

岩石三轴压缩任意围压下应力 - 应变曲线的预测方法研究

易 达¹, 刘洁荣², 葛修润^{3, 4}

(1. 上海岩土工程勘察设计研究院有限公司, 上海 200031; 2. 上海电力学院, 上海 200090; 3. 上海交通大学, 上海 200030; 4. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071)

摘 要: 岩石三轴压缩试验中通常只做有限种围压情况下的压缩试验, 得到的应力 - 应变曲线只是岩石在具体围压下本构关系的表现, 限制了通过拟合应力 - 应变曲线得到岩石本构的实用性。认为不同围压下的应力 - 应变曲线虽然形状差别较大, 但都是同种岩石所表现出来的特性, 曲线间蕴含着一定联系。对此进行了研究, 并提出一套基于有限种围压情况下的应力 - 应变曲线预测任意围压下应力 - 应变曲线的方法。通过实例, 说明所提方法的可行性。

关键词: 三轴压缩; 应力 - 应变曲线; 围压; 本构关系

中图分类号: TU45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2008)07 - 1062 - 04

作者简介: 易 达(1977 -), 男, 湖北武汉人, 博士, 高级工程师, 主要从事岩土工程数值模拟及勘察方面的研究。

E-mail: yida_sjtu@hotmail.com。

Forecast of stress-strain curves of rock under arbitrary confining pressures in triaxial compression

YI Da¹, LIU Jie-rong², GE Xiu-run^{3,4}

(1. Shanghai Geotechnical Investigations and Design Institute, Shanghai 200031, China; 2. Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China; 3. Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China; 4. Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Generally, rock triaxial compression tests were done under limited different confining pressures. The stress-strain curves obtained under certain confining pressure reflected certain constitutive relation of the rock, and the practicability of studies on the constitutive relation of rock was limited to fitting stress-strain curves. It was considered that the stress-strain curves under different confining pressures were different greatly in shapes, but there should have be some relationship because these curves were the responses of the same rock. A method was proposed to forecast the stress-strain curves under arbitrary confining pressures based on the stress-strain curves obtained under the limited confining pressures. An example was studied, and it was shown that the proposed method was feasible.

Key words: triaxial compression; stress-strain curve; confining pressure; constitutive relation

0 引 言

三轴压缩试验是获取岩石特性的重要手段, 基于三轴压缩试验数据从唯象学角度进行研究是岩石本构研究领域的一个重要方面。

通常情况下, 只做有限个围压情况下的三轴压缩试验, 因而得到的应力 - 应变曲线只是岩石在具体围压下本构关系的表现, 这一点极大限制了通过拟合应力 - 应变曲线得到岩石本构的实用性。如果基于有限围压下的试验数据可以推出任意围压下的应力 - 应变曲线函数表达式, 则可以建立起更为实用的本构关系。

试验得到不同围压下的应力 - 应变曲线虽然形状差别很大, 但都是同种岩石所表现出的特性, 因此, 内在必定蕴含着某种联系, 文献[1]中建立的围压与峰值应力、应变的关系就是各条应力 - 应变曲线间的联系之一。如果以围压、应力和应变为 3 个坐标轴, 那么这整个渐变过程每一步串连起来将构成一个空间曲面, 找到能够描述这个曲面的函数也就获得了任意围压下岩石的应力 - 应变曲线。

1 任意围压下应力-应变曲线的预测方法

不妨假设, 某一围压下的应力-应变曲线或许可以由其它围压下的曲线按某些规律渐变而来, 只是这些规律并不容易得到。一条曲线信息量有限, 如果知道 x 和 y 围压下的两条曲线(骨干线), 相当于拥有了这个渐变过程中的两个点, 再考虑到围压与峰值应力、应变关系这条在文献[1]中已用神经网络表示的峰值点迹线, 或许通过某些数学上的操作就能够近似的再现整个渐变过程。

记 x 围压下应力-应变曲线的拟合函数为: $\sigma_x = f_x(\varepsilon)$, 峰值应力为 $\sigma_{x\max}$, 峰值应力对应的应变为 $\varepsilon_{x\max}$; 记 y 围压下应力-应变曲线的拟合函数为: $\sigma_y = f_y(\varepsilon)$, 峰值应力为 $\sigma_{y\max}$, 峰值应力对应的应变为 $\varepsilon_{y\max}$ (三轴压缩情况下上式中的 σ 其实为 $(\sigma_1 - \sigma_3)$, 为方便起见均记为 σ)。

取 x 到 y 间任意一围压大小为 n , 以 n 为网络输入可以利用文献[1]建立的神经网络得到相应的应力峰值 $\sigma_{n\max}$ 、应变 $\varepsilon_{n\max}$ 。

记围压 n 对应于 x 围压的应变因子为

$$t_1^x = \frac{\varepsilon_{n\max}}{\varepsilon_{x\max}}; \quad (1)$$

记围压 n 对应于 x 围压的应力因子为

$$t_2^x = \frac{\sigma_{n\max}}{\sigma_{x\max}}; \quad (2)$$

同样, 记围压 n 对应于 y 围压的应变因子为

$$t_1^y = \frac{\varepsilon_{n\max}}{\varepsilon_{y\max}}; \quad (3)$$

记围压 n 对应于 y 围压的应力因子为

$$t_2^y = \frac{\sigma_{n\max}}{\sigma_{y\max}}; \quad (4)$$

记权系数为

$$q = \frac{1}{1 + e^{n+A}}。 \quad (5)$$

当围压 x, y 确定时, 对于式(5)中常数 A 按照使得权系数满足: $n=x$ 时, $q=1$; $n=y$ 时, $q=0$ 。

则 n 围压下应力-应变曲线的拟合函数可表示为

$$\sigma = f_n(\varepsilon) = qt_2^x f_x\left(\frac{\varepsilon}{t_1^x}\right) + (1-q)t_2^y f_y\left(\frac{\varepsilon}{t_1^y}\right)。 \quad (6)$$

式(6)即为近似描述任意围压下应力-应变曲线所组成曲面的函数, 函数表达式中第一项体现了 x 围压下拟合函数对 n 围压的影响, 第二项则显示了 y 围压下拟合函数对 n 围压的影响。从几何意义上描述, 式(6)表达了 n 围压下应力-应变曲线可以通过分别

对 x, y 围压下应力-应变曲线首先在横坐标轴方向按应变因子进行放缩, 然后在纵坐标轴方向按应力因子进行放缩, 最后加权求和得到。当 n 取不同围压值时, 将 n 值代入式(6)就可以得到相应围压下的应力-应变曲线拟合函数。

2 实 例

试验是在上海交通大学岩土力学与工程研究所完成^[2-3]。所使用的试验机是由中国科学院武汉岩土力学研究所研制的 RMT-150B 岩石力学多功能试验机系统。试验所用大理岩产地四川雅安, 白色、块状、粒状变晶结构, 均匀性好, 主要矿物成分为方解石。为了保证试样性质的均一性, 严格密集采样, 并按照国际岩石力学学会的建议方法, 加工成直径约 50 mm, 高度约 100 mm 的圆柱体标准试件。

对大理岩进行了 0, 5, 10, 20, 30 MPa 6 种围压下的三轴压缩试验, 以 0, 30 MPa 两种围压下应力-应变曲线作为骨干线, 按本文第 1 节中所提方法对其它围压下应力-应变曲线进行预测。

应力-应变曲线的拟合本文不加详述, 事实上, 可用于曲线拟合的数学方法、计算软件很多, 用其它方法只要能够使得拟合误差在允许范围内即可, 拟合函数表达式并无固定形式要求。

0 MPa 应力-应变曲线的拟合函数^[3]:

$$\sigma = f_0(\varepsilon) = \begin{cases} -10.756 + 18.632(\varepsilon' + 0.913) + \\ 15.077(\varepsilon' - 2.066)e^{-0.376(\varepsilon' - 2.066)^2} \\ (0 \leq \varepsilon' \leq 4.124, \varepsilon' = 1000\varepsilon) \\ 0.389 + 89.91 / (1 + e^{\frac{\varepsilon' - 5.182}{0.23}}) \\ (4.124 < \varepsilon' \leq 7, \varepsilon' = 1000\varepsilon) \\ 0.421 \quad (7 < \varepsilon', \varepsilon' = 1000\varepsilon) \end{cases}。 \quad (7)$$

得到的拟合函数峰值应力为 89.411 MPa、应变为 4.124×10^{-3} 。

30 MPa 应力-应变曲线的拟合函数^[3]:

$$\sigma = f_{30}(\varepsilon) = \begin{cases} -20 + 0.034(\varepsilon' - 0.112)^2 + \frac{219.707}{(1 + 1.426e^{\frac{5.328 - \varepsilon'}{2.74}})} \\ (0 \leq \varepsilon' \leq 25.715, \varepsilon' = 1000\varepsilon) \\ 141.262 + 80.985 / (1 + e^{\frac{\varepsilon' - 31.43}{1.03}}) \\ (25.715 < \varepsilon' \leq 36, \varepsilon' = 1000\varepsilon) \end{cases} \quad (8)$$

得到的拟合函数峰值应力为 221.933 MPa、应变为 25.715×10^{-3} 。

取 0~30 MPa 间任意一围压大小为 n , 以 n 为网络输入可以利用文献[1]中建立的神经网络得到相应的应力峰值 $\sigma_{n\max}$ 、应变 $\varepsilon_{n\max}$ 。

围压 n 对应于 0 MPa 的应变因子为

$$t_1^0 = \frac{1000\varepsilon_{n\max}}{4.124}, \quad (9)$$

围压 n 对应于 0 MPa 的应力因子为

$$t_2^0 = \frac{\sigma_{n\max}}{89.411}; \quad (10)$$

同样, 记围压 n 对应于 30 MPa 的应变因子为

$$t_1^{30} = \frac{1000\varepsilon_{n\max}}{25.715}, \quad (11)$$

记围压 n 对应于 30 MPa 的应力因子为

$$t_2^{30} = \frac{\sigma_{n\max}}{221.933}. \quad (12)$$

按 $n=0$ MPa 时, $q=1$ 和 $n=30$ MPa 时, $q=0$ 的条件确定式 (5) 中的常数, 得 $A=-12$ 。因此, 权系数为

$$q = 1/(1 + e^{n-12}). \quad (13)$$

则 n 围压下应力 - 应变曲线的拟合函数为

$$\sigma = f_n(\varepsilon) = qt_2^0 f_0\left(\frac{\varepsilon}{t_1^0}\right) + (1-q)t_2^{30} f_{30}\left(\frac{\varepsilon}{t_1^{30}}\right), \quad (14)$$

式 (14) 为近似描述任意围压下应力 - 应变曲线所组成曲面的函数, 当 n 取不同围压值时, 将 n 值代入式 (14) 就得到相应围压下的应力 - 应变曲线拟合函数。

图 1~5 以 0, 30 MPa 两种围压下应力 - 应变曲线作为骨干线, n 分别取 0, 5, 10, 20, 30 MPa 时的应力 - 应变拟合曲线与试验成果曲线对照图。

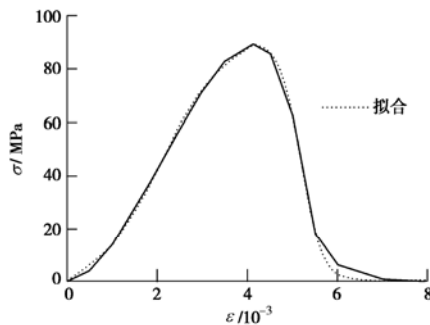


图 1 应力 - 应变曲线图 ($n=0$ MPa)

Fig. 1 Stress - strain curve ($n=0$ MPa)

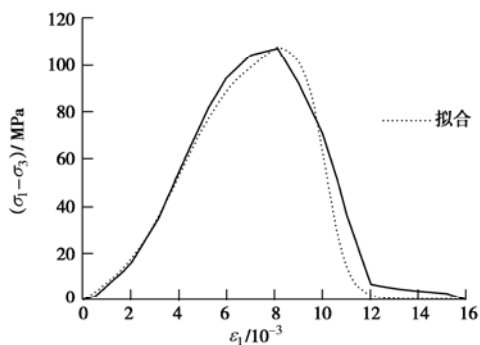


图 2 应力 - 应变曲线图 (0 MPa, 30 MPa, $n=5$ MPa)

Fig. 2 Stress - strain curve (0 MPa, 30 MPa, $n=5$ MPa)

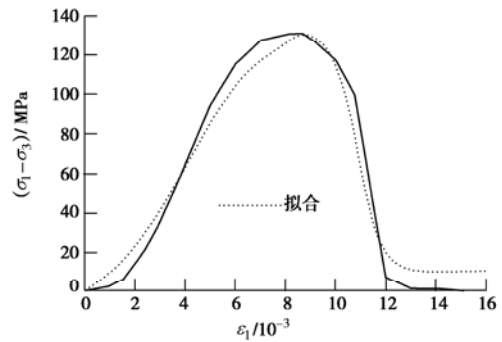


图 3 应力 - 应变曲线图 ($n=10$ MPa)

Fig. 3 Stress - strain curve ($n=10$ MPa)

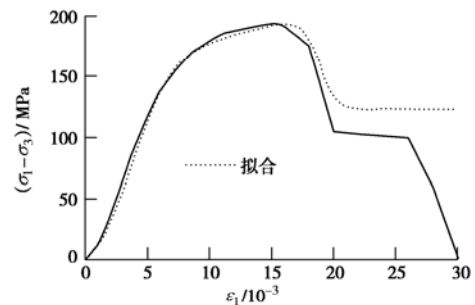


图 4 应力 - 应变曲线图 ($n=20$ MPa)

Fig. 4 Stress - strain curve ($n=20$ MPa)

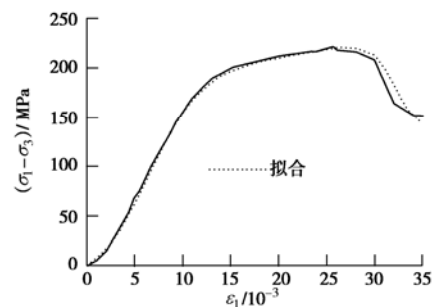


图 5 应力 - 应变曲线图 ($n=30$ MPa)

Fig. 5 Stress - strain curve ($n=30$ MPa)

图 1~5 显示, 所建立的预测函数可以根据 X 不同取值得到相应围压下应力 - 应变曲线的拟合函数, 并且拟合函数的拟合效果较好。

为了说明本预测方法并非只适用于 0, 30 MPa 两个特定围压, 以 5, 20 MPa 围压下的应力 - 应变曲线作为骨干线按同样方法重复了上述过程, 限于篇幅, 详细过程不再复述, 图 6~10 为 n 分别取 0, 5, 10, 20, 30 MPa 时的应力 - 应变拟合曲线与试验成果曲线对照图。

基于 5, 20 MPa 围压下应力 - 应变曲线拟合函数所建立的预测函数也可以根据 n 不同取值得到相应围压下应力 - 应变曲线的拟合函数, 拟合效果也较好。

实际工作中还做了基于 0, 20 MPa 以及基于 5, 30 MPa 围压情况按相同方法建立预测函数的计算, 均

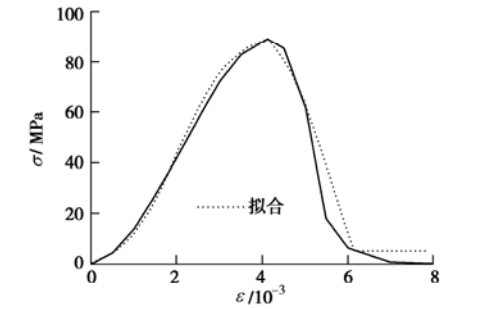


图 6 应力 - 应变曲线图 ($n=0$ MPa)
Fig. 6 Stress - strain curve ($n=0$ MPa)

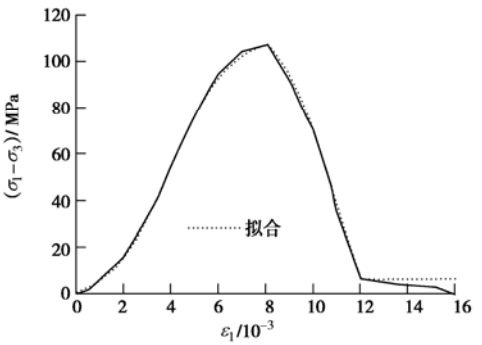


图 7 应力 - 应变曲线图 ($n=5$ MPa)
Fig. 7 Stress - strain curve ($n=5$ MPa)

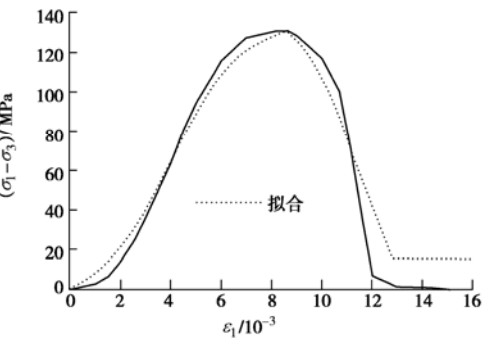


图 8 应力 - 应变曲线图 ($n=10$ MPa)
Fig. 8 Stress - strain curve ($n=10$ MPa)

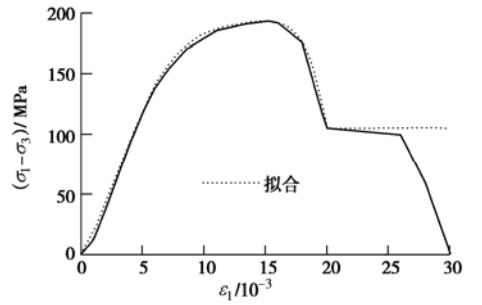


图 9 应力 - 应变曲线图 ($n=20$ MPa)
Fig. 9 Stress - strain curve ($n=20$ MPa)

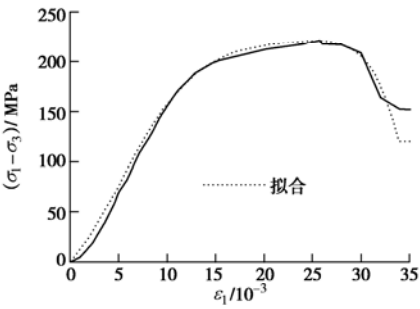


图 10 应力 - 应变曲线图 ($n=30$ MPa)
Fig. 10 Stress - strain curve ($n=30$ MPa)

得到了拟合效果较好的预测函数。这说明不同围压情况下岩石表现出来的特性间确实存在一定联系。

3 结 语

文中所提出基于有限种围压情况下的应力 - 应变曲线预测任意围压下应力 - 应变曲线的方法是可行的, 虽然得到的只是具体岩石试样的规律, 但这套思路方法可以推广到其它岩石材料。另在将此法应用于其它岩石材料时, 为了保证得到的预测函数能够较好的反映普遍规律, 建议取围压差异较大的应力 - 应变曲线作为骨干线。

参考文献:

[1] 易 达, 刘洁荣, 葛修润. 三轴压缩围压与峰值应力、应变关系的改进粒子群神经网络研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(12): 2639 - 2642. (YI Da, LIU Jie-rong, GE Xiu-run. Research on relationship between confining pressure, peak strength and strain in triaxial compression with improved PSO-based ANN[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(12): 2639 - 2642.)

[2] 卢永德. 岩石三轴压缩试验及线性软化本构模型的研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2003. (LU Yun-de. The triaxial compression test and the linear softening constitutive model study[D]. Shanghai: shanghai Jiao Tong University, 2003. (in Chinese))

[3] 易 达. 遗传算法、人工神经网络、粒子群优化算法的改进与岩石本构数值模拟研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2005. (YI Da. Improvement of genetic algorithm, artificial neural networks, particle swarm optimization and study of rock constitutive numerical simulation[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2005. (in Chinese))