

考虑施工扰动和荷载效应的复合地基固结解

卢萌盟¹, 谢康和¹, 张玉国², 陈国红¹

(1. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310027; 2. 中原工学院土木建筑工程系, 河南 郑州 400007)

摘要: 在等应变条件下, 考虑了土体水平渗透系数受到桩体施工的扰动而沿着径向逐渐变化和地基中的附加应力沿深度线性分布的特点, 采用由平衡条件和等应变假设得到的新的初始条件, 给出了土体和桩体的超静孔压解, 并分别给出复合地基按应力和按变形定义的总平均固结度。最后分析了附加应力分布形式、扰动区大小及扰动区土体渗透系数的变化对地基固结性状的影响, 并将本文结果和已有的结果做了比较。结果表明: 按应力和按变形定义的地基的总平均固结度相等; 地基的固结随着地基顶面和底面处的附加应力之比的增大而加快, 当附加应力呈倒三角分布时固结最快, 正三角最慢; 扰动区越大或者扰动区土体渗透系数沿径向减小的越快, 固结越慢。

关键词: 固结; 复合地基; 水平渗透系数; 荷载效应; 施工扰动

中图分类号: TU470 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2008)04-0549-06

作者简介: 卢萌盟(1979-), 男, 陕西咸阳人, 博士研究生。E-mail: lumm79@126.com。

Theoretical solution for consolidation of composite foundations considering construction disturbance and loading effect

LU Meng-meng¹, XIE Kang-he¹, ZHANG Yu-guo², CHEN Guo-hong¹

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Department of Civil Engineering and Architecture, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 400007, China)

Abstract: Under the condition of equal strain, using a new initial condition derived from equilibrium equations and equal strain assumption, and considering the gradual variation of horizontal permeability of disturbed soils and the change of the total stress with depth in composite foundations, the excess hydrostatic pressures in the column and the surrounding soil were obtained and the overall average consolidation rates defined in terms of stress and deformation were given. Finally, the influences of several factors, such as the distribution of the total stress in composite foundation, the size of disturbed zone and the variation of the horizontal permeability of soils on the consolidation of composite foundation were analyzed. The results showed that the solution of overall average consolidation rate in terms of stress was equal to that in terms of deformation; the consolidation of composite foundations was accelerated with the increase in the ratio of top total stresses to the bottom total stress in the composite foundation; the consolidation rate was at its maximum when the total stress distributes in the form of a triangle and at its minimum when the total stress distributes in the form of a reversed-triangle; the larger the smeared zone was or the faster the horizontal permeability of soils decreases with radial distance away from column, the slower the consolidation rate was.

Key words: consolidation; composite foundation; horizontal permeability coefficient; load effect; construction disturbance

0 引言

复合地基的研究始于20世纪70年代。30多年来, 复合地基固结理论已经取得了相当丰硕的成果。Yoshikuni^[1]于1979年提出了复合地基固结的“应力集中”效应这一概念标志着对复合地基固结理论研究的开始。韩杰等^[2-3, 5, 9]较系统的开展了碎石桩复合地基固结的试验、解析和数值研究, 给出了仅考虑土中径向渗流和井阻以及施工扰动效应的碎石桩复合地基固结度计算公式。谢康和^[4]给出了考虑应力集中和施工

扰动效应以及桩体中考虑径向渗流的复合地基固结解, 严格意义来说, 该解更具有普遍性。王瑞春等^[6-8]给出了考虑“应力集中”效应和扰动效应下单层和双层复合地基固结解析解。从这些研究可以看出: 首先, 这些理论都把土体分为扰动区和未扰动区, 并假定其各自的水平渗透系数为一常数。实际上, 由于受桩体施工的影响, 土体的水平渗透系数是变化的, 而且,

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50679074)

收稿日期: 2007-07-05

离桩体越近,其渗透系数越小。另外,现有的很多解都假定地基中的附加应力在桩体深度内是均匀分布的。显然,这种假定只有在荷载作用面积无限大时才会成立。最后,现在所有的复合地基理论采用的初始条件都是直接引用砂井地基固结理论的初始条件,并且,在计算复合地基的总平均固结度时也只是考虑了土体的固结,这明显与复合地基桩土共同作用的特点不符。鉴于此,本文采用新的初始条件,参考文献[10, 11]的方法,给出了一种考虑土体水平渗透系数渐变化和地基中附加应力沿深度线性分布的复合地基固结解,并对复合地基的固结性状进行了分析。

1 复合地基固结问题的数学模型

1.1 固结方程

图1为考虑扰动区土体水平渗透系数逐渐变化和附加应力线性分布的复合地基固结计算简图。图2为扰动区土体的水平渗透系数变化模式。

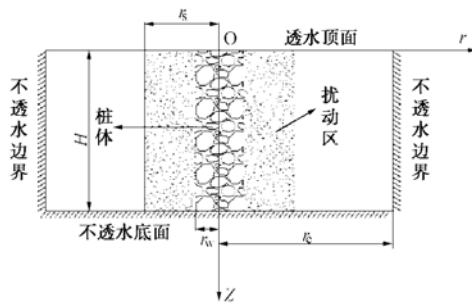


图1 计算模型

Fig. 1 Simplified computational model

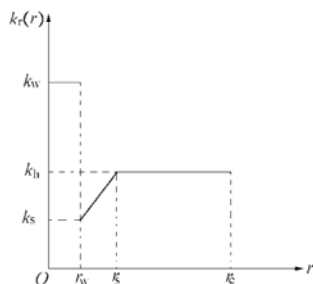


图2 水平渗透系数曲线

Fig. 2 Variation of horizontal permeability

设土体的水平渗透系数 $k_r(r)$ 可以表示为

$$k_r(r) = k_h f(r) \quad (1)$$

函数 $f(r)$ 用来描述土体水平渗透系数的变化规律,则由图2可得 $f(r)$ 的表达式为

$$f(r) = \begin{cases} \frac{r-r_w}{r_s-r_w}(1-\alpha) + \alpha, & r_w \leq r \leq r_s \\ 1, & r_s < r \leq r_c \end{cases} \quad (2)$$

式中 $0 < \alpha = k_s/k_h \leq 1$ 。

为了便于推导,本文假定:

- (1) 同一深度处地基土体和桩体的竖向变形相等,即等应变条件成立;
- (2) 桩体内的径向渗流忽略不计;
- (3) 渗流服从 Darcy 定律;
- (4) 上部荷载瞬时施加,荷载在复合地基中引起的平均附加应力沿深度线性分布,即

$$\sigma(z) = p_T + (p_B - p_T) \frac{z}{H};$$

- (5) 任一深度 z 处,从土体流入桩体的水量等于桩体中向上水流的增量。

参照文献[10, 11]的方法,可以得到控制方程及求解条件如下:

$$A_s \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}(z,t)}{\partial z^2} - C_q [\bar{u}(z,t) - u_w(z,t)] = \frac{A_s}{E_s(n^2 - 1 + Y)} \left[(n^2 - 1) \frac{\partial \bar{u}(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial u_w(z,t)}{\partial t} \right] \quad (3)$$

$$A_w \frac{k_w}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_w(z,t)}{\partial z^2} - C_q [\bar{u}(z,t) - u_w(z,t)] = 0 \quad (4)$$

式中

$$C_q = \frac{k_h \pi (r_c^2 - r_w^2)^2}{\gamma_w (A_1 r_c^2 - B_1)} \quad (5)$$

$$A_1 = \int_{r_w}^{r_c} \int_{r_w}^r \frac{1}{\xi f(\xi)} d\xi dr; \quad B_1 = \int_{r_w}^{r_c} \int_{r_w}^r \frac{\xi}{f(\xi)} d\xi dr \quad (6)$$

结合式(2)、(5)、(6),经过一系列的推导可得

$$C_q = \frac{2\pi k_h}{\gamma_w F(n,s,\alpha)} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad (7)$$

其中

$$F(n,s,\alpha) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left\{ \frac{s-1}{\alpha s - 1} \ln(\alpha s) - \frac{(s-1)^2}{n^2(1-\alpha)} + \frac{2(s-1)(\alpha s - 1)}{n^2(1-\alpha)^2} \ln \frac{1}{\alpha} - \frac{2(s-1)}{n^4} \frac{s-1}{1-\alpha} \left(\frac{s^3-1}{3} - \frac{s^2-1}{2} \right) - \frac{1}{n^4} \frac{(s-1)(\alpha s - 1)}{(1-\alpha)^2} \left[\frac{s^2-1}{2} - \frac{(s-1)(\alpha s - 1)}{1-\alpha} + \frac{(\alpha s - 1)^2}{(1-\alpha)^2} \ln \frac{1}{\alpha} \right] - \frac{n^2 - s^2}{n^4} \frac{(1-s)^2}{1-\alpha} + \ln \frac{n}{s} - \frac{3}{4} + \frac{4n^2 s^2 - s^4}{4n^4} \right\} \quad (8)$$

上面各式中 \bar{u} , u_w 分别为土体和桩体任一深度处的超静孔压; H 为软土层的厚度; γ_w 为水的重度; k_h, k_v, k_s, k_w 分别为未扰动区土体的水平渗透系数、土体的竖向渗透系数、完全扰动土的水平渗透系数以及桩体的渗透系数; $Y = E_w/E_s$, E_w, E_s 分别为桩体和土体的压缩模量; $A_w = \pi r_w^2, A_s = \pi(r_c^2 - r_w^2)$, $n = r_c/r_w$, $s = r_s/r_w$, r_w, r_s, r_c 分别为桩体、扰动区和影响区的半径; 面积置换率 $a_s = 1/n^2$ 。

1.2 定解条件推导

因为顶面透水、底面不透水, 可以得到定解问题的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} z=0: & \quad \bar{u}(z,t)=0, \quad u_w(z,t)=0, \\ z=H: & \quad \frac{\partial \bar{u}(z,t)}{\partial z}=0, \quad \frac{\partial u_w(z,t)}{\partial z}=0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

现有的复合地基固结理论和砂井地基固结理论均认为初始时刻地基土体中的超静孔压等于上部荷载在地基中引起的附加应力, 而不考虑桩体中超静孔压的具体分布形式。即

$$t=0: \quad \bar{u} = \sigma_0(z) = \sigma(z)。$$

但对于复合地基来说, 附加应力显然由桩体和土体共同承担, 并且, 由于桩体和砂井相比直径较大、压缩模量较高, 桩体中会出现“应力集中”的现象。因此, 复合地基固结的初始条件应该通过桩土共同承担附加应力这一原则来获得。本文依此对初始条件进行了改进, 这显然要优于传统的假设。

由等应变假设①得

$$\frac{\bar{\sigma}_s - \bar{u}}{E_s} = \frac{\bar{\sigma}_w - u_w}{E_w} = \varepsilon_v。 \quad (10)$$

式中 $\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_w$ 分别为土体中和桩体中的平均总应力; ε_v 为土体(或桩体)任一深度处的体积应变。

因为初始时刻土体和桩体均没有发生变形, 所以由式(10)可得

$$t=0: \quad \bar{\sigma}_s = \bar{u}, \quad \bar{\sigma}_w = u_w。 \quad (11)$$

另外, 由平衡条件得

$$\pi(r_c^2 - r_w^2)\bar{\sigma}_s + \pi r_w^2 \bar{\sigma}_w = \pi r_c^2 \sigma。 \quad (12)$$

把式(11)代入式(12)即可得该定解问题的初始条件为

$$t=0: \quad (n^2 - 1)\bar{u}(z,0) + u_w(z,0) = n^2 \sigma(z)。 \quad (13)$$

2 问题求解

把式(4)代入式(3)得

$$A \frac{\partial^4 u_w}{\partial z^4} + B \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} + C \frac{\partial^3 u_w}{\partial z^2 \partial t} - \frac{\partial u_w}{\partial t} = 0, \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= -c_v \frac{n^2 - 1 + Y}{n^2} \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w}, \quad C = \frac{n^2 - 1}{n^2} \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w}, \\ B &= c_v \frac{n^2 - 1 + Y}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1} \frac{k_w}{k_v} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

另外, $c_v = k_v E_s / \gamma_w$, 即土的竖向固结系数。

由文献[11]中得到的解的正交函数系可设

$$u_w = \sum_{m=1}^{\infty} T_m(t) \sin\left(\frac{M}{H} z\right), \quad (16)$$

其中 $M = \frac{2m-1}{2} \pi$, ($m=1, 2, 3, \dots$)。

该解已经满足定解问题的边界条件(9)。

把式(16)代入方程(14), 两边同乘以 $\sin\left(\frac{M}{H} z\right)$

并在 $[0, H]$ 上关于 z 积分可得

$$T_m'(t) - \frac{A \left(\frac{M}{H}\right)^4 - B \left(\frac{M}{H}\right)^2}{1 + C \left(\frac{M}{H}\right)^2} T_m(t) = 0, \quad (17)$$

该方程的解为

$$T_m(t) = A' e^{-\beta_m t} \quad (18)$$

其中

$$\beta_m = \frac{c_v \frac{n^2 - 1 + Y}{n^2} \left[\frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H}\right)^4 + \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1} \frac{k_w}{k_v}\right) \left(\frac{M}{H}\right)^2 \right]}{1 + \frac{n^2 - 1}{n^2} \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H}\right)^2} \quad (19)$$

把式(16)代入式(4)得

$$\bar{u}(z,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \left[1 + \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H}\right)^2 \right] T_m(t) \sin\left(\frac{M}{H} z\right)。 \quad (20)$$

将式(16)、(20)代入初始条件(13)得

$$\begin{aligned} (n^2 - 1) \sum_{m=1}^{\infty} \left[1 + \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H}\right)^2 \right] T_m(0) \sin\left(\frac{M}{H} z\right) + \\ \sum_{m=1}^{\infty} T_m(0) \sin\left(\frac{M}{H} z\right) = n^2 \left[p_T + (p_B - p_T) \frac{z}{H} \right]。 \end{aligned} \quad (21)$$

两边同乘以 $\sin\left(\frac{M}{H} z\right)$ 并在 $[0, H]$ 上关于 z 积分可得

$$T_m(0) = \frac{2n^2 \left[p_T - (-1)^m \frac{p_B - p_T}{M} \right]}{M \left[(n^2 - 1) \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H}\right)^2 + n^2 \right]}。 \quad (22)$$

利用式(18)、(22)可得

$$A' = \frac{2n^2 \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right]}{M \left[(n^2 - 1) \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H} \right)^2 + n^2 \right]} \quad (23)$$

把式(23)代入式(18)得

$$T_m(t) = \frac{2n^2 \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right]}{M \left[(n^2 - 1) \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H} \right)^2 + n^2 \right]} e^{-\beta_m t} \quad (24)$$

再把式(24)代入式(16)和式(20)可得桩体和土体中的超静孔压分别为

$$u_w = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2n^2 \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right] e^{-\beta_m t}}{M \left[(n^2 - 1) \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H} \right)^2 + n^2 \right]} \sin \left(\frac{M}{H} z \right), \quad (25)$$

$$\bar{u}(z,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{2n^2 \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right]}{M \left[(n^2 - 1) \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H} \right)^2 + n^2 \right]} \left[1 + \frac{A_w k_w}{C_q \gamma_w} \left(\frac{M}{H} \right)^2 \right] \sin \left(\frac{M}{H} z \right) e^{-\beta_m t} \right\} \quad (26)$$

3 复合地基固结度计算

3.1 按应力定义的固结度计算

本文考虑了桩土共同作用的特点,在计算复合地基按应力定义的总平均固结度时把桩的固结也引入固结度的定义,即在按应力计算固结度时,采用任一时刻、任一深度处复合地基总平均孔压 $\bar{u}(z,t)$,桩体和土体中的孔压按面积加权平均可得其表达式为

$$\begin{aligned} \bar{u}(z,t) &= \frac{1}{\pi r_e^2} \left[\int_0^{r_w} 2\pi r u_w dr + \int_{r_w}^{r_e} 2\pi r u(r) dr \right] \\ &= \frac{1}{n^2} \left[u_w + (n^2 - 1) \bar{u} \right] \quad (27) \end{aligned}$$

把式(25),式(26)代入可得

$$\bar{u} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right] e^{-\beta_m t} \sin \left(\frac{M}{H} z \right) \quad (28)$$

这时,地基任意时刻的总平均固结度可以表示为

$$U_p(t) = 1 - \frac{\int_0^H \bar{u}(z,t) dz}{\int_0^H \sigma(z) dz} \quad (29)$$

把式(28)代入式(29)可得

$$U_p(t) = 1 - \frac{4}{p_B + p_T} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{M^2} \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right] e^{-\beta_m t} \quad (30)$$

3.2 按变形定义的固结度计算

由弹性力学的知识可知,复合地基任一时刻的沉降可按式(31)计算:

$$S_t = \int_0^H \varepsilon_z dz \quad (31)$$

由式(10),(12)和式(27)可得

$$\varepsilon_z = \frac{n^2 \sigma - [(n^2 - 1)\bar{u} + u_w]}{E_s(n^2 - 1 + Y)} = \frac{n^2(\sigma - \bar{u})}{E_s(n^2 - 1 + Y)} \quad (32)$$

把式(28)代入式(32)再代入式(31)可得

$$S_t = \frac{1}{E_s(n^2 - 1 + Y)} \left\{ \frac{(p_B + p_T)H}{2} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2H}{M^2} \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right] e^{-\beta_m t} \right\} \quad (33)$$

令 $t \rightarrow \infty$ 可得地基最终的沉降为

$$S_{\infty} = \frac{(p_B + p_T)H}{2E_s(n^2 - 1 + Y)} \quad (34)$$

任一时刻按变形定义的复合地基总平均固结度的表达式为

$$U_s = \frac{S}{S_{\infty}} \quad (35)$$

把式(33),(34)代入式(35)得

$$U_s(t) = 1 - \frac{4}{p_B + p_T} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{M^2} \left[p_T - (-1)^m \frac{P_B - P_T}{M} \right] e^{-\beta_m t} \quad (36)$$

可以看出:当复合地基中的平均附加应力沿深度线性分布时,复合地基按应力和按变形定义的总平均固结度相等,即 $U_p(t) = U_s(t)$ 。

另外,如果令 $p_B = p_T$,本文的解即转化为文献[11]的解,即

$$U_p(t) = U_s(t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t} \quad (37)$$

4 复合地基固结性状分析

图3反映了不同的附加应力分布形式下地基的固结性状。由图可知:底面附加应力为零时,即附加应力呈倒三角形分布时固结最快;矩形分布时,即附加应力均匀分布时次之;倒梯形分布又快于矩形分布;正三角形分布,即顶面附加应力为零时固结最慢。

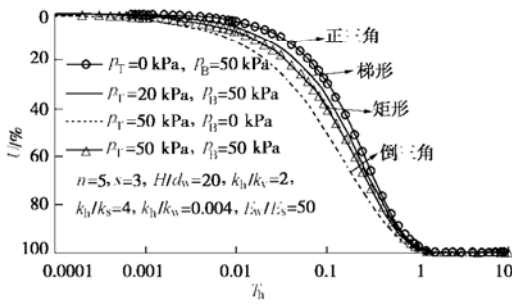


图 3 附加应力分布形式对固结性状的影响

Fig. 3 Influence of distribution form of subsidiary stress on consolidation

另外, 由图 4 可知: 当附加应力为梯形分布时, 地基顶面和底面附加应力之比越大, 固结越快。

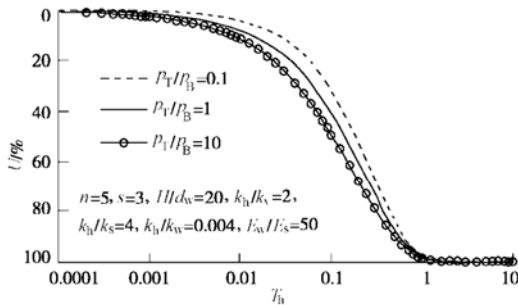


图 4 p_T/p_B 对固结性状的影响

Fig. 4 Influence of p_T/p_B on consolidation

图 5 中, 当 $s=1$ 时, 相当于土体未受到扰动, 此时固结最快; 当 $s=5$ 时, 相当于影响区的土体均受到扰动, 此时固结最慢; $s=2$ 时居中。即: 扰动区越大, 固结越慢。

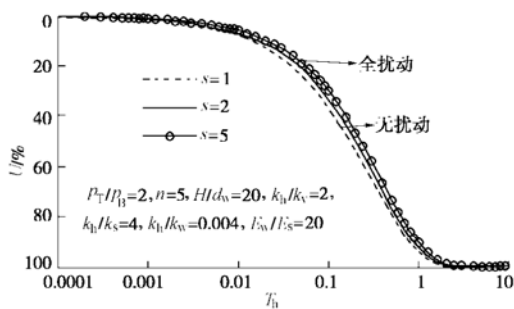


图 5 扰动区大小对固结性状的影响

Fig. 5 Influence of the size of disturbed zone on consolidation

图 6 中, 当 s 一定时, k_h/k_s 的大小反映了土体受到扰动的程度, 其值越大, 说明土体的扰动越大。当 $k_h/k_s=1$ 时, 相当于土体没有扰动, 这时固结最快。由该图可以看出: 土体受到的扰动越大, 固结越慢。

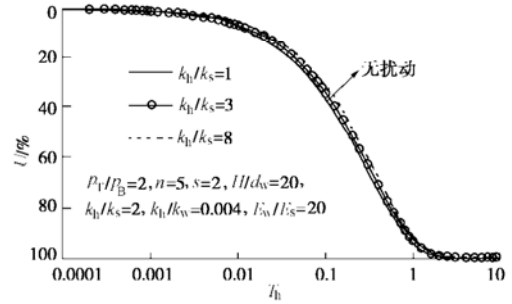


图 6 k_h/k_s 对固结性状的影响

Fig. 6 Influence of k_h/k_s on consolidation

图 7 中, 除了文献[10]是砂井地基固结解外, 其它解均为复合地基固结解。对几种解进行了比较, 可以看出: 文献[10]的解因为忽略了桩体刚度, 所以固结最慢, 文献[9]因为忽略了土体的竖向渗流, 所以慢于文献[11]的解。本文的解假定土体中的附加应力为倒梯形分布, 即附加应力上大下小, 这时固结最快, 这一点其他的几种解是无法考虑到的。

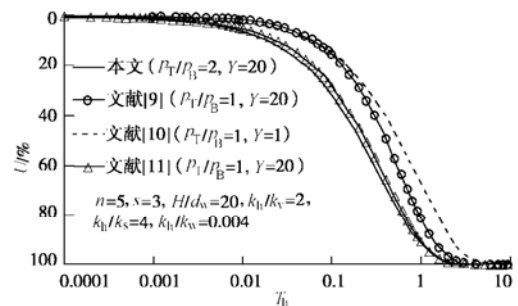


图 7 不同解的比较

Fig. 7 Comparison among different solutions

5 结 论

(1) 本文的解综合考虑了扰动区土体水平渗透系数逐渐变化、地基附加应力沿深度线性分布、桩土共同作用的特点, 和以往的解相比, 该理论模型更接近于实际工况。

(2) 当复合地基中的平均附加应力沿深度线性分布时, 按应力和按变形定义的复合地基的总平均固结度相等。

(3) 地基顶面和底面的附加应力之比越大, 固结越快。其极限情况, 即附加应力呈倒三角形分布时固结最快, 正三角形分布时固结最慢。

(4) 桩体施工对地基的扰动程度越小, 即扰动区越小或者扰动区土体的渗透系数减小的越慢, 地基的

固结越快。

参考文献:

- [1] YOSHIKUNI H. Design and control of construction in the vertical drain method[M]. Gihoudou, Tokyo, 1979.
- [2] 韩杰, 叶书麟. 理想碎石桩复合地基固结度计算[C]// 全国复合地基学术讨论会论文集, 上海: 同济大学出版社, 1990. (HAN Jie, YE Shu-lin. Calculation of consolidation of ideal composite foundation with gravel piles[C]// Symposium of Chinese Conference on Composite Foundation, Shanghai: Tongji University Press, 1990. (in Chinese))
- [3] 韩杰, 叶书麟. 考虑井阻和涂抹作用碎石桩复合地基固结度计算[C]// 第三届全国地基处理学术讨论会论文集, 杭州: 浙江大学出版社, 1992: 351 - 358. (HAN Jie, YE Shu-lin. Calculation of consolidation of composite foundation with gravel piles accounting for well resistance and smear effect[C]// Symposium of the Third Chinese Conference on Foundation Treatment, Hangzhou: Zhejiang University Press, 1992: 351 - 358. (in Chinese))
- [4] 谢康和. 复合地基固结理论研究现状与发展[J]. 地基处理, 1993, 4(3): 1 - 14. (XIE Kang-he. Present state and development of the study on the consolidation theory of the composite foundation[J]. Foundation Treatment, 1993, 4(3): 1 - 14. (in Chinese))
- [5] HAN Jie, YE Shu-lin. Simplified method for consolidation rate of stone column reinforced foundations[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(7): 597 - 603.
- [6] 王瑞春, 谢康和. 考虑应力集中效应的散体材料桩复合地基固结解析[J]. 科技通报, 2001, 17(5): 26 - 31. (WANG Rui-chun, XIE Kang-he. Theoretical solution of consolidation of composite foundation with granular columns accounting for stress concentration[J]. Bulletin of Science and Technology, 2001, 17(5): 26 - 31. (in Chinese))
- [7] 王瑞春, 谢康和. 双层散体材料桩复合地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 418 - 422. (WANG Rui-chun, Xie Kang-he. Analytical theory for consolidation of two-layer composite foundation with granular columns[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(4): 418 - 422. (in Chinese))
- [8] 王瑞春, 谢康和. 双层散体材料桩复合地基固结普遍解析解[J]. 中国公路学报, 2002, 15(3): 33 - 37. (WANG Rui-chun, XIE Kang-he. General theoretical solution of consolidation of two-layers composite foundation with granular columns[J]. China Journal of Highway and Transport, 2002, 15(3): 33 - 37. (in Chinese))
- [9] HAN J, YE S L. A theoretical solution for consolidation rates of stone column-reinforced foundations accounting for smear and well resistance effects[J]. The International Journal of Geomechanics, 2002, 2(2): 135 - 151.
- [10] WANG Xu-sheng, JIAO Jiu Jimmy. Analysis of soil consolidation by vertical drains with double porosity model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2004(28): 1385 - 1400.
- [11] ZHANG Y G, XIE K H, WANG Z. Consolidation analysis of composite ground improved by granular columns considering variation of permeability coefficient of soil[C]// Ground Modification and Seismic Mitigation (GSP 152), Proceedings of Sessions of Geo Shanghai, 2006.