GU L, LU Y Y. Fracture and crack growth by element-free Galerkin methods[J]. Modeling Simulations in Materials Science and Engineering, 1994, **2**: 519 - 534.
- [3] 张国新, 王光纶, 裴觉民. 基于流形方法的结构体破坏分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, **20**(3): 281 - 287. (ZHANG Guo-xin, WANG Guang-lun, PEI Jue-min. Structure failure analysis based on manifold method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, **20**(3): 281 - 287. (in Chinese))
- [4] 王水林, 冯夏庭, 葛修润. 高阶流形方法模拟裂纹扩展研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(4): 621 - 625. (WANG Shui-lin, FENG Xia-ting, GE Xiu-run. Study on crack propagation modeling by high order manifold method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(4): 621 - 625. (in Chinese))
- [5] 李树忱, 程玉民. 裂纹扩展分析的无网格流形方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(7): 1187 - 1195. (LI Shu-chen, CHENG Yu-min. A meshless manifold method for crack propagation analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(7): 1187 - 1195. (in Chinese))
- [6] SHI Gen-hua. Discontinuous deformation analysis—a new numerical model for the statics and dynamics of block systems[D]. Berkeley: Department of Civil Engineering, University of California, 1988.
- [7] 侯艳丽, 周元德, 张楚汉. 用 3D 离散元实现 I / II 型拉剪混合断裂的模拟[J]. 工程力学, 2007, **24**(3): 1 - 7. (HOU Yan-li, ZHOU Yuan-de, ZHANG Chu-han. I / II tensile shear mixed mode fracture simulation by 3D discrete element method[J]. Engineering Mechanics, 2007, **24**(3): 1 - 7. (in Chinese))
- [8] 焦玉勇, 张秀丽, 刘泉声, 等. 用非连续变形分析(DDA)方法模拟岩石裂纹扩展[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(4): 682 - 691. (JIAO Yu-yong, ZHANG Xiu-li, LIU Quan-sheng, et al. On using discontinuous deformation analysis approach for simulating rock crack propagation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(4): 682 - 691. (in Chinese))
- [9] 陈文胜, 王桂尧, 刘辉, 等. 岩石力学离散单元计算方法中的若干问题探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(10): 1639 - 1644. (CHEN Wen-sheng, WANG Gui-yao, LIU Hui, et al. Insight into some aspects of discrete element numerical methods for rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(10): 1639 - 1644. (in Chinese))
- [10] 马永政, 郑宏, 李春光. 应用自然邻接点插值法的块体非连续变形分析[J]. 岩土力学, 2008, **19**(1): 1 - 6. (MA Yong-zheng, ZHENG Hong, LI Chun-guang. Applying natural neighbor interpolation to discontinuous deformation analysis of block system[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **19**(1): 1 - 6. (in Chinese))
- [11] FLEMING M, CHU Y A, MORAN B, BELYTSCHKO T. Enriched element-free Galerkin methods for crack tip fields[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1997, **40**: 1483 - 1504.
- [12] BABUSKA I, MELENK J M. The partition of unity method[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1997, **40**: 727 - 758.
- [13] DAUX C, MOES N, DOLBOW J, SUKUMAR N, BELYTSCHKO T. Arbitrary cracks and holes with the extended finite element method. International Journal for Numerical Methods in Engineering 2000, **48**(12): 1741 - 1760.
- [14] JAU J F, WANG S S, CORTAN H T. A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity[J]. Applied Mechanics, 1980, **47**: 335 - 341.
- [15] PAUL B. Modification of the Coulomb-Mohr theory of fracture[J]. International Journal for Applied Mechanics, 1961, **28**: 259 - 68.
- [16] 饶秋华, 孙宗祺, LI Chun-lin, 等. 剪切盒加载下岩石剪切 (II型) 断裂韧度  $K_{IIC}$  的测定[J]. 中南工业大学学报, 2001, **23**(6): 563 - 567. (RAO Qiu-hua, SUN Zong-qi, LI Chun-lin, et al. Determination of shear (Mode II) fracture toughness  $K_{IIC}$  of rock using shear-box test[J]. Journal of Central South University of Technology, 2001, **23**(6): 563 - 567. (in Chinese))