

# 不同应力路径下的邓肯-张模型模量公式

殷德顺<sup>1</sup>, 王保田<sup>2</sup>, 王云涛<sup>1</sup>

(1. 河海大学工程力学系, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 实际工程中, 土体可能处于轴向卸载、侧向加载、侧向卸载应力路径下, 而邓肯-张模型是在轴向加载条件下得到的, 这限制了它的适用范围。本文模拟邓肯-张模型思路推导了不同应力路径下的切线模量公式, 从而使模量公式系列化, 扩大了邓肯-张模型适用范围; 根据不同应力路径试验的结果, 发现公式推导中使用的假设可以得到验证。

**关键词:** 应力路径; 邓肯-张模型; 模量公式; 三轴试验

**中图分类号:** TU431; X705      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2007)09-1380-06

**作者简介:** 殷德顺(1972-), 男, 山东人, 讲师, 主要从事岩土力学基础理论和岩土数值分析方面的研究。E-mail: yindeshun@hhu.edu.cn。

## Tangent elastic modulus of Duncan-Chang model for different stress paths

YIN De-shun<sup>1</sup>, WANG Bao-tian<sup>2</sup>, WANG Yun-tao<sup>1</sup>

(1. Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** In practical applications, the soil might be subjected to different stress paths, such as axial unloading lateral loading and lateral unloading. But the well-known Duncan-Chang model was derived only under the axial loading condition. Thus the scope of its application was restricted. It was attempted to further develop the Duncan-Chang model and to derive a formula of tangent elastic modulus under different stress paths. The new formula was verified for various problems which could not be well handled by the traditional Duncan-Chang model.

**Key words:** stress path; Duncan-Chang model; tangent elastic modulus; triaxial test

## 0 引 言

20世纪以来, 伴随着土木水利工程的发展, 高层建筑、地下工程以及水利设施的数量迅速增多, 这些工程的建造使承担基础作用的土体处于不同荷载的作用下。

很多学者对于土体应力-应变关系受应力路径影响的问题进行了研究, 而且这一方面的研究积累也非常多。Lambe<sup>[1]</sup>首先提出了应力路径方法。曾国熙等<sup>[2]</sup>的研究发现, 软黏土的应力-应变关系不但具有非线性特点, 而且受应力路径的影响, 正常固结饱和黏土的应力-应变曲线可以按双曲线拟合, 并可归一化; 他还把这个结论应用于软黏土的深基坑开挖非线性有限元中。刘国彬、侯学渊<sup>[3]</sup>对上海地区有代表性软土的卸荷模量的变化规律研究发现, 软土的应力-应变关系与应力路径密切相关, 其卸荷应力-应变关系为双曲线形式, 并得到了切线卸荷模量的计算公式。应宏伟等<sup>[4]</sup>对杭州、上海饱和软黏土采用排水分析研究, 得到了同时考虑应力路径和应力历史影响的、用有效

应力表示的非线性模量方程。刘祖德等<sup>[5]</sup>就不同应力路径对填土的变形特性进行了研究。邱金营<sup>[6]</sup>就不同应力路径对砂土应力-应变关系进行了研究。可见, 应力路径对土的应力-应变关系的影响是非常大的。

由于土体具有复杂的变形特性, 所以土体变形的计算应该根据不同荷载情况, 应用不同的模型或参数。

邓肯-张模型是经常使用的一种本构模型, 这不仅是由于它的参数少, 而且是由于这些参数是通过常规的三轴试验就可以获得。但是还必须注意到一个现实情况, 这就是邓肯-张模型是在轴向应力增加, 而侧向应力不变的情况下获得的(称这种情况为轴向加载), 但是在现实中, 土体往往经历的应力路径不是轴向压缩, 还有可能是其他的应力路径, 这就造成邓肯-张模型不能很好的模拟它们。作为一个好的模型, 应该有广泛的适用性。所以, 本文首先根据邓肯-张

基金项目: 河海大学科技创新基金资助项目(2006407911)

收稿日期: 2006-08-09

模型思路推导了轴向卸载、侧向卸载和侧向加载三种应力路径情况下的模量公式; 然后, 根据不同学者的试验结果, 验证了公式推导中的一些假设。

虽然, 有些学者<sup>[3, 7-14]</sup>推导过某种应力路径下模量公式, 但系统地推导整理还没有。本文的研究目的在于将邓肯 - 张模型模量公式系列化, 使学者可以根据土体应力路径的不同, 在有限元计算中选取不同的模量公式, 以减少计算误差, 从而使邓肯 - 张模型应用更加广泛。

### 1 不同应力路径的邓肯 - 张模型模量公式推导

本文将主要是在邓肯 - 张模型思路下推导侧向卸载、侧向加载和轴向卸载 3 种情况下的模量公式。

#### 1.1 侧向卸载条件下的切线弹性模量 $E_t$

侧向卸载是指土样固结后轴向压力保持不变, 侧向压力减小。

与邓肯 - 张模型思路一样, 假设土体是各向同性介质, 根据增量广义虎克定律, 应力应变有如下关系:

$$E = \frac{\Delta\sigma_a(\Delta\sigma_a + \Delta\sigma_r) - 2\Delta\sigma_r^2}{\Delta\varepsilon_a(\Delta\sigma_a + \Delta\sigma_r) - 2\Delta\varepsilon_r\Delta\sigma_r} \quad (1)$$

式中,  $\Delta\sigma_a$  为轴向压力增量,  $\Delta\sigma_r$  为侧向压力增量,  $\Delta\varepsilon_a$  为轴向应变增量,  $\Delta\varepsilon_r$  为侧向应变增量,  $E$  为弹性模量。

当轴向应力增量  $\Delta\sigma_a = 0$ , 侧向应力增量  $\Delta\sigma_r \neq 0$  时, 应力应变关系可写为

$$E = \frac{-2\Delta\sigma_r}{\Delta\varepsilon_a - 2\Delta\varepsilon_r} = \frac{\partial[2(\sigma_a - \sigma_r)]}{\partial(\varepsilon_a - 2\varepsilon_r)} \quad (2)$$

参照邓肯 - 张模型的推导过程, 假设侧向卸载条件下, 土体的  $2(\sigma_{rc} - \sigma_r) - \varepsilon_a - 2\varepsilon_r$  关系曲线仍然可用双曲线拟合, 既  $(\varepsilon_a - 2\varepsilon_r)/2(\sigma_{rc} - \sigma_r) - (\varepsilon_a - 2\varepsilon_r)$  关系曲线是直线, 其中  $\sigma_{rc}$  为侧向固结压力。关系曲线如图 1。

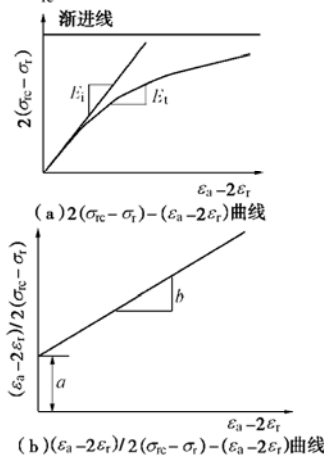


图 1 侧向卸载应力 - 应变曲线

Fig. 1 The stress-strain curves for lateral unloading

与邓肯 - 张模型类似, 同样假设初始切线模量  $E_t$  ( $E_t$  为  $2(\sigma_{rc} - \sigma_r) - \varepsilon_a - 2\varepsilon_r$  曲线上原点处的斜率) 随轴向固结压力  $\sigma_{ac}$  而变化, 且在双对数纸上点绘  $\lg(E_t/p_a)$  和  $\lg(\sigma_{ac}/p_a)$  的关系, 可用直线来拟合, 设直线的截距为  $k$ 、斜率为  $n$ 。

$$E_t = kp_a \left( \frac{\sigma_{ac}}{p_a} \right)^n \quad (3)$$

大量试验<sup>[7-14]</sup>表明: 不同应力路径下土的强度准则仍然符合莫尔强度准则, 所以侧向卸载时, 由莫尔圆可推出破坏偏应力为

$$(\sigma_a - \sigma_r)_f = \frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_{ac} \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (4)$$

又因为在侧向卸载时  $\sigma_a = \sigma_{ac} = \text{const}$ , 经过推导式 (2) 可以变为

$$E_t = kp_a \left( \frac{\sigma_{ac}}{p_a} \right)^n \left\{ 1 - R_f \frac{(\sigma_{rc} - \sigma_r)(1 + \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_{ac} \sin \varphi - (\sigma_{ac} - \sigma_{rc})(1 + \sin \varphi)} \right\}^2 \quad (5)$$

需说明的是: 式 (4)、(5) 中的强度指标  $c$ ,  $\varphi$  来自侧向卸载试验, 而不是常规轴向加载试验。当然, 一些学者<sup>[7-8]</sup>发现轴向加载与侧向卸载的强度指标相近, 可以相互代替; 也有学者<sup>[14]</sup>不这样认为。

对于  $K_0$  固结, 由于  $\sigma_{rc}/\sigma_{ac} = K_0 = 1 - \sin \varphi$ , 若认为不同应力路径的强度指标一致, 式 (5) 可简化为

$$E_t = kp_a \left( \frac{\sigma_{ac}}{p_a} \right)^n \left\{ 1 - R_f \frac{[\sigma_{ac}(1 - \sin \varphi) - \sigma_r](1 + \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + \sigma_{ac} \sin \varphi - \sigma_{ac} \sin^2 \varphi} \right\}^2 \quad (6)$$

式 (5)、(6) 中,

$$R_f = \frac{[(\sigma_a - \sigma_r) - (\sigma_{ac} - \sigma_{rc})]_f}{[(\sigma_a - \sigma_r) - (\sigma_{ac} - \sigma_{rc})]_u} \quad (7)$$

式中, 下角标  $u, f$  以及参数  $c, \varphi$  的含义与邓肯 - 张模型雷同, 在此不再赘述。

#### 1.2 侧向加载条件下的切线弹性模量 $E_t$

侧向加载是指土样固结后轴向压力保持不变, 侧向压力增加, 试样破坏时  $\sigma_a < \sigma_r$ 。

参照侧向卸载条件切线弹性模量公式的推导思路, 假设侧向加载条件下的应力 - 应变关系仍为双曲线或直线, 如图 2。同样假设在双对数纸上点绘  $\lg(E_t/p_a)$  和  $\lg(\sigma_{ac}/p_a)$  的关系, 可用直线来拟合。

侧向加载时, 由莫尔圆可推出破坏偏应力为

$$(\sigma_a - \sigma_r)_f = -\frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_{ac} \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (8)$$

侧向加载条件下的切线弹性模量公式为

$$E_t = k p_a \left( \frac{\sigma_{ac}}{p_a} \right)^n \cdot \left\{ 1 + R_f \frac{(\sigma_{rc} - \sigma_r)(1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_{ac} \sin \varphi + (\sigma_{ac} - \sigma_{rc})(1 - \sin \varphi)} \right\}^2, \quad (9)$$

式(8)、(9)中的  $c$ ,  $\varphi$  来自侧向加载试验。

同样,若假设不同应力路径的强度指标一致,  $K_0$  固结侧向加载条件下的切线弹性模量公式如下:

$$E_t = k p_a \left( \frac{\sigma_{ac}}{p_a} \right)^n \cdot \left\{ 1 + R_f \frac{[\sigma_{ac}(1 - \sin \varphi) - \sigma_r](1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 3\sigma_{ac} \sin \varphi - \sigma_{ac} \sin^2 \varphi} \right\}^2, \quad (10)$$

式中各符号意义同前,其中  $R_f$  仍为式(7)。

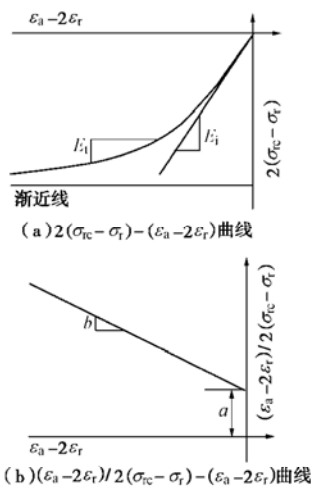


图2 侧向卸载应力-应变曲线

Fig. 2 The stress-strain curves for lateral loading

### 1.3 轴向卸载条件下的切线弹性模量 $E_t$

轴向卸载是指土样固结后侧向压力保持不变,轴向压力减小,试样破坏时也是  $\sigma_a < \sigma_r$ 。

假设土体为各向同性介质,根据增量广义虎克定律,当  $\Delta \sigma_a \neq 0$ ,  $\Delta \sigma_r = 0$  时得

$$E = \frac{\Delta \sigma_a}{\Delta \varepsilon_a} = \frac{\partial \sigma_a}{\partial \varepsilon_a} = \frac{\partial (\sigma_a - \sigma_r)}{\partial \varepsilon_a}. \quad (11)$$

同样,假设  $(\sigma_a - \sigma_{ac}) - \varepsilon_a$  关系也是双曲线,  $\varepsilon_a / (\sigma_a - \sigma_{ac}) - \varepsilon_a$  关系也是线性关系,如图3。

轴向卸载时,由莫尔圆可推出破坏偏应力为

$$(\sigma_a - \sigma_r)_f = -\frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_{rc} \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (12)$$

与邓肯-张模型类似,假设  $E_t$  随  $\sigma_{rc}$  变化,在双对数纸上点绘  $\lg(E_t / p_a)$  和  $\lg(\sigma_{rc} / p_a)$  的关系,可以近似为一直线,直线的截距是  $k$ ,斜率是  $n$ 。于是有

$$E_t = k p_a \left( \frac{\sigma_{rc}}{p_a} \right)^n. \quad (13)$$

由式(11)可得

$$E_t = k p_a \left[ \frac{\sigma_{rc}}{p_a} \right]^n \cdot \left\{ 1 + R_f \frac{(\sigma_a - \sigma_{ac})(1 + \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_{rc} \sin \varphi - (\sigma_{ac} - \sigma_{rc})(1 + \sin \varphi)} \right\}^2, \quad (14)$$

式(12)、(14)中的  $c$ ,  $\varphi$  来自轴向卸载试验。

若假设不同应力路径的强度指标一致,对于  $K_0$  固结,式(14)可以简化为

$$E_t = k p_a \left( \frac{\sigma_{rc}}{p_a} \right)^n \cdot \left\{ 1 + R_f \frac{[\sigma_a(1 - \sin \varphi) - \sigma_{rc}](1 + \sin \varphi)}{2c \cos \varphi(1 - \sin \varphi) + \sigma_{rc} \sin \varphi - 3\sigma_{rc} \sin^2 \varphi} \right\}^2, \quad (15)$$

式中各符号意义同前,其中  $R_f$  仍为式(7)。

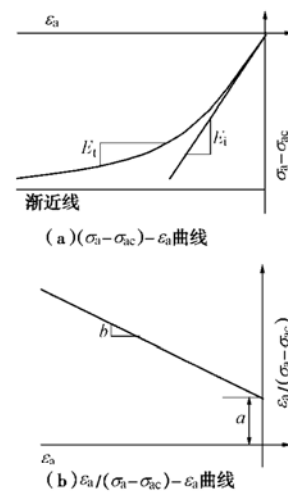


图3 轴向卸载应力-应变曲线

Fig. 3 The stress-strain curves for axial unloading

### 1.4 轴向加载条件下的切线弹性模量 $E_t$

邓肯-张模型就是在轴向应力增加,侧向应力不变的情况下得到的,但是,它的公式是在等应力固结的情况下得到的,即  $\sigma_{ac} = \sigma_{rc}$ 。所以本文在此推导  $\sigma_{ac} \neq \sigma_{rc}$  情况下的轴向加载邓肯-张模型模量公式。

轴向加载时,由莫尔圆可推出破坏偏应力为

$$(\sigma_a - \sigma_r)_f = -\frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_{rc} \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}; \quad (16)$$

模量公式为

$$E_t = k p_a \left( \frac{\sigma_{rc}}{p_a} \right)^n \cdot \left\{ 1 - R_f \frac{(\sigma_a - \sigma_{ac})(1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_{rc} \sin \varphi + (\sigma_{ac} - \sigma_{rc})(1 - \sin \varphi)} \right\}^2. \quad (17)$$

$K_0$  固结轴向加载条件下的模量公式为

$$E_t = k p_a \left( \frac{\sigma_{rc}}{p_a} \right)^n \cdot \left\{ 1 - R_f \frac{\sigma_a(1 - \sin \varphi) - \sigma_{rc}}{2c \cos \varphi + 3\sigma_{rc} \sin \varphi} \right\}^2, \quad (18)$$

式中各符号意义同前,其中  $R_f$  仍为式(7)。

通过推导,对应不同的应力路径,邓肯-张模型

的模量公式会有式 (5)、(9)、(14) 和 (17) 四个公式, 如果是  $K_0$  固结情况, 且假设不同应力路径的强度指标一致则上述 4 个公式可简化成式 (6)、(10)、(15) 和 (18), 从而实现了模量公式的系列化。当然, 公式推导中所做的假设还要得到验证。

## 2 不同应力路径下的三轴试验

很多学者<sup>[2, 4-14]</sup>都进行过不同应力路径下的三轴试验, 应该说“非常规”三轴试验的积累已经非常多了, 下面将通过笔者和其他学者的试验成果来验证公式推导中使用的双曲线等假设。

### 2.1 侧向卸载应力路径试验

由于利用常规应力控制三轴仪就能够进行侧向卸载试验, 所以很多学者<sup>[2, 7-14]</sup>都进行过侧向卸载试验, 笔者得到的试验曲线如图 4, 5。

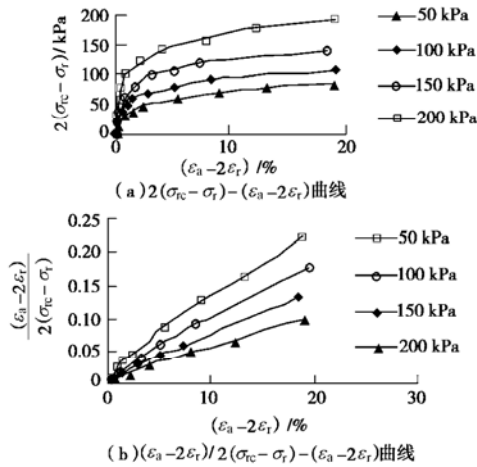


图 4 侧向卸载应力 - 应变曲线

Fig. 4 The stress-strain curves of lateral unloading tests

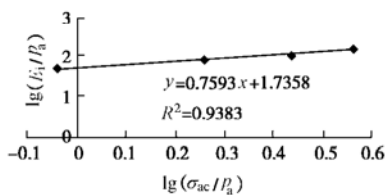


图 5 侧向卸载  $(E_i/p_a) - \lg(\sigma_{ac}/p_a)$  关系曲线

Fig. 5 The  $\lg(E_i/p_a) - \lg(\sigma_{ac}/p_a)$  curves of lateral unloading tests

可见, 在侧向卸载条件下, 公式推导中双曲线假设成立, 且关于初始切线模量  $E_i$  与固结应力关系假设也成立, 这样的结论在其他学者<sup>[7-14]</sup>也曾获得。

### 2.2 侧向加载应力路径试验

张孟喜<sup>[14]</sup>利用日本生产的 SUM 动 (静) 力三轴试验剪切仪, 宋雄伟<sup>[11]</sup>利用英国进口的 GDS 标准应力路径试验系统及笔者<sup>[10]</sup>利用改进的三轴剪切仪进行过该试验。张孟喜和笔者的试验结果经过整理后如图 6, 7。

可见, 在侧向加载条件下, 无论是张孟喜还是笔者得到的  $2(\sigma_{rc} - \sigma_r) - (\varepsilon_a - 2\varepsilon_r)$  关系曲线呈均微弯曲线,  $(\varepsilon_a - 2\varepsilon_r)/2(\sigma_{rc} - \sigma_r) - (\varepsilon_a - 2\varepsilon_r)$  关系曲线除个别段外都可以表示为直线。基本满足公式推导使用的双曲线假设。至于  $\lg(E_i/p_a)$  和  $\lg(\sigma_{ac}/p_a)$  的关系, 笔者发现可用直线来拟合, 当然, 张孟喜的试验由于只有两个点, 自然可以用直线来拟合。

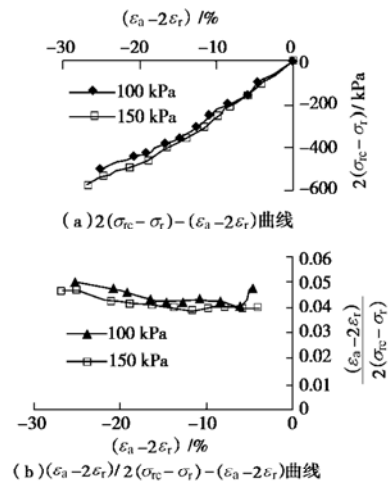


图 6 侧向卸载应力 - 应变曲线

Fig. 6 The stress-strain curves of lateral loading tests

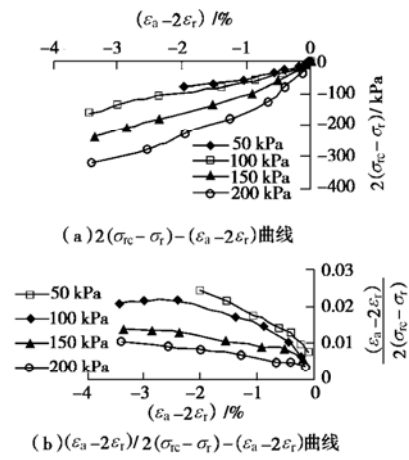


图 7 侧向卸载应力 - 应变曲线

Fig. 7 The stress-strain curves of lateral loading tests

### 2.3 轴向卸载应力路径试验

何世秀等<sup>[13]</sup>和张孟喜<sup>[14]</sup>分别利用改进的三轴剪切仪和日本生产的 SUM 动 (静) 力三轴试验剪切仪进行过  $K_0$  固结的轴向卸载试验。何世秀和张孟喜的试验结果经过整理后如图 8, 9。

可见, 在轴向卸载条件下, 试验得到的  $(\sigma_a - \sigma_{ac}) - \varepsilon_a$  关系曲线呈双曲线; 但是, 经过分析  $\lg(E_i/p_a)$  和  $\lg(\sigma_{rc}/p_a)$  的关系不能很好表示为直线, 关于这方面的研究有待通过更多的试验继续深入。

总之, 通过不同学者使用不同仪器, 在不同时间进行的试验研究发现: 前文公式推导中使用的双曲线

假设是正确的，具有一定普遍性；关于初始切线模量  $E_i$  与固结应力关系假设在侧向卸、加载条件下也成立。这说明前文推导的公式能够经得起试验的检验。

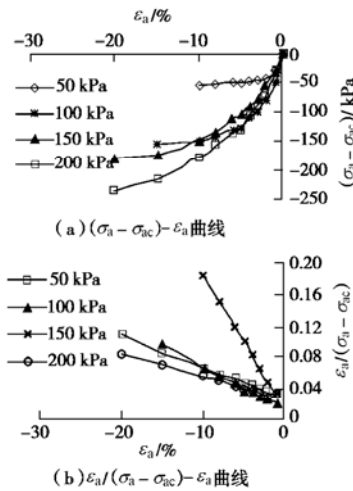


图 8 轴向卸载应力 - 应变曲线

Fig. 8 The stress-strain curves of axial unloading tests

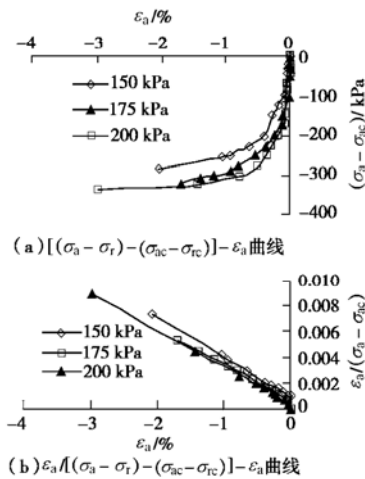


图 9 轴向卸载应力 - 应变曲线

Fig. 9 The stress-strain curves of axial unloading tests

### 3 试验仪器的改进

应该说模量公式的推导和选择并不困难，困难的是参数的获取，要想得到参数必须做试验，轴向加载试验的积累已经很多，而轴向卸载、侧向卸载和侧向加载试验也有了一定的积累，但是，还不是很多，造成这种现状的原因有两个：①大家习惯做轴向加载试验，不习惯做其他应力路径试验，说到底是畏难情绪在作怪；②设备仪器的限制，常规三轴剪切仪不能进行轴向卸载和侧向加载试验。

科学是发展的，积累也应该是逐渐增加的，现在的仪器越来越先进，各种应力路径试验都能做，笔者认为为了使邓肯 - 张模型应用范围更加广泛，广大科技工作者应该首先克服畏难情绪，为不同应力路径试

验参数的积累做出努力。另外，不同应力路径试验不一定非要在昂贵的仪器上来完成，何世秀等<sup>[13]</sup>就曾经对三轴剪切仪进行过局部改进，笔者也对普通三轴剪切仪进行了局部改进，即将应力控制式三轴仪的轴向加压活塞的两端改造成螺纹状并加长，并与加荷帽之间安装螺帽装置，如图 10 所示，使它能够进行轴向加载、轴向卸载、侧向卸载和侧向加载应力路径试验。笔者的整个改进花费不超过人民币 500 元，之所以谈到改进的花费，笔者是想告诉一个事实，就是进步不是太难，试验的积累也不费事。



图 10 仪器局部改进

Fig. 10 Improvement of the instrument

### 4 结 语

现有的邓肯 - 张模型是由轴向加载情况下得到，鉴于这一实际情况，本着扩大邓肯 - 张模型适用范围的目的，本文在邓肯 - 张模型思路下推导了侧向卸载、侧向加载和轴向卸载 3 种情况下的模量公式，并根据多位学者的试验结果验证了公式推导中使用的双曲线假设的正确性和普遍性，说明模量公式是经得起试验检验的。为了得到相应的参数，笔者还谈到了试验仪器的改进，希望通过广大科技工作者的努力来为不同应力路径下邓肯 - 张模型参数的获取提供积累。

虽然，有学者<sup>[7]</sup>发现：相对于现有邓肯 - 张模量公式，考虑应力路径的模量公式能得到更接近实测计算结果；但是，它们计算结果之间有多大差距的问题还有待深入研究。另外，本文在推导  $K_0$  固结，不同应力路径模量公式时，假设不同应力路径的强度指标一致，这个假设还需要深入验证。

#### 参考文献:

[1] LAMBE T W. Stress path method[J]. Journal of Soil Mech and Found Div, ASCE, 1967, 93(SM6): 268 - 277.  
 [2] 曾国熙, 潘秋元, 胡一峰. 软黏土地基基坑开挖性状的研究[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(3): 13 - 22. (ZENG Guo-xi, PAN Qiu-yuan, HU Yi-feng. The behavior of excavation in soft clay ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 10(3): 13 - 22. (in Chinese))  
 [3] 刘国彬, 候学渊. 软土的卸荷模量[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(6): 18 - 23. (LIU Guo-bin, HOU Xue-yuan. Unloading

- modulus of Shanghai soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **35**(5): 70 - 74. (in Chinese)
- (4): 59 - 63.(in Chinese))
- [5] 刘祖德, 陆士强, 杨天林. 路径对填土应力-应变关系的影响及其应用[J]. 岩土工程学报, 1982, **4**(4): 45 - 55. (LIU Zu-de, LU Shi-qiang, YANG Tian-lin. The effect and application of stress path on stress-strain relationship of backfill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, **4**(4): 45 - 55. (in Chinese))
- [6] 邱金营. 应力路径对砂土应力-应变关系的影响[J]. 岩土工程学报, 1995, **17**(2): 75 - 82. (QIU Jin-ying. The effect of stress path on stress-strain behavior of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, **17**(2): 75 - 82. (in Chinese))
- [7] 张文慧. 基坑工程中应力路径对侧向变形的影响及土压力与侧向位移关系的研究[D]. 南京: 河海大学, 2003. (ZHANG Wen-hui. Influence of stress path to lateral deformation of excavation pits and the relationship of earth Pressure and lateral displacement[D]. Nanjing: Hohai University, 2003. (in Chinese))
- [8] 葛卫春. 基坑侧向卸荷应力路径及挡墙侧向变形研究[D]. 南京: 河海大学, 2001. (GE Wei-chun. Research on of lateral unloading stress path and wall deformation for foundation pit[D]. Nanjing: Hohai University, 2001. (in Chinese))
- [9] 李守德, 张土乔, 等. 天然地基土在基坑开挖侧向卸荷过 pressure of retaining structure in foundation pit[D]. Nanjing: Hohai University, 2005. (in Chinese))
- [11] 宋雄伟. 基坑支护设计中的土压力系数研究[D]. 南京: 河海大学, 2004. (SONG Xiong-wei. Study on the earth pressure coefficient in the design of deep excavation timbering [D]. Nanjing: Hohai University, 2004. (in Chinese))
- [12] 张孟喜, 孙 钧. 受施工卸载扰动黄土的变形与强度特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(13): 2248 - 2254. (ZHANG Meng-xi, SUN Jun. Unloading-induced deformation and strength properties of loess during construction[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(13): 2248 - 2254. (in Chinese))
- [13] 何世秀, 韩高升, 庄心善, 等. 基坑开挖卸荷土体变形的试验研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(1): 17 - 20. (HE Shi-xiu, HAN Gao-sheng, ZHUANG Xin-shan, et al. Experimental researches on unloading deformation of clay in excavation of foundation pit[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(1): 17 - 20. (in Chinese))
- [14] 张孟喜. 受施工扰动土体的工程性质研究[D]. 上海: 同济大学, 1999. (ZHANG Meng-xi. Study on engineering properties of soil masses due to construction disturbances[D]. Shanghai: Tongji University, 1999. (in Chinese))