

基于网状含拓扑剖面的三维地质多体建模

明 镜, 潘 懋, 屈红刚, 吴自兴

(北京大学造山带与地壳演化教育部重点实验室, 北京 100871)

摘要: 针对传统的基于剖面建模方法使用平行的共面剖面的不足, 提出基于网状含拓扑剖面的三维地质多体建模方法, 利用一系列含有“结点-弧段-多边形”拓扑关系的、相互连接成网状的剖面, 来进行多个地质体的三维模型构建, 并且模型之间没有空隙和交叠。该方法将建模区域划分为若干网格分区, 每个分区独立进行模型构建, 最后将各分区模型拼合成为全区整体模型。建模过程中提供对模型的整体光滑。运用北京地区的实际数据, 成功建立了北京市城市地质调查中的8个地质模型, 证明该方法具有快速构建大区域高精度复杂地质模型的能力。

关键词: 含拓扑剖面; 网状剖面; 三维地质建模; 多体建模

中图分类号: TP302 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2008)09-1376-07

作者简介: 明 镜(1982-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为三维地质建模、岩土工程建模。E-mail: eric107@sina.com。

Three-dimensional geological multi-body modeling from netlike cross-sections with topology

MING Jing, PAN Mao, QU Hong-gang, WU Zi-xing

(Key Laboratory of Orogenic Belts and Crustal Evolution of the Ministry of Education, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: To overcome the limits of traditional modeling methods using parallel and planar cross-sections, a new multi-body modeling method was put forward. The netlike cross-sections with the topological relationship of “node-arc-polygon” were utilized. The resulted models, without voids and overlapping, could also be smoothed all together. During the modeling process, the target area was subdivided into several cross-section grids, which could be modeled independently. All the sub-models in each grid were merged to build the final resulted models. Eight geological models in city geology survey were successfully constructed by using real data in Beijing, and the capacity of the method to quickly and exactly simulate large area with complex geological phenomena was demonstrated.

Key words: topological cross-section; netlike cross-section; three-dimensional geological modeling; multi-body modeling

0 引言

随着计算机相关技术的日益进步和矿山、石油、城市地质调查、岩土工程等地质领域的迫切需求, 科学计算、三维可视化以及相关分析功能已经越来越成为行业专家在解决专业问题时不可或缺的重要技术手段。对原始数据进行综合处理后并加以虚拟仿真显示, 可以更好地再现真实地质环境, 让研究人员更为直观地进行分析与决策。然而, 目前对真三维数据的直接获取还比较困难, 三维模型更多的是采用低维的数据生成^[1-8]。因此, 三维地质建模成为近年来的一个研究热点, 多种三维地质建模方法相继被提出^[2-7, 9-11]。

在众多的建模方法中, 基于剖面数据的建模方法是较早被提出的^[1-4]。由于剖面数据是地质领域最常用能够表达较大范围地质信息的重要数据, 而且剖面本身既包含了真实的已知地质信息又可以加入地质专家的经验, 因此剖面数据被各种建模方法所广泛采用。

传统的基于剖面的三维地质建模方法, 大多使用平行的共面剖面, 且只是针对单体建模, 如 Schumaker^[12], Muller 和 Klingert^[13]、Lederbuch^[14]等。虽然屈红刚等^[11]的方法“不要求剖面必须共面或者平行”, 也能够对较为简单的剖面进行多体建模, 但是在剖面间地层存在较大差异时需要人工干预, 而且不能够处理交叉的剖面。

本文提出了一种基于网状含拓扑剖面的三维地质多体建模方法。“含拓扑”是指该方法中利用的剖面都含有“结点-弧段-多边形”的拓扑关系, 同文献[11]。

“网状”, 是指进行建模的多个剖面之间互相连接构成网状(图5(a)), 网状剖面能够更好地刻画地层在不同方向上的空间展布, 很容易地解决地层在不同剖面

间的对应, 并且可以更加精确地控制地层的尖灭位置; 这些是基于平行剖面的建模方法所不具有的优势。“多体建模”, 顾名思义, 该方法可以对剖面上的多个地质体进行模型构建, 并且需要保证相邻体之间共用的面数据是一致的; 在整体上, 这些体之间在三维空间中没有空隙也没有交叠; 体模型之间还存在三维拓扑关系。该方法不仅摆脱了传统剖面建模方法的诸多局限, 还提供了对于所有模型的整体光滑, 保证了多体建模的整体数据一致性。

1 建模方法

1.1 思路

本文的建模方法是利用一系列相互连接形成网状的剖面, 生成多个基于边界表达 (Boundary representation, B-Rep) 的三维地质模型。每个地质体的边界用不规则三角网来表达, 利用封闭三角网包围的空间来刻画该地质体空间形态。

首先, 根据原始相交的剖面在一起形成的剖面网格, 建立好各网格边上的网格小剖面, 并记录网格与网格之间、各网格与网格小剖面之间的拓扑关系。然后, 在每一个网格中, 对网格小剖面中的地质界线进行“地层划分”、“地层层面划分”、“相邻地层共用层面划分”等不同层次的递归划分, 以便对相应的地质界线三角剖分生成地层层面; 将属于相同地层的地层层面拼合, 即可建立好该网格的三维地质模型。最后, 将各个网格间相同地层的模型拼接, 形成全建模区域的整体模型。

1.2 算法简述

为了更直观地说明算法各步骤, 给出一个非常简单的例子(后称例1)加以简要说明。图1(a)、(b)分别为东西向、南北向两组原始剖面; 它们在空间中相交, 形成了图1(c)中的4个剖面网格, 分别编号为I到IV; 图1(d)展示了这4个网格分区和组成网格的各网格小剖面, 分别编号1到12; 图1(e)给出了剖面中各个地层的岩性图例说明。例1中, 整个建模区域存在三套大的地层, 从上向下地层的岩性分别为A, K, B; 在全区西南角, 岩性为K的透镜体存在于岩性为A的地层和岩性为B的地层中间。

该方法主要包含搜索建立剖面网格分区、同一剖面网格内模型构建和剖面网格之间的模型拼接3大步骤:

(1) 搜索建立剖面网格分区

该步骤的目标是将原始剖面交叉形成的剖面网格分区全部搜索并记录下来, 并且将原始剖面数据进行重新整理形成网格小剖面, 建立网格与网格之间、网格与小剖面之间的拓扑关系, 便于后面步骤中对小剖面及其弧段的索引。

本文方法利用的原始剖面均垂直于xy平面, 这也是地质上最常见的情况, 其特征是它向xy平面的投影为一条折线(或者直线), 因此所有剖面的二维投影为xy平面上相交的一系列折线。这些折线相互连接构成网状, 形成若干个封闭多边形, 一个多边形就是一个剖面网格分区。

在搜索剖面网格分区之前, 根据“逢交必断”的原则, 需要将原始各剖面之间的相交弧段打断。每条弧段在每个相交处打断形成两条新的弧段, 新弧段的

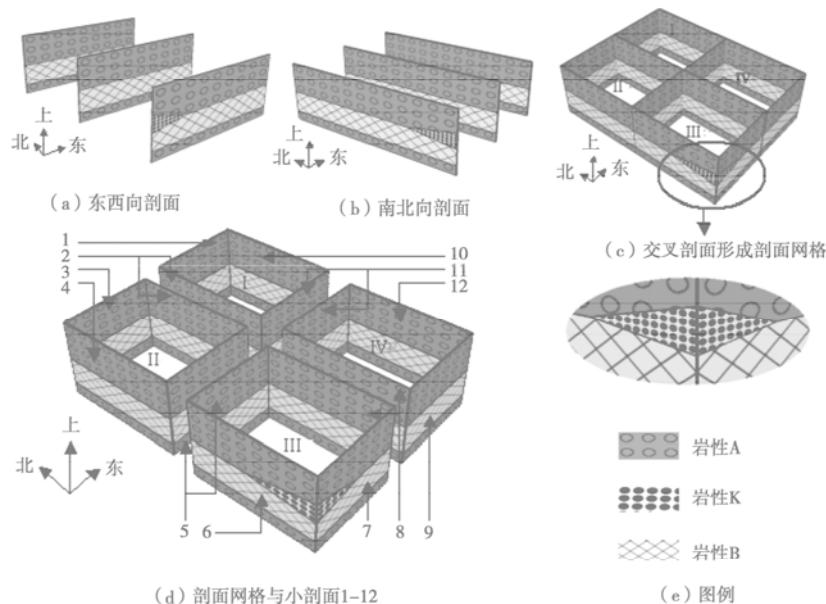


图1 简单建模示例

Fig. 1 A simple example

上/下属性等语义信息与被打断弧段相同。这样，相对较“长”的原始剖面由于与其他剖面相交而被打断，在空间中形成了若干个“短”的小剖面，每个这样的小剖面都位于某个网格边上，将其称为网格小剖面。

如图 1, 例 1 中的原始剖面被打断形成 12 个网格小剖面，剖面网格 I 由网格小剖面 1, 2, 10, 11 组成，网格 II 由小剖面 3, 4, 5 组成，网格 III 由小剖面 5, 6, 7, 8 组成，网格 IV 由小剖面 8, 9, 11, 12 组成。小剖面 2, 5, 8, 11 均为被两个网格共用的网格小剖面。

搜索网格分区时，取出各个剖面最上部的弧段，将其投影到 xy 平面上得到多条折线。利用二维平面上根据一系列弧段搜索多边形的方法，可以建立剖面网格的分区以及相邻网格分区的拓扑关系。根据多边形被搜索出来的先后顺序，给每个多边形（网格分区）不同的编号。每条弧段（网格边）被两个多边形（网格分区）共用，有两个编号。由于前面已经将相交弧段进行打断，此时不会出现跨越两个以上网格分区的弧段。把三维弧段进行投影，就可以将其匹配到相应的网格边，并给该弧段赋上此网格边所在的两个网格分区的编号。取出两个网格分区编号都相同的所有弧段，它们必然位于同一个网格边上，将其进行拓扑关系重新组织，即可得到该网格边上的网格小剖面。根据网格小剖面的编号和网格的编号，就可以建立起网格与网格小剖面的拓扑关系。

所有的网格小剖面相互连接形成网状，包含若干个网格。每个网格可以独立地进行三维地质模型的构建。这种基于单个剖面网格的建模方法有两个好处：其一，可以利用并行算法将每个网格的建模过程同时进行，提高算法效率，减少建模时间；其二，可以进行模型的增量构建，如果在已经建立好模型的区域旁边又增加了新的剖面资料，只需要利用新剖面和原来模型的边界剖面在新增区域中建立剖面网格，生成新网格内的三维模型，最后可以拼接形成更大区域的三维地质模型。

(2) 同一剖面网格内模型构建

在含有拓扑的剖面中，一个多边形表示某个地层在该剖面上的形态，一条弧段表示两个地层的分界面与该剖面的交线。每条弧段本身不仅刻画了地层分界面的形态，而且记录了位于该分界面以上和以下的地层的属性（形成时代或者岩性等）。前者记录在弧段的空间数据中，而后者赋存于弧段的属性数据（上属性和下属性）中。因此，弧段是剖面中具有实际意义的基本元素，表达了地质界线的含义。

在同一个剖面网格内构建三维模型时，首先取出组成该网格的所有网格小剖面，利用其中的拓扑信息，

并且根据这些剖面上弧段（也即地质界线）的语义信息（上/下属性）和弧段的空间相关关系，对弧段进行“地层划分”、“地层层面划分”、“相邻地层共用层面划分”等不同层次的递归划分，利用最低层次的弧段集合三角剖分形成细小的三角网，最后将这些三角网按照弧段划分的相反顺序进行拼接，就形成了该网格区域内所有地质体的三维模型。

以例 1 中的第 III 个剖面网格（后简称网格 III）为例，具体介绍该步骤的实现过程。

a) 地层划分

建模区域内有多个地层（地质体），每个地层都会有一个属性，这种属性是在进行三维建模时所关注的关键标识，用于将该地层与其他地层区别开来。属性可能代表的是地层的岩性或者形成时代，也可能表示其他，这取决于建模者想要建立岩性地质模型、时代地质模型或者其他地质模型。建模区域内所有地层总共含有多个属性值，如网格 III 中的所有地层共有 A, B, K 三个不同属性值，此处的属性代表的实际是地层的岩性。

地层划分，就是找出所有属性值相同并且在空间中相互连接的多边形，并将这些多边形中的弧段放入一个集合中。每个这样的集合在实际意义上表示某一地层的所有地质界线。

对网格 III 进行地层划分后，可以得到如图 2 (b) 的 4 个地层：A1, B, K 和 A2。

b) 地层层面划分

该步骤是在地层划分形成的弧段集合的基础之上，去掉垂向弧段，将相互连接的弧段放入同一集合。每个这样的弧段集合，在实际意义上代表某个地层的上表面或者下表面的外轮廓线。一般地，如果某个地层在某剖面网格内的形态上有 n 层，就可以分为 $2n$ 个上/下地层层面。

网格 III 中地层 A1 在进行“地层层面划分”后，得到“A1-上”和“A1-下”两个新的弧段集合，如图 2 (d)。

c) 相邻地层共用层面划分

多体建模时为了保证相邻地层之间公共面的数据一致性，还需对分出的上下地层层面进行“相邻地层共用层面划分”，简称分碎片。一个碎片表示在某个网格分区中两个地层的公共面。

如网格 III 中，地层 A1 的下表面“A1-下”就可以分成两个碎片，其中碎片 π_1 为地层 A1 和地层 B 的共用层面， π_2 为地层 A1 和地层 K 的共用层面（为了更好展示该步骤，图 2 (e) 中是将图 2 (d) 中的“A1-下”转动一个角度后的效果，注意两图坐标轴的指示方向不同）。

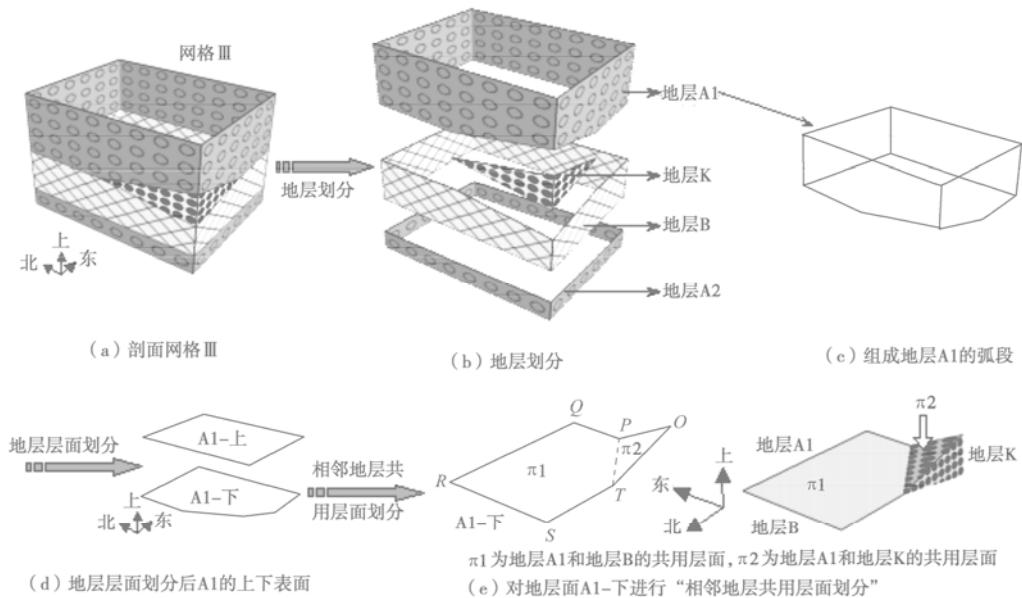


图 2 网格 III 弧段集合划分

Fig. 2 Classification of arcs in cross-section grid III

划分碎片时, 将具有相同上属性和下属性且相互连接的弧段划分到一起, 构成一个碎片。如图 2 (e), 弧段 PQ, QR, RS 和 ST 具有相同的上下属性 (上属性为 A, 下属性为 B), 它们构成碎片 π_1 ; 弧段 TO 和 OP 的上属性同为 A, 下属性同为 K, 它们构成碎片 π_2 。

相邻地层共用层面划分是弧段集合层次划分各步骤中甚至整个建模方法中非常关键的一步, 它对于保证多体建模的数据一致性有重要意义。

d) 建立地层之间的三维拓扑关系

由于对弧段进行了“地层划分”、“地层层面划分”、“相邻地层共用层面划分”等不同层次的递归划分, 可以在划分时记录这些弧段集合的层次归属关系, 据此建立地层与地层层面之间的拓扑包含关系。由于本方法采用了分碎片的策略, 还根据不同地层对同一碎片的包含引用关系, 建立地层之间的拓扑邻接关系。

e) 三角剖分

三角剖分是将弧段追踪划分出的最小弧段集合进行 Delaunay 三角剖分, 从而得到构成地层 (地质体) 各个子面片。程序实现时, 先将弧段投影到二维面上, 然后以弧段中的结点作为点集、弧段边作为约束线进行约束三角剖分, 剖分结果再反投影到三维。

f) 子面片拼合成体

根据地层与组成该地层的子面片的包含拓扑关系, 可以方便地取出属于某个地层的所有子面片。从前面步骤中这些子面片的生成过程不难看出, 它们只是各个地层的非垂直层面, 地层的垂直层面位于网格小剖面上。将地层的所有非垂直层面和垂直层面拼合, 即可形成该地层所代表的地质体的三维模型。

(3) 剖面网格之间模型拼接

各剖面网格的三维地质模型都建立好之后, 需要进行网格之间模型的拼接, 以形成全建模区域的整体模型。网格小剖面是两个相邻网格之间的公共剖面, 可以作为相邻网格之间同一个地层的接口, 保证分布在各个网格之中的同一个地层的三维模型能够严丝合缝地拼接在一起, 形成封闭体模型。

1.3 模型光滑

如果原始数据比较稀疏, 利用该方法建立的模型可能比较粗糙。本文提供 3 种方法对模型进行光滑, 它们互不影响, 可以叠加使用, 多层次地提高模型的光滑程度和可视化效果。

(1) 剖面光滑

由于建立好的三维模型严格通过剖面上的原始控制点, 所以剖面的原始形态将极大地影响模型的最终可视化效果。利用粗糙的剖面建立起来的模型也会比较粗糙。建模前就对剖面数据进行光滑处理可以提高最终模型的光滑效果 (图 3)。

(2) 插值点加密三角网

三角剖分弧段集合形成三角网时, 由于弧段位于这些三角网的边界, 三角网内部没有数据控制点来参与三角网的构成, 因此三角网的表达的曲面会比较粗糙 (图 4 (a))。本文在三角剖分弧段之前, 在这些弧段围成的曲面内部插值生成一系列新的点作为三角网的控制点, 就能产生较密的三角网, 表达较光滑的曲面 (图 4 (b))。多种插值方法 (如距离反比加权、多元回归、趋势面等) 都已经加入到该方法中, 供用户选择。

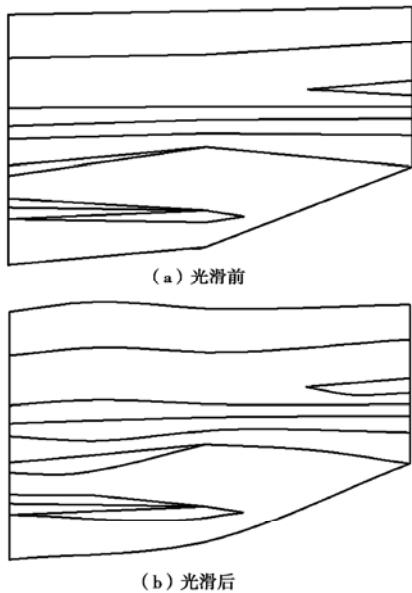


图 3 剖面光滑前后对比

Fig. 3 Comparison between cross-sections

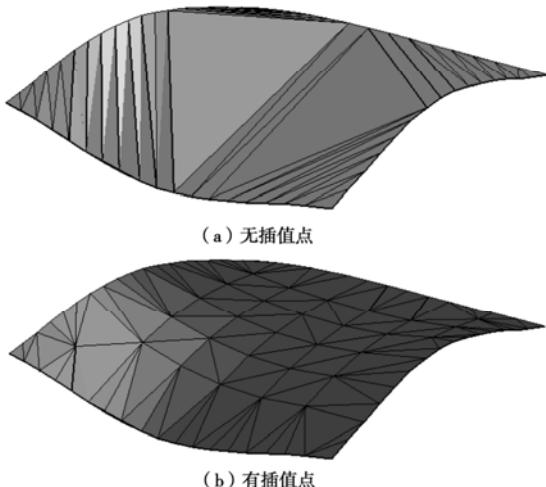


图 4 插值点加密三角网效果对比

Fig. 4 Comparison between triangular networks

(3) 曲面光滑

利用曲面光滑技术, 可以将用于表达地质体形态的三角网进行光滑加密。目前已经有多种方法可以利用, 如 LOOP 细分算法^[15]和改进的蝶形细分算法^[16]等。考虑到地质需要, 建立好的模型必须要过已有的控制点, 因此采用改进的蝶形细分算法。但此处不能够直接对建立好的各个体模型进行光滑细分, 因为这样会造成光滑后地质体之间出现空隙或交叠, 违反多体建模所要求的公共数据一致性。本文建模方法中产生的碎片是两个地质体的公共面, 可以对这些碎片进行曲面光滑, 同时保证它们的边界形态不变, 最后就能够将这些碎片拼合在一起形成新的三维地质模型, 这样, 模型的整体光滑和数据的整体一致性得以兼顾。因此, 本文采取的曲面光滑策略就是在拼合成体以前对划分出来的碎片进行边界约束细分。

2 应用实例

利用本文建模方法, 在北京大学信息地质实验室开发的 GSIS2.0 三维可视化平台上建立了一个三维地质体建模系统。该系统在“北京市多参数立体地质调查”项目中发挥了重要作用, 成功地建立起了如下 8 个三维地质模型: 北京市亦庄经济开发区、通州新城区、顺义新城区、奥运厂区和 CBD 共 5 个地区的工程层三维地质结构模型; 北京市全平原区工程层结构模型; 北京市全平原区新生界结构模型; 北京市主城区基岩地质结构模型。模型的成功建立, 证明该方法具有建立大范围复杂三维地质模型的能力。

图 5 中为利用了 28 个原始剖面建立的占地约 270 km² 的顺义新城区三维地质模型: 图 5 (a)、图 5 (b) 分别为线框模式和渲染模式显示的网状剖面, 利用这些剖面共生成了 70 个剖面网格、156 个网格小剖面; 图 5 (c) 为生成好的三维地质模型; 图 5 (d) 为切割该模型所展示的模型内部结构, 由此可见该方法可以处理地层尖灭、层内透镜体等常见地质现象的建模, 并且各个地层模型之间不存在空隙和交叠, 多体建模得以体现。图 6 中的北京市平原区基岩地质模型由 25 个剖面建立而成, 范围约 1200 km², 区域中还有 33 个相交的断层。该模型的成功建立证明本文方法可以针对含有相交复杂断层的区域进行三维地质模型构建。

3 方法分析

3.1 优点

该方法具有以下优点:

(1) 多体建模。如前面所述, 该方法能够划分出地质体之间的共用层面, 保证地质体之间的数据一致性, 并且相邻体之间没有空隙和交叠。因此, 该方法是针对多体建模的。

(2) 能够针对大范围的区域进行高精度的复杂地质模型快速构建。Lemon 等^[5]的方法虽然能够利用钻孔和剖面进行三维地质模型的构建, 但它要求在数据预处理时给钻孔和剖面自底向上赋不重复的地层编号, 这就要求用户在编号前必须对建模区域内的地层三维分布有一个清醒认识, 使得在对大范围地区进行复杂模型建立时地层编码的工作量巨大而且难以在短期内实现。本文方法并不要求对同样岩性的地层赋予不同的编号, 降低了用户对建模区地质情况认识程度的要求; 同时, 该方法采用的分区策略, 使其易于扩展成为并行算法, 以便进行基于海量数据的大范围模型构建。

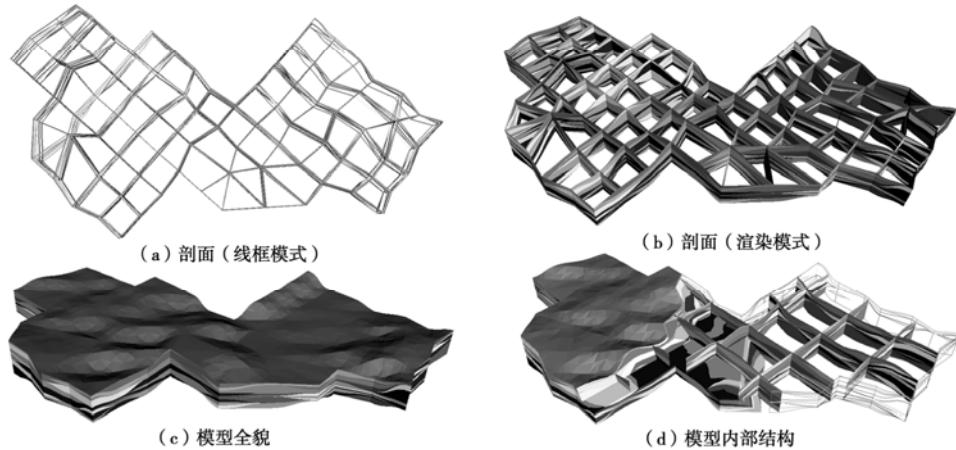


图 5 顺义新城区三维地质模型

Fig. 5 3D model of Shunyi district

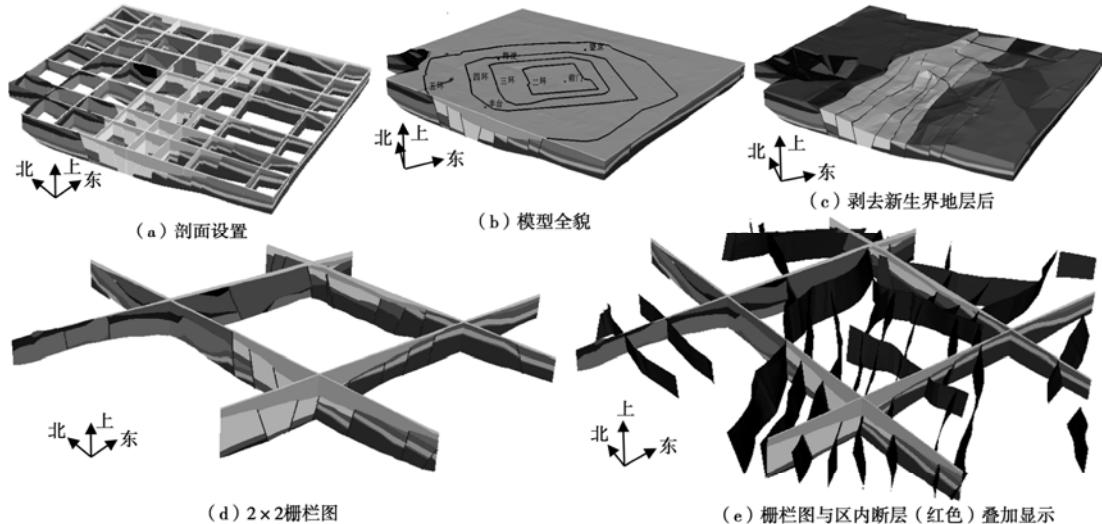


图 6 北京市平原区基岩地质模型

Fig. 6 3D bedrock model of plain area in Beijing

(3) 模型的扩展和复用。由于本文建模方法中各个剖面网格独立进行模型构建，并且可以实现相邻剖面网格之间三维模型的无缝拼接，因此，可以对整个建模区域进行模型增量构建。在已经建立好三维模型的外部增加必要的新的剖面资料，就可以对老的模型进行外扩和复用。

(4) 建立了模型的三维拓扑关系，可以对建立好的地质模型进行三维空间拓扑查询和拓扑分析。

(5) 模型整体光滑。本文方法中采用的共用层面光滑策略，使得模型的整体光滑得以实现，在保证多体建模数据一致性的前提下，提高了模型的质量和可视化效果。

3.2 缺点

本文方法缺点：

(1) 需要封闭网格。该方法采取的分区策略要求原始剖面交叉组成的剖面网格必须是封闭的。在没有形成封闭网格的地方，由于不能建立分网格区而无法对这些区域建立模型。如果确实需要在不封闭网格分

区中建立模型，则要求用户在此添加剖面形成封闭的剖面网格。

(2) 需要剖面数量多。该方法需要较多的剖面来建立模型，以便更准确地建立和刻画地质体的三维空间形态。

3.3 其他

在实际的建模过程中，不仅要明确该方法的优缺点，还需要考虑如下两个问题：

(1) 网状剖面的数量和密度。剖面数量越多、密度越大，建立的地质模型精度和准确度就会越高，但相应地会增加建模数据准备工作的工作量和难度。因此，实际建模过程中，并不是剖面越多越好。相反，剖面数量过少、密度过低，将降低模型的准确度。对于在满足建模精度要求前提下网状剖面的最小密度和最少数量，并不好给出一个定量的指标。此时的定性要求是，剖面构成的剖面网格必须覆盖目标建模区域，各网格中的剖面数据要一致，需要建模的每个地质体必须至少在两个小剖面上有所体现。因此，对于

同一建模区域, 如果对建模精度要求较高, 剖面密度应该设置较高; 如果将某些地层合并概化, 降低建模精度, 相应地可以减小剖面的密度。

(2) 透镜体处理。如果网格内部存在一个透镜体, 本文建模方法中它将会被忽略。如果透镜体只与它所在剖面网格中的某一个小剖面相交, 由于难以进行相邻地层共用层面划分, 它也会被忽略。这个问题可以利用体布尔操作加以解决。首先, 利用本文方法建立整体地质模型, 利用其他方法(如轮廓线算法等)单独建立透镜体模型; 然后, 将这两类模型进行体布尔操作, 从整体地质模型中“挖掉”透镜体所占有的空间; 最后, 将开挖后的整体地质模型和透镜体模型放在一起, 得到结果模型。

4 结语

本文提出的基于网状含拓扑剖面的三维地质多体建模方法, 是利用一系列含有“结点-弧段-多边形”拓扑关系的、相互连接成网状的剖面, 来进行多个地质体的三维模型构建, 建立好的模型间没有空隙和交叠, 且模型之间存在三维拓扑关系。本文的整体光滑策略可以在保证多体建模数据一致性的前提下整体提高模型的光滑效果。文中用示例数据详述了该方法的各个重要步骤。运用该方法开发的软件系统利用北京市地质调查局提供的实际数据, 成功建立了“北京市多参数立体地质调查”项目中的8个重要地质模型, 证明该方法具有快速构建大区域高精度复杂地质模型的能力。

参考文献:

- [1] TIPPER J C. The study of geological objects in three dimensions by the computerized reconstruction of serial sections[J]. *Geology*, 1976, **84**(4): 476 - 484.
- [2] SIRAKOV N M, GRANADO I, MUGE F H. A system for reconstructing and visualising three-dimensional objects[J]. *Computers & Geosciences*, 2001, **27**(1): 59 - 69.
- [3] SIRAKOV N M, MUGE F H. Interpolation approach for 3D smooth reconstruction of subsurface objects[J]. *Computers & Geosciences*, 2002, **28**(8): 877 - 885.
- [4] XU C, DOWD P A. Optimal construction and visualisation of geological structures[J]. *Computers & Geosciences*, 2003, **29**(6): 761 - 773.
- [5] LEMON A M, JONES N L. Building solid models from boreholes and user-defined cross-sections[J]. *Computers & Geosciences*, 2003, **29**(5): 547 - 555.
- [6] WU L X. Topological relations embodied in a generalized tri-prism (GTP) model for a 3D geoscience modeling system[J]. *Computers & Geosciences*, 2004, **30**(4): 405 - 418.
- [7] GONG J Y, CHENG P G, WANG Y D. Three-dimensional modeling and application in geological exploration engineering[J]. *Computers & Geosciences*, 2004, **30**(4): 391 - 404.
- [8] HORSMAN J, BETHEL W. Methods of constructing a 3D geological model from scatter data[C]// Advanced Visual Systems Conference, Boston, MA (United States), 1995: 19 - 21.
- [9] WU Q, XU H, ZOU X K. An effective method for 3D geological modeling with multi-source data integration[J]. *Computers & Geosciences*, 2005, **31**(1): 35 - 43.
- [10] 王勇, 薛胜, 潘懋, 等. 基于剖面拓扑的三维矢量数据自动生成算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2003, **39**(5): 1 - 2. (WANG Yong, XUE Sheng, PAN Mao, et al. An automatic 3D vector data creation algorithm based on topology of section[J]. Computer Engineering and Applications, 2003, **39**(5): 1 - 2. (in Chinese))
- [11] 屈红刚, 潘懋, 王勇, 等. 基于含拓扑剖面的三维地质建模[J]. 北京大学学报(自然科学版), 2006, **42**(6): 717 - 723. (QU Hong-gang, PAN Mao, WANG Yong, et al. Three-dimensional geological modeling from topological cross-sections[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 2006, **42**(6): 717 - 723. (in Chinese))
- [12] SCHUMAKER L L. Reconstructing 3D objects from surfaces[M]. DAHMEN W, GASCA M, MICCHELLI C A. Computation of Curves & Surfaces. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1989: 275 - 309.
- [13] MULLER H, KLINGERT A. Surface interpolation from cross sections[M]. HAGEN H, MULLER H, NIELSON G M. Focus on Scientific Visualization. Springer-Verlag, 1993: 139 - 189.
- [14] LEDERBUCH P. Reconstruction of surfaces from planar contours[C]// Proceedings of Conference Computer Engineering and Informatics CEI'99, STU Kosice, Herlany, Slovakia, 1999: 218 - 223.
- [15] LOOP C. Smooth subdivision surfaces based on triangles[D]. Utah: University of Utah, 1987.
- [16] ZORIN D, SCHRÖDER P, SWELDENS W. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology[C]// Computer Graphics (SIGGRAPH 96), 1996: 189 - 192.