

# 分级加载条件下提早预测地基沉降的沉降差法

黄广军

(广东省深圳市宝安区土地储备开发中心, 广东 深圳 518102)

**摘要:** 提出了一种分级加载条件下提早预测地基沉降的新方法——沉降差法。该方法将各级荷载作用下的地基沉降发展规律统一了起来, 能同时利用各级荷载下的实测数据来进行线性拟合和预测, 可在工程填土施工过程中提早预测在设计总荷载作用下的地基总沉降量, 以指导工程施工。

**关键词:** 地基沉降预测; 分级加载; 沉降差法

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)06-0811-08

**作者简介:** 黄广军(1969-), 男, 博士, 高级工程师, 注册土木工程师(岩土), 主要从事工程管理及岩土工程研究。

E-mail: batdkf@126.com。

## New method to predict in advance settlement of ground under multi-stage filling

HUANG Guang-Jun

(Land Reserve and Exploitation Center of Bao'an District, Shenzhen 518102, China)

**Abstract:** A new method named settlement differential method was proposed. By use of the method the settlement of ground could be predicted in advance under the condition that fill material was added onto the ground by layer. The development of ground settlement at different filling stages was revealed, so the ground settlement data observed at different filling stages could be used in linear fitting to predict the ultimate ground settlement. It was useful in fill construction that the ultimate settlement of ground could be precisely predicted in the course of filling.

**Key words:** prediction of ground settlement; multi-stage filling; settlement differential method

## 0 概 述

在堆载预压法处理软土地基中, 由于理论计算的地基沉降和固结度一般误差较大, 因此, 常通过实测沉降资料推算地基总沉降量, 以便较准确地估计需要的预留沉降量和确定预压土卸载时间。这里的预留沉降量是指在设计的填土交工面标高以上, 根据预估的地基后续沉降量而增加的填土厚度。

推算地基沉降的传统方法主要有: 三点法、双曲线法、浅冈法(Asaoka)。这些方法一般要求在恒载以后有较长时间的沉降观测资料才能较准确地推算, 因此, 尽管对判断预压土卸载时间很有效, 但无法在填筑预留沉降土层前提早推算预留沉降量。

为此, 许多学者和工程技术人员开展了一系列的研究, 提出了多种分析方法来预测分级填筑过程中地基的沉降发展规律。这些方法归纳起来主要有三大类: 曲线拟合法、反演分析法和人工神经网络法。反演分析法和人工神经网络法计算较复杂, 目前在工程应用中仍以曲线拟合法为主。

根据已公开发表的文献资料, 目前已提出的各种

曲线拟合法, 主要是通过对各级荷载作用下的沉降观测数据进行分段分析拟合, 即对第  $i$  级荷载施加后至第  $i+1$  级荷载施加前的时间段内的观测数据作曲线拟合, 求出该时间段内的曲线拟合方程的参数, 作为分级加载条件下沉降预测的基础。因此, 预测结果依赖于某一级荷载下或者每一级荷载下的沉降观测数据的曲线拟合结果, 如果某一级荷载下沉降观测数据较少, 那么通过曲线拟合得出的有关参数的可靠性是值得怀疑的, 而以此为基础进行的后级荷载下的沉降预测中就难以避免存在误差积累或误差传递, 从而影响到预测精度。

本文针对目前各种沉降预测方法的不足, 根据太沙基一维固结理论, 以及分级加载情况下计算地基平均固结度的改进的太沙基法, 提出了一种在分级加载条件下提早预测地基沉降的新方法——沉降差法。该方法将各级荷载下的沉降发展规律统一了起来, 因此能同时利用各级荷载下的实测数据来进行预测。应用

收稿日期: 2006-06-08

该方法,可利用已施加的部分荷载作用下的地基沉降实测资料和加载信息,在工程填土施工过程中(包括在填筑预留沉降量土层之前)提早预测在设计总荷载作用下的地基总沉降量。

## 1 现有的在分级加载条件下预测地基沉降的各种曲线拟合法简介

按照各种方法中对曲线拟合参数的不同利用方式,可细分为以下四种:

(1) 各级荷载下的曲线拟合参数相互独立

汪建斌等人<sup>[1]</sup>提出了一种考虑荷载高度的沉降预测方法,认为沉降发展规律符合

$$\frac{s_i \cdot t}{H_i} = A_i \cdot t - B_i, \quad (1)$$

式中,  $s_i$  为自第一级荷载加载时刻起至  $t$  时刻的累计沉降量,  $H_i$  为  $t$  时刻对应的第  $i$  级累计荷载高度,  $A_i, B_i$  为待定参数。而第  $i$  级荷载下的最终沉降量

$$S_{\infty i} = A_i \cdot H_i. \quad (2)$$

通过对各级荷载段内的沉降观测数据作线性拟合,求得相应于各级累计荷载下的最终沉降量。显然,此方法只能求得当前累计荷载作用下的最终沉降量,不能进行越级预测。

(2) 将某一级荷载下曲线拟合参数作为常量,用于以后各级荷载作用下的沉降预测

邵光辉<sup>[2]</sup>利用某填土高度  $H_1$  保持不变的时间段内的沉降观测资料,利用双曲线法来推得该填土高度下的最终沉降量  $s_1$ ,由此得到单位填土高度所引起的最终沉降量  $s_1/H_1$ ;考虑到实际土体变形的非线性,乘以修正系数  $\delta$ ,从而推算出设计填土高度  $H_2$  与已填高度  $H_1$  之差所引起的最终沉降量

$$\Delta S = \delta \cdot \frac{H_2 - H_1}{H_1} \cdot s_1. \quad (3)$$

该方法认为,修正系数  $\delta$  可根据经验取在 0.75~0.9 之间,也可根据较早达到设计填土高度的路段的实测沉降资料,通过线性回归求得。

实际上,若修正系数  $\delta$  根据经验取值在 0.75~0.9 之间,则随意性较大,可能会对预测结果产生较大的影响;若根据较早达到设计填土高度的路段的实测沉降资料求得,则对于各路段填土进度相差不大的情况不适用。

(3) 将第  $i$  级荷载下的曲线拟合参数作为已知量,代入第  $i+1$  级荷载下的曲线拟合方程中,再对第  $i+1$  级荷载下的沉降观测数据进行曲线拟合,求出第  $i+1$  级荷载下的曲线拟合参数

胡庆国等人<sup>[3]</sup>提出的分段双曲线法及张仪萍等<sup>[4]</sup>

提出的分级加载条件下的沉降预测方法均属于此类。

胡庆国等人认为,在每一级荷载增量下,其沉降量与时间关系  $s_i = f(t)$  符合双曲线函数,因此,通过逐级对各级荷载下的沉降观测数据作双曲线拟合,递推得到分级加载条件的地基沉降随时间变化的关系函数,进一步求得地基最终沉降量。

张仪萍等人根据叠加原理,得到第  $n$  级荷载  $t$  时刻的沉降

$$s_t = s_{F,n} - \sum_{k=1}^n A_k \cdot e^{-\lambda_k t}, \quad (4)$$

式中,  $s_{F,n}$  为前  $n$  级荷载作用引起的最终沉降。

对于第一级荷载,有  $s_t = s_{F,1} - A_1 \cdot e^{-\lambda_1 t}$ ,利用单级加载条件下地基沉降性质可求得各项参数  $s_{F,1}, A_1, \lambda_1$ 。在第二级荷载下,将  $s_{F,1}, A_1, \lambda_1$  作为已知量代入,得到沉降曲线的表达式  $(s_t + A_1 \cdot e^{-\lambda_1 t}) = s_{F,2} - A_2 \cdot e^{-\lambda_2 t}$ ,按类似方法求得第二级荷载下的参数  $s_{F,2}, A_2, \lambda_2$ 。依次类推,可得到第  $n$  级荷载作用下的待定参数  $s_{F,n}, A_n, \lambda_n$ 。

胡庆国等人提出的分段双曲线法及张仪萍等人提出的分级加载条件下的沉降预测方法只能求得当前累计荷载作用下的最终沉降量,不能进行越级预测。

(4) 根据第  $i$  级荷载的曲线拟合参数,推算第  $i+1$  级荷载的拟合曲线方程中的待定参数

彭满江等人<sup>[5]</sup>及刘松玉等人<sup>[6]</sup>分别提出的基于 Asaoka 法的沉降预测方法,以及杨涛等人<sup>[7-8]</sup>提出的基于双曲线法和基于指数法的沉降预测方法均属于此类。

根据 Asaoka 法,  $s_j = \beta_0 + \beta_1 \cdot s_{j-1}$ ,  $s_f = \beta_0 / (1 - \beta_1)$ ,式中,  $s_0, s_1, s_2, \dots, s_j$  分别为  $0, \Delta t, 2 \cdot \Delta t, \dots, j \cdot \Delta t$  时刻的沉降,  $\beta_0, \beta_1$  分别为  $s_j \sim s_{j-1}$  拟合直线的截距和斜率,  $s_f$  为最终沉降。

彭满江等人认为,当地基的固结系数  $C_v$  在分级加载施工中保持不变,而且地基沉降量相对于填土层厚度来说较小时,各级荷载下的  $s_j \sim s_{j-1}$  拟合直线之间存在平行关系,即  $\beta_1$  相等,而各拟合直线在纵轴上的截距  $\beta_0$  随外荷载而变化,

$$\frac{\beta_0^{(i)}}{\beta_0^{(1)}} \approx \frac{H_i}{H_1}, \quad (5)$$

式中,  $H_i$  为第  $i$  级路堤填土高度。求出第一级荷载下的参数  $\beta_0, \beta_1$  后,就可推算下一级荷载下的相应参数,从而求得分级加载条件下的地基沉降。

刘松玉等人提出的方法与此类似,该方法认为,各级荷载下的  $s_j \sim s_{j-1}$  拟合直线互相平行,各平行直线在纵轴上的截距  $\beta_0$  与荷载增量引起的瞬时沉降有关。首先根据第一级荷载引起的瞬时沉降推算地基土的不排水模量

$$E_u = \frac{(1-\nu^2) \cdot q \cdot b \cdot l}{s_0}。$$

然后由此推算下一级荷载增量引起的瞬时沉降, 再进一步求得相应于该两级荷载下的  $s_j \sim s_{j-1}$  拟合直线之间的平移量  $\Delta\beta_0$ 。

杨涛等人先后提出了基于双曲线法和基于指数法的分级填筑路堤沉降预测方法。这两种方法的思路基本相同, 这里仅简要介绍基于指数法的预测方法。

在基于指数法的预测方法中, 假设各级沉降的发展规律符合指数曲线规律, 则第  $i$  级荷载下的沉降拟合方程为

$$s_{ii} = s_{0i} + (s_{\bar{i}} - s_{0i})[1 - A_i \cdot e^{-B_i(t-t_{0i})}]，(6)$$

式中,  $t_{0i}$  为第  $i$  级荷载下的沉降拟合曲线的时间零点,  $s_{0i}$  为第  $i$  级荷载下相应于  $t_{0i}$  时刻的沉降,  $s_{\bar{i}}$  为第  $i$  级荷载下的最终沉降量,  $A_i, B_i$  为第  $i$  级荷载下的待定参数。

如果第  $i$  级荷载的预压期较长, 则上述沉降拟合方程中的  $s_{\bar{i}}, A_i, B_i$  可根据该级实测沉降由指数曲线拟合法确定。对于需进行沉降预测的第  $k$  级, 假设  $A$  值不变, 即  $A_k = A_i$ ,  $B$  值与土的固结系数成正比,

$$B_k = B_i \left( \frac{1-\varepsilon_k}{1-\varepsilon_i} \right)^\alpha \cdot \frac{\sigma'_0 + \Delta\sigma'_k}{\sigma'_0 + \Delta\sigma'_i}，(7)$$

式中,  $\sigma'_0$  为初始应力,  $\Delta\sigma'_i, \Delta\sigma'_k$  分别为第  $i$  级、第  $k$  级荷载引起的地基土附加应力,  $\varepsilon$  为与  $(\sigma'_0 + \Delta\sigma')$  相应的地基土竖向应变。

从以上对各种预测方法的简要介绍可以看出, 尽管各种方法都有所创新, 但都存在一个共同的不足之处, 即由于采用了分段拟合法, 故预测结果依赖于某一级荷载下或者每一级荷载下的沉降观测数据的曲线拟合结果, 如果某一级荷载下沉降观测数据较少, 那么通过曲线拟合得出的有关参数的可靠性是值得怀疑的, 而以此为基础进行的后级荷载下的沉降预测中就难以避免存在误差积累或误差传递, 从而影响到预测精度。

在工程实际中, 一般情况下, 只要能满足地基稳定性要求, 相邻荷载级的时间间隔不会太长, 相应的各单级荷载下的沉降观测数据也较少。因此, 有必要将各级荷载下的沉降观测数据进行统一拟合而不是分段拟合, 以减少预测误差。

宋绪国等人<sup>[9]</sup>在秦沈客运专线中采用的修正指数函数法和修正的双曲线法, 克服了分段拟合的缺点, 但又带来了新的问题。

在修正的指数函数法中, 假设各级荷载增量引起的地基沉降是其作用时间的指数函数, 且最终沉降量与荷载增量值成正比。

$$s_t = \sum_{k=1}^m \left\{ [1 - A \cdot e^{-B(t-t_k)}] \cdot s_k \right\} \\ = \sum_{k=1}^m \left\{ [1 - A \cdot e^{-B(t-t_k)}] \cdot (C \cdot p_k) \right\}，(8)$$

式中,  $s_t$  为  $t$  时刻的地基沉降,  $s_k$  为第  $k$  级荷载增量所引起的最终沉降量,  $t_k$  为第  $k$  级荷载增量施加的时刻,  $\Delta p_k$  为第  $k$  级荷载增量,  $m$  为加荷的总级数,  $A, B, C$  为待定参数。

根据已有的实测资料, 采用 0.618 优选法, 使各观测时刻的计算沉降与实测沉降之差的平方和最小, 求得参数  $A, B, C$ , 利用  $A, B, C$  可推算下一级荷载的任意时刻的地基沉降。

此法在确定参数  $A, B, C$  时虽然可利用已有的各级荷载下的实测资料, 但计算过程较复杂, 而且未能考虑各级荷载施加时产生的瞬时沉降。当考虑各级荷载施加时产生的瞬时沉降  $s_{0k} (k=1, 2, \dots, m)$  时,  $s_t - t$  关系式为

$$s_t = \sum_{k=1}^m \left\{ s_{0k} + (s_{\bar{k}} - s_{0k})[1 - A \cdot e^{-B(t-t_k)}] \right\}。 (9)$$

修正的双曲线法与修正的指数函数法的思路大致相同。在修正的双曲线法中, 假设各级荷载增量引起的地基沉降

$$s_t = \sum_{k=1}^m \left[ \left( d + \frac{t-t_k}{a+(t-t_k)} \right) \cdot (C \cdot \Delta p_k) \right]。 (10)$$

采用 0.618 优选法, 求得参数  $a, C, d$ , 即可进行预测。

修正的双曲线法在式 (10) 中, 假设了

$$d = \frac{s_{0k}}{C \cdot \Delta p_k}$$

为常量(注: 这里  $s_{0k}$  为第  $k$  级荷载施加时的初始沉降, 不是瞬时沉降), 这显然与实际不符, 因为  $s_{0k}$  还与荷载的施加时刻有关, 对于第  $k$  级荷载  $\Delta p_k$ , 在不同的时刻施加时, 初始沉降  $s_{0k}$  (不是瞬时沉降) 是不同的。

## 2 沉降差法的基本原理

### 2.1 基本假设

对于分级加载情况, 地基的平均固结度按改进的太沙基法进行修正。改进的太沙基法中, 假设:

(1) 每一级荷载增量所引起的固结过程是单独进行的, 与上一级荷载增量所引起的固结度完全无关。

(2) 总固结度等于各级荷载增量作用下固结度的叠加。

(3) 加载期为  $0 \sim t_i$  的等速加荷的荷载增量, 与在  $t_i/2$  时一次瞬时施加该荷载增量所引起的固结度是等效的。

(4) 各级荷载作用下的固结度, 按荷载的比例进行修正并叠加后, 可得到总荷载作用下的平均固结度, 即

$$U_i = \sum_{i=1}^n (U_{ii} \cdot \frac{P_i}{P_{\text{总}}}) \quad (11)$$

式中,  $U_{ii}$  为第  $i$  级荷载作用下的固结度,  $p_i$  为第  $i$  级荷载增量,  $p_{\text{总}}$  为总荷载,  $n$  为分级加载的总级数。

若按  $t$  时刻已发生的固结沉降  $s_t$  与最终固结沉降  $s_{\infty}$  之比来定义  $t$  时刻的固结度  $U_t$ , 即  $U_t = \frac{s_t}{s_{\infty}}$ , 则可进一步推论:

某级荷载作用引起的固结沉降  $s_{cp_i}$  与总荷载作用引起的总固结沉降  $s_{cp_{\text{总}}}$  之比, 等于该级荷载增量  $p_i$  与总荷载  $p_{\text{总}}$  之比, 即

$$\frac{s_{cp_i}}{s_{cp_{\text{总}}}} = \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \quad (12)$$

除上述改进的太沙基法中的基本假设外, 在沉降差法的推导过程中, 还假设: 在加载预压初期, 次固结沉降远小于主固结沉降, 可忽略不计。

## 2.2 沉降差法的表达式

根据太沙基一维固结理论, 在  $t_{0_{p_i}}$  时刻瞬时施加的第  $i$  级荷载增量的作用下 (注: 对于等速加荷的荷载增量, 则  $t_{0_{p_i}}$  按改进的太沙基法的基本假设进行修正), 相应于第  $i$  级荷载增量的地基固结度在  $t_1$ 、 $t_2$  ( $t_2 > t_1 > t_{0_{p_i}}$ ) 时刻分别为

$$U_{t_1 p_i} = 1 - \alpha \cdot e^{-\beta(t_1 - t_{0_{p_i}})} \quad (13)$$

$$U_{t_2 p_i} = 1 - \alpha \cdot e^{-\beta(t_2 - t_{0_{p_i}})} \quad (14)$$

若不计次固结沉降, 由第  $i$  级荷载增量引起的地基沉降分别为

$$s_{t_1 p_i} = s_{0_{p_i}} + s_{cp_i} \cdot U_{t_1 p_i} \quad (15)$$

$$s_{t_2 p_i} = s_{0_{p_i}} + s_{cp_i} \cdot U_{t_2 p_i} \quad (16)$$

式中,  $s_{0_{p_i}}$  和  $s_{cp_i}$  分别为由第  $i$  级荷载增量引起的地基瞬时沉降和主固结沉降。

将式 (12) 代入式 (15), (16) 中, 得到

$$s_{t_1 p_i} = s_{0_{p_i}} + s_{cp_{\text{总}}} \cdot \frac{P_i}{P_{\text{总}}} [1 - \alpha \cdot e^{-\beta(t_1 - t_{0_{p_i}})}] \quad (17)$$

$$s_{t_2 p_i} = s_{0_{p_i}} + s_{cp_{\text{总}}} \cdot \frac{P_i}{P_{\text{总}}} [1 - \alpha \cdot e^{-\beta(t_2 - t_{0_{p_i}})}] \quad (18)$$

$$s_{t_2 p_i} - s_{t_1 p_i} = s_{cp_{\text{总}}} \cdot \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot \alpha \cdot e^{-\beta(t_1 - t_{0_{p_i}})} [1 - e^{-\beta(t_2 - t_1)}] \quad (19)$$

若在  $t_1 \sim t_2$  时间段内为恒载, 则由在  $t_1$  之前已施加的各级荷载增量作用引起的  $t_1 \sim t_2$  段内的沉降差

$$s_{t_2} - s_{t_1} = \sum_{i=1}^m (s_{t_2 p_i} - s_{t_1 p_i}) \quad (20)$$

因此任意时间段内的地基沉降差与加载过程、地

基情况之间的关系的基本表达式为

$$s_{t_2} - s_{t_1} = s_{cp_{\text{总}}} \cdot \alpha \cdot e^{-\beta(t_1 - t_{0_{p_1}})} \cdot [1 - e^{-\beta(t_2 - t_1)}] \cdot \sum_{i=1}^m \left[ \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot e^{\beta(t_{0_{p_i}} - t_{0_{p_1}})} \right] \quad (21)$$

以上式子中,  $t_{0_{p_1}}$  为第一级荷载增量的施加时刻 (对于等速加荷的荷载增量, 则  $t_{0_{p_1}}$  按改进的太沙基法的基本假设进行修正),  $t_1$ ,  $t_2$  是  $t_{0_{p_1}}$  之后的任意时刻, 且  $t_2 > t_1$ ,  $t_1 \sim t_2$  期间无新增荷载,  $s_{t_1}$ ,  $s_{t_2}$  分别为  $t_1$ ,  $t_2$  时刻的地基累计沉降量,  $(s_{t_2} - s_{t_1})$  即为  $t_1 \sim t_2$  时间段内的地基沉降差,  $m$  为在  $t_1$  之前已施加的分级荷载的级数,  $p_i$  为第  $i$  级荷,  $p_{\text{总}}$  为设计的总荷载,  $s_{cp_{\text{总}}}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  为与地基情况等因素有关的参数。

$$\text{令 } A = s_{cp_{\text{总}}} \cdot \alpha \quad ,$$

$$B = [1 - e^{-\beta(t_2 - t_1)}] \cdot \sum_{i=1}^m \left[ \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot e^{\beta(t_{0_{p_i}} - t_{0_{p_1}})} \right] \quad ,$$

则

$$s_{t_2} - s_{t_1} = A \cdot e^{-\beta(t_1 - t_{0_{p_1}})} \cdot B \quad (22)$$

由此得到地基沉降差与加载过程、地基情况之间的线性拟合方程的表达式

$$\ln \left( \frac{s_{t_2} - s_{t_1}}{B} \right) = \ln A - \beta(t_1 - t_{0_{p_1}}) \quad (23)$$

## 2.3 迭代计算及其收敛性

由于式 (23) 左端中的  $B$  包含待定参数  $\beta$ , 所以首先根据理论或以往的工程实例经验假设一个初始的  $\beta_0$ , 然后对不同的时间段  $t_1 \sim t_2$  (要求在  $t_1 \sim t_2$  时间段内为恒载), 根据实测沉降及分级加载信息, 求得一系列的散点:  $x_i = t_1 - t_{0_{p_1}}$ ,  $y_i = \ln[(s_{t_2} - s_{t_1})/B]$ ; 对散点  $(x_i, y_i)$  作线性拟合, 可求得参数  $A$  和  $\beta$ 。比较  $\beta$  和  $\beta_0$ , 若二者的差值较大, 则根据  $\beta$  值调整  $\beta_0$ , 继续作迭代计算, 直到  $\beta$  和  $\beta_0$  差值在允许误差范围之内。

迭代计算的收敛性是求解  $\beta$  的关键。式 (23) 左端中的  $B$  是  $\beta$ ,  $m$  的函数, 记为  $B(\beta, m)$ 。对于  $\beta > 0$  的情况 ( $\beta$  是表述土固结性质的参数, 应大于 0),  $B(\beta, m)$  是  $\beta$ ,  $m$  的单调上升函数, 因此有以下二种情况:

(1) 当  $0 < \beta_1 < \beta$  时,

$$y_i = \ln[(s_{t_2} - s_{t_1})/B(\beta_1, m)] > \ln[(s_{t_2} - s_{t_1})/B(\beta, m)] \quad (24)$$

$$\Delta y_i = \ln[(s_{t_2} - s_{t_1})/B(\beta_1, m)] - \ln[(s_{t_2} - s_{t_1})/B(\beta, m)] = \ln[B(\beta, m)] - \ln[B(\beta_1, m)] > 0 \quad (25)$$

显然,  $\Delta y_i$  随着  $m$  的增大而增大, 因此由散点  $\{x_i = t_1 - t_{0_{p_1}}, y_i = \ln[(s_{t_2} - s_{t_1})/B(\beta_1, m)]\}$  作线性拟合得到的  $\beta_1'$  与  $\beta$  之间存在关系 (参见图 1)

$$\beta_1' \leq \beta \quad (26)$$

(2) 当  $0 < \beta_1 < \beta_2 < \beta$  时,

$$\Delta y_i = \ln[(s_{t_2} - s_{t_1}) / B(\beta_1, m)] - \ln[(s_{t_2} - s_{t_1}) / B(\beta_2, m)] = \ln[B(\beta_2, m)] - \ln[B(\beta_1, m)] > 0 \quad (27)$$

$\Delta y_i$  也将随着  $m$  的增大而增大, 因此分别以  $\beta_1, \beta_2$  作为初始值进行线性拟合得到的  $\beta'_1, \beta'_2$  存在关系 (参见图 1)

$$\beta'_1 \leq \beta'_2 \leq \beta \quad (28)$$

式 (26) 和 (28) 中等号成立的条件是: 散点  $(x_i, y_i)$  均为满载以后的观测数据点, 即各点的  $m$  值相同, 这时, 初始值  $\beta_1, \beta_2$  的不同只引起拟合直线的平移。

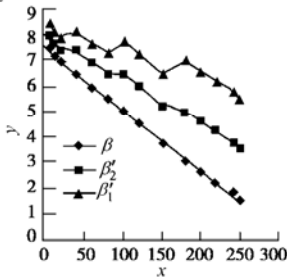


图 1  $\beta'_1, \beta'_2$  与  $\beta$  之间的关系示意图

Fig. 1 Relationship between  $\beta'_1, \beta'_2$  and  $\beta$

根据上述 (1) 和 (2) 的结论, 按图 2 中的方法进行迭代计算可收敛。

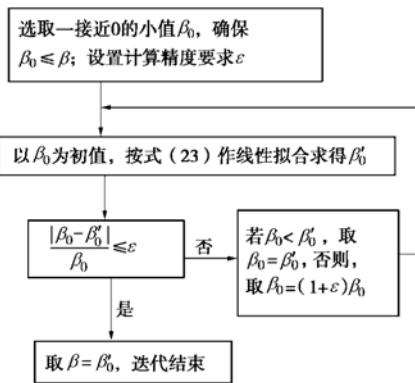


图 2 线性拟合法求解  $\beta$  的流程图

Fig. 2 Solution program for  $\beta$  by linear fitting method

### 2.4 沉降预测

通过线性拟合求得参数  $A$  和  $\beta$  后, 分以下几种情况进行沉降预测:

(1) 所有荷载已施加完毕

在  $T_0$  之前, 所有荷载已施加完毕,  $T_0$  时的实测沉降为  $s_0$ , 那么,  $T_0$  以后任意时刻  $T$  的沉降

$$s_T = s_0 + A \cdot e^{-\beta(T_0 - t_0 p_1)} \cdot [1 - e^{-\beta(T - T_0)}] \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot e^{\beta(t_{0 p_i} - t_0 p_1)} \right] \quad (29)$$

当  $T$  趋于无穷大时, 得到最终沉降量 (注: 不考虑次固结沉降, 以下同)

$$s_{T \rightarrow \infty} = s_0 + A \cdot e^{-\beta(T_0 - t_0 p_1)} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot e^{\beta(t_{0 p_i} - t_0 p_1)} \right] \quad (30)$$

式中,  $n$  为分级加载的总级数。

(2) 荷载未施加完毕, 预测当前累计荷载作用下的地基沉降

假设分  $n$  级加载, 而目前只施加了  $k$  级 ( $k < n$ ), 计划第  $k+1$  级荷载的开始施加时刻为  $T_{(k+1)}$  始; 第  $k$  级荷载施加后,  $T_0$  时刻的实测沉降为  $s_0$ , 那么,  $T_0$  以后任意时刻  $T$  ( $T < T_{(k+1)}$  始) 的沉降

$$s_T = s_0 + A \cdot e^{-\beta(T_0 - t_0 p_1)} \cdot [1 - e^{-\beta(T - T_0)}] \cdot \sum_{i=1}^k \left[ \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot e^{\beta(t_{0 p_i} - t_0 p_1)} \right] \quad (31)$$

由前  $k$  级累计荷载作用引起的最终沉降量

$$s_{k \infty} = s_0 + A \cdot e^{-\beta(T_0 - t_0 p_1)} \cdot \sum_{i=1}^k \left[ \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot e^{\beta(t_{0 p_i} - t_0 p_1)} \right] \quad (32)$$

(3) 荷载未施加完毕, 预测总荷载作用下的地基沉降

假设分  $n$  级加载, 而目前只施加了  $k$  级 ( $k < n$ ), 第  $k$  级荷载施加后,  $T_0$  时刻的实测沉降为  $s_0$ 。如果忽略第  $k+1$  级及以后各级荷载增量施加时产生的瞬时沉降, 可按下述方法预测总荷载作用下的地基沉降。

由前  $k$  级累计荷载作用引起的最终沉降量按式 (30) 计算; 而对于尚未施加的第  $k+j$  级荷载, 设其施加时刻为  $T_{(k+j)}$ , 在  $t_1, t_2$  时刻由第  $k+j$  级荷载引起的沉降分别为  $s_{t_1 p_{k+j}}, s_{t_2 p_{k+j}}$ , 则在  $t_1 \sim t_2$  时间段内由第  $k+j$  级荷载引起的沉降差

$$s_{t_2 p_{k+j}} - s_{t_1 p_{k+j}} = A \cdot \frac{P_{k+j}}{P_{\text{总}}} \cdot e^{-\beta(t_1 - T_{(k+j)})} [1 - e^{-\beta(t_2 - t_1)}] \quad (33)$$

当  $t_1 \rightarrow T_{(k+j)}$  和  $t_2 \rightarrow \infty$  时,  $s_{t_1 p_{k+j}} \rightarrow$  由第  $k+j$  级荷载引起的瞬时沉降,  $s_{t_2 p_{k+j}} \rightarrow$  由第  $k+j$  级荷载引起的总沉降。因此, 如果不计瞬时沉降, 那么由第  $k+j$  级荷载引起的总沉降

$$s_{p_{k+j}} = A \cdot \frac{P_{k+j}}{P_{\text{总}}} \quad (34)$$

对于第  $k+j$  级荷载为等速加荷的情况, 同样可推导得到以上结论。

于是, 由总荷载作用下的地基最终沉降可按下式计算,

$$s_{n \infty} = s_0 + A \cdot e^{-\beta(T_0 - t_0 p_1)} \cdot \sum_{i=1}^k \left[ \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \cdot e^{\beta(t_{0 p_i} - t_0 p_1)} \right] + A \cdot \sum_{i=k+1}^n \frac{P_i}{P_{\text{总}}} \quad (35)$$

### 3 工程应用实例

某市政道路位于滩涂上, 淤泥层厚 7~8 m, 道路红线宽度 120 m, 采用塑料插板堆载预压法处理地基。路基土及预压土荷载总计约 87 kPa, 分 9 级加载。观测点的地基表层沉降板的沉降 - 时间曲线及加载过程曲线如图 3 所示。

表 1 沉降差法的预测结果及其与其他预测方法的比较

Table 1 Comparison of the results predicted by the settlement differential method and other methods

序号	自第一级荷载施加后的时间/d	已满载时间/d	累计已加载总荷载 /%	当前实测的累计沉降量/m	沉降差法			其它方法预测的地基总沉降/mm		
					A/mm	$\beta$	预测总沉降/mm	浅冈法	三点法	双曲线法
1	45		41.4	307	922	0.0515	937			
2	75		67.8	490	928	0.0501	928			
3	147	60	100	824	913	0.0449	846	876	952	943
4	177	90	100	855	877	0.0361	868	881	882	915
5	207	120	100	869	849	0.0325	876	889	887	919
6	237	150	100	876	823	0.0312	879	886	885	916

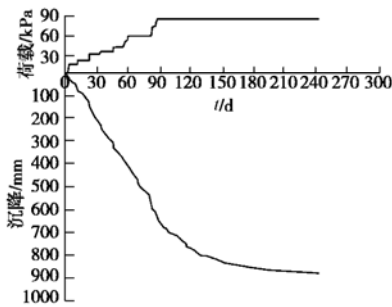


图 3 测点的沉降 - 时间曲线及加载过程曲线图

Fig. 3 Observed settlement-time curve and the corresponding loading process

在不同阶段分别采用沉降差法对地基沉降进行预测，并与双曲线法、浅冈法、三点法进行比较，详见表 1。沉降差法预测地基沉降时按式 (23) 拟合的曲线如图 4 所示。

从表 1 中可看出，满载 90 d 后，采用沉降差法、浅冈法、三点法、双曲线法预测的地基总沉降量都比

较稳定，沉降差法、浅冈法、三点法预测的结果很接近，相差不超过 1%，与满载 150 d 后观测的实际沉降量也很接近。由此可见，在满载一定时间后，采用沉降差法预测的结果与传统的浅冈法、三点法、双曲线法相差不大。

对于未满载或满载时间不够长的情况，传统的浅冈法、三点法、双曲线法无法预测地基总沉降，而沉降差法由于可利用加载期间的实测数据，仍可进行较准确的预测。本例中，累计已加载/总荷载为 41.4% 时的预测结果与满载 90 d 后的预测结果相差不到 10%，而预测时间提前了约 100 d。

表 1 中，各时间段的 A 值（即总固结沉降  $s_{\infty}$  与  $\alpha$  的乘积）相差不大，但是，在早期 A 值略微偏大，这说明式 (12) 的线性假设与实际有出入。随着观测时间的延长，拟合出来的 A 值将逐渐逼近真值。

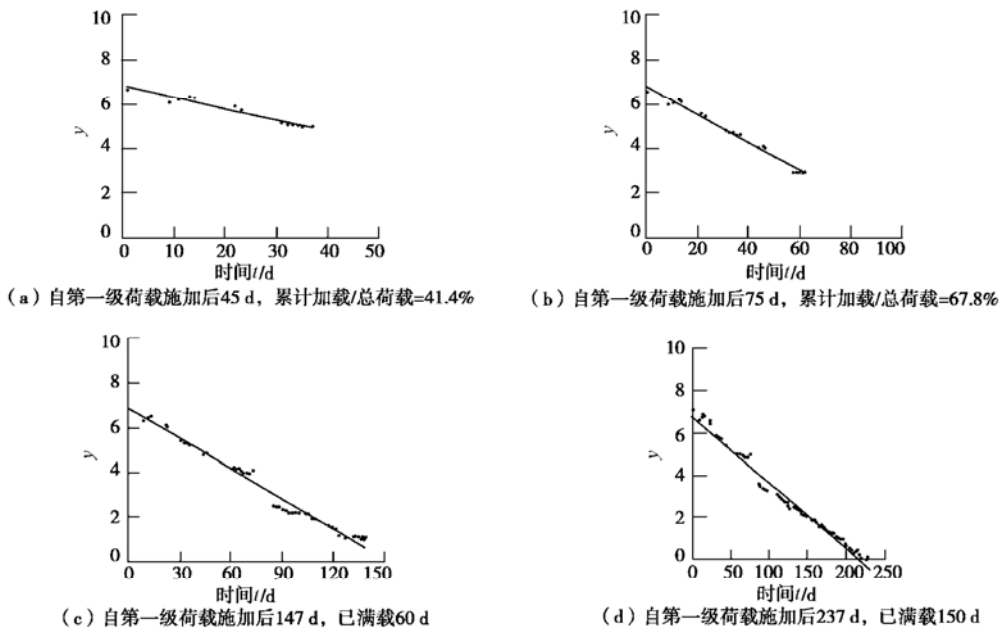


图 4 沉降差法预测地基沉降时按式 (23) 拟合的直线

Fig. 4 Linear fitting according to Eq. (23) with ground settlement predicted by settlement differential method



拟合的  $\beta$  值是该拟合时间段内地基压缩土层的固结特性的综合反映, 随着时间的推移,  $\beta$  值逐渐减小。因此, 按早期 (尤其是未满载的时候) 的沉降观测数据拟合的结果进行预测时, 尽管预测的最终沉降量精度较高, 但预测的沉降过程可能与实际相差较大。然而, 在满载一段时间后,  $\beta$  值逐渐稳定, 预测的沉降过程将越来越逼近于实际。图 5 为利用满载后 60 d 内的沉降观测数据进行拟合后预测的沉降过程与实测沉降的对比, 二者非常接近。

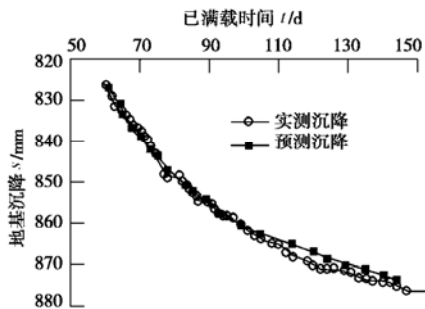


图 5 满载 60 d 后实测沉降与预测沉降的对比

Fig. 5 Comparison of the observed and predicted ground settlements (60 days after the fill construction)

## 4 沉降差法的主要优点

与其它预测方法相比, 沉降差法具有下列优点:

(1) 沉降差法将各级荷载下的沉降发展规律统一了起来, 因此能同时利用各级荷载下的实测数据来进行预测, 而不象其它方法那样局限于分段分析拟合各级荷载作用下的实测数据; 同时又避免了已施加的各级荷载产生的瞬时沉降对沉降预测的影响。

(2) 既有较严密的理论基础, 计算又较简便, 只需要沉降观测数据和加载信息, 经过简单的迭代运算和线性拟合即可。

(3) 可提早预测, 且预测精度较高。一般情况下分级加载到总荷载的一半时即可开始较可靠地预测总荷载作用下的总沉降, 因此便于安排后续的工作, 尤其是可在填筑预留沉降量土层之前较准确地预测后续沉降量, 尽量减少预留沉降量与实际的后续沉降量之间的误差, 对保证工程质量和工期, 以及节省工程造价均具有重要的意义。这里以在软基上修筑路堤为例作简要说明:

在软基上修筑路堤, 若地基处理采用堆载预压排水固结法, 路基交工面标高为  $H_1$ , 设计的预压荷载为  $p$ , (这里  $p$  为路基交工面标高  $H_1$  以上的预压荷载, 不含预留沉降量的填土荷载), 路堤采用分层填土碾压, 在填筑到路基交工面标高为  $H_1$  时, 根据预估的后续沉降量增加部分填土厚度, 即预留沉降量。如果预留沉

降量超过实际的后续沉降量, 误差为  $\Delta H_a$ , 那么不仅增加了不必要的  $\Delta H_a$  土层的填土费用, 而且在卸除预压荷载后还要花费将多余的  $\Delta H_a$  土层清除; 如果预留沉降量小于实际的后续沉降量, 误差为  $\Delta H_b$ , 那么设计的填土交工面标高  $H_1$  以上的实际预压荷载将比设计值  $p$  小  $\Delta H_b \cdot \gamma$  ( $\gamma$  为填土重度), 不增加预压荷载则难以保证工程质量, 而增加预压荷载  $\Delta p$  则意味着增加工程造价。采用沉降差法可在填筑预留沉降量土层之前较准确地预测后续沉降量, 尽量减少预留沉降量与实际的后续沉降量之间的误差, 以节省不必要的开支, 同时减轻因土方开挖和运输对自然环境造成的破坏, 尤其是对于需外借土方的城市道路建设, 意义更为重大。

## 5 沉降差法的误差分析

尽管沉降差法有许多优点, 但也有其局限性。在以下几个方面可能会带来误差:

(1) 式 (12)  $\frac{s_{cp_i}}{s_{cp_{\Sigma}}} = \frac{p_i}{p_{\Sigma}}$  的假设与实际有出入。

根据土的压缩曲线, 压缩系数  $a_i$  随着土中有效应力的增大而减小。因此, 第  $i$  级施加的荷载增量引起的地基沉降  $s_{p_i}$  要大于第  $i+k$  级施加的同样大小的荷载增量所引起地基沉降  $s_{p_{i+k}}$  ( $i \geq 1, k \geq 1$ ), 从而按前阶段的部分荷载作用下的实测数据推算总荷载产生的总沉降量可能比实际偏大。要准确预测地基的总沉降量, 对于一般软土地基, 宜在累计已施加荷载达到总荷载的 1/2 后进行, 对于压缩变形大的超软弱土地基, 宜在累计已施加荷载达到总荷载的 2/3 后进行。

(2) 若荷载未施加完毕 (假设分  $n$  级加载, 而目前只施加了  $k$  级,  $k < n$ ), 按式 (35) 预测总荷载作用下的地基总沉降量时, 未能计入第  $(k+1) \sim n$  级荷载增量施加时产生的瞬时沉降。

(3) 沉降差法中未能考虑次固结沉降, 宜根据次固结沉降的大小对预测的总沉降量值进行修正。

(4) 某些情况下地基沉降发展规律可能不符合式 (23), 或者沉降观测数据、加载数据误差较大, 这都可能导致沉降预测误差。因此, 如果按式 (23) 作线性拟合时数据离散性较大 (如线性相关系数  $R^2 < 0.9$ ), 那么应慎重。

## 6 结 语

根据太沙基一维固结理论, 以及分级加载情况下计算地基平均固结度的改进的太沙基法, 本文提出了一种分级加载条件下提早预测地基沉降的新方法——沉降差法。该方法将各级荷载作用下的地基沉降发展

规律统一了起来,因此,能同时利用各级荷载下的实测数据来进行线性拟合和预测。它既有较严密的理论基础,计算又较简便,只需要沉降观测数据和加载信息,经过简单的迭代运算和线性拟合即可。应用该方法,可在工程填土施工过程中提早预测在设计总荷载作用下的地基总沉降量,因此便于安排后续的工作,尤其是可在填筑预留沉降量土层之前较准确地预测后续沉降量,尽量减少预留沉降量与实际的后续沉降量之间的误差,对保证工程质量和工期,以及节省工程造价均具有重要的意义。

尽管沉降差法有许多优点,但也有其局限性。如对地基变形的线性假设与实际有出入,导致按前阶段的部分荷载作用下的实测数据推算总荷载产生的总沉降量可能比实际偏大,故对总沉降量的预测,对于一般软土地基宜在累计已施加荷载达到总荷载的 1/2 后进行,对于超软弱土宜在达到 2/3 后进行;此外,由于诸多因素的影响,在某些情况下按式(23)作线性拟合时可能表现出较大的离散性,这时应慎重。

致谢:本文工程实例的地基沉降观测数据由浙江水利科学研究院罗庆裕、李忠林等人提供,在此表示感谢。

#### 参考文献:

- [1] 汪建斌, 陈忠平. 一种考虑荷载高度的沉降预测新方法[J]. 中外公路, 2003, 23(5): 72 - 74. (WANG Jian-bin, CHEN Zhong-ping. A new method considering the load height to predict the settlement[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2003, 23(5): 72 - 74. (in Chinese))
- [2] 邵光辉. 复合双曲线法预测公路沉降探讨[J]. 林业建设, 2001(6): 30 - 33. (SHAO Guang-hui. Inquire into the compound hyperbolic method used in the highway settlement prediction[J]. Forestry Construction, 2001(6): 30 - 33. (in Chinese))
- [3] 胡庆国, 黄庆, 黄生文. 用实测资料求多极加载时软基沉降量的方法[J]. 湖南交通科技, 1997, 23(3): 9 - 12. (HU Qing-guo, HUANG Qing, HUANG Sheng-wen. The method to calculate soft foundation settlement with the observation data under multi-stage preloading[J]. Communication Science and Technology, 1997, 23(3): 9 - 12. (in Chinese))
- [4] 张仪萍, 曹国强, 李涛, 张土乔. 分级加载条件下沉降预测方法[J]. 中国公路学报, 2005, 18(1): 30 - 33. (ZHANG Yi-ping, CAO Guo-qiang, LI Tao, ZHANG Tu-qiao. Prediction method of settlement under multi-stage loading[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(1): 30 - 33. (in Chinese))
- [5] 彭满红, 涂许杭, 王志亮. Asaoka 法对路堤沉降越级预测初探[J]. 水文地质工程地质, 2005(1): 41 - 44. (PENG Man-hong, TU Xu-hang, WANG Zhi-liang. Early prediction of embankment settlement based on Asaoka method[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2005(1): 41 - 44. (in Chinese))
- [6] 刘松玉, 经缙. 软土地基上分期施工的路堤沉降预测方法[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(2): 228 - 232. (LIU Song-yu, JING Fei. Settlement prediction of embankments with stage construction on soft ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(2): 228 - 232. (in Chinese))
- [7] 杨涛, 李国维, 杨伟清. 基于双曲线法的分级填筑路堤沉降预测[J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1551 - 1554. (YANG Tao, LI Guo-wei, YANG Wei-qing. Settlement prediction of stage constructed embankment on soft ground based on the hyperbolic method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(10): 1551 - 1554. (in Chinese))
- [8] 杨涛, 戴济群, 李国维. 基于指数法的分级填筑路堤沉降预测方法研究[J]. 土木工程学报, 2005, 38(5): 92 - 95. (YANG Tao, DAI Ji-qun, LI Guo-wei. Settlement prediction of stage constructed embankment on soft ground using the exponent fitting method[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(5): 92 - 95. (in Chinese))
- [9] 宋绪国, 刘远锋, 杨明雨, 常杰峰. 利用沉降观测资料推算未来沉降在秦沈客运专线中的应用[J]. 路基工程, 2002(5): 37 - 4. (SONG Xu-guo, LIU Yuan-feng, YANG Ming-yu, CHANG Jie-feng. Calculating the approaching settlement with the observational data used in Qin-Shen special passenger transport [J]. Subgrade Engineering, 2002(5): 37 - 4. (in Chinese))