

K_0 固结结构性软黏土的本构模型

王立忠, 沈恺伦

(浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 本文在修正剑桥模型的基础上综合考虑了软黏土的各向异性、结构性及其演变和屈服面硬化规则中塑性剪切应变的影响, 将传统模型发展为适用于 K_0 固结结构性软黏土的本构模型。本文模型借鉴 Collins 等人提出的符合热力学耗散原理的本构模型, 同时在描述土体结构性演变的过程中参考了 Asaoka 等人的次加载/超加载屈服面本构模型, 并采用了具有明确物理意义的内变量。与传统的修正剑桥模型相比, 增加了 3 个分别表征软黏土各向异性和结构性的参数 (θ_n , R 和 R^*) 以及两个演化参数 (m 和 a), 而参数 R 和 R^* 的初始值则可由结构性土的屈服应力比 YSR 和灵敏度 S_t 获得。本文选取了典型的浙江温州软黏土和 Bothkennar 软黏土, 对比了三轴压缩的计算和试验结果, 体现了本模型在结构性软黏土计算上相对于传统本构模型优越性。

关键词: 软黏土; 结构性; K_0 固结; 各向异性

中图分类号: TD853.34

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)04-0496-09

作者简介: 王立忠(1969-), 男, 浙江奉化人, 教授, 博士生导师, 从事软黏土力学和土动力学的研究。E-mail: wlzju@163.com。

A constitutive model of K_0 consolidated structured soft clays

WANG Li-zhong, SHEN Kai-lun

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: A constitutive model of K_0 consolidated structured soft clays was developed based on the Modified Cam Clay model. The effects of anisotropy and destructuration of the natural soils as well as shear hardening rule were considered with the rotational yield surface. This model came from the thermo-mechanical constitutive model developed by Collins and then the methods that Asaoka established in the super/subloading yield surface model were used. Three parameters (θ_n , R and R^*) and two evolution parameters (m and a) were added to the Modified Cam Clay model together with the initial structural values which were related to the yield stress ratio and the sensitivity of the soft clays. Significant improvements were demonstrated in the performance of the new model over the traditional constitutive models with experimental evidence from Wenzhou clay and Bothkennar clay.

Key words: soft clay; structure; K_0 consolidation; anisotropy

0 前 言

剑桥模型和修正剑桥模型在各向同性的软土地基工程计算中得到普遍应用。Collins 等人^[1-6] (1997~2005) 随后重新解释并发展了剑桥模型, 使其符合热力学第一、第二定律。随着对天然状态 K_0 固结软黏土的研究不断深入, 人们逐渐认识到各向异性和结构性对土体的受力变形性状有很大的影响。

各向异性主要包含了固有各向异性 (inherent anisotropy) 和应力诱发各向异性 (induced anisotropy), 前者由土骨架的结构各向异性所产生, 后者由初始不等向应力状态引起。为模拟天然土体初始屈服面为一个倾斜椭圆的现象, Wheeler 等人^[7] (2003) 和 Nakano

等人^[8] (2005) 在修正剑桥模型的基础上调整了屈服面方程, 考虑了 K_0 固结引起的诱发各向异性及其在加载过程中的演变规律。而 Collins 和 Hilder^[3] (2002) 基于热力学基本原理建立的本构模型体系中指出, 通过构造自由能函数和耗散函数可以导出相应的屈服面方程、流动法则和硬化规律, 大多数传统的本构模型包括修正剑桥模型都可以看作该体系中的一个特例。参考 Collins 和 Hilde (2002) 建立的热力学本构模型体系, 本文考虑应力诱发各向异性的倾斜椭圆屈服面对应的耗散势函数增量 $\delta\Phi$ 和塑性部分的自由能函数 Ψ_2 可构造以下形式:

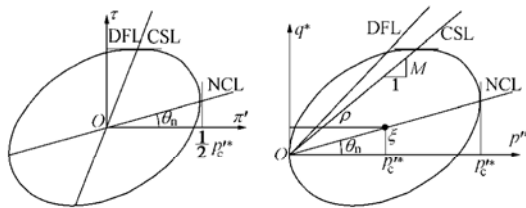
$$\delta\Phi = \sqrt{\left(\frac{1}{2}p_c^* (\delta\varepsilon_v^p + \tan\theta_n \delta\varepsilon_s^p)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{M^2 - \tan^2\theta_n} p_c^* \delta\varepsilon_s^p\right)^2}, \quad (1)$$

$$\Psi_2 = \frac{1}{2} p_{c0}^* \cdot \frac{\lambda - \kappa}{v_0} \cdot \exp\left(\frac{\varepsilon_v^p + \tan\theta_n \varepsilon_s^p}{(\lambda - \kappa)/v_0}\right). \quad (2)$$

相应真实应力空间 $p^* \sim q^*$ 中倾斜椭圆屈服面方程为

$$\left(\frac{p^* - \frac{1}{2}p_c^*}{\frac{1}{2}p_c^*}\right)^2 + \left(\frac{q^* - p^* \tan\theta_n}{\frac{1}{2}\sqrt{M^2 - \tan^2\theta_n} p_c^*}\right)^2 = 1, \quad (3)$$

其中 θ_n 为倾斜椭圆最右端与原点连线即正常固结线 NCL 的倾角。Collins 等人定义的耗散应力 $\pi^* \sim \tau$ 空间和真实应力空间 $p^* \sim q^*$ 中 (上标*表示重塑土以区别于原状土) 屈服面及其转换关系如图 1 所示。



转换应力: $\rho' = \frac{1}{2} p_c^* = p^* - \pi'$ $\zeta = \frac{1}{2} p_c^* \tan\theta_n = q^* - \tau$

图 1 耗散应力空间和真实应力空间的屈服面

Fig. 1 Yield surface in dissipative and true stress space

图 1 中真应力空间中该屈服面形式和 Wheeler 等人^[7] (2003) 采用的倾斜椭圆屈服面形式是一致的。但 Collins 等人指出, 从热力学基本原理出发, 上述倾斜椭圆屈服面及其转换应力形式对应的塑性部分自由能函数 Ψ_2 中必然含有塑性剪切应变项, 即式 (2) 的形式, 从而硬化规则中须同时包含塑性体积应变项和塑性剪切应变项。本文模型借鉴上述倾斜椭圆屈服面的同时考虑塑性剪切应变硬化, 但暂时不引入旋转硬化, 假定 K_0 固结形成的诱发各向异性在加压过程中保持不变, 即 NCL 倾角 θ_n 自始至终为一常数。

土的结构对土体应力应变关系、屈服和强度特性都有很大影响, 关于结构性的一系列现象是土力学研究的基本内容 (沈珠江^[9], 谢定义^[10])。Cotecchia 和 Chandler^[11] (2000) 基于结构性来源, 即土体的结构 (Fabric) 和颗粒间黏结 (bonding), 将结构性分为沉积结构 (sedimentation structure) 和后沉积结构 (post-sedimentation structure), 扩展了 Burland^[12] (1990) 单一沉积曲线 (SCL) 的观点, 而代之以一簇近似平行的沉积线, 并以灵敏度 S_l 来表征沉积线的相对位置以表征土体初始结构性的大小。近年来国内外许多学者也提出许多应用于结构性土的本构模型, 如沈珠江^[13] (2000) 的堆砌体模型、刘恩龙等人^[14]

(2005) 的二元介质模型、Karstunen 等人^[15] (2005) 的 S-CLAY1 (S) 模型以及 Asaoka 等人^[16,8] (2000, 2005) 的次加载/超加载屈服面模型等。

Hashiguchi^[17] (1989) 认为土体受力变形不存在纯弹性区域, 提出了次加载屈服面 (subloading yield surface) 的概念。次加载屈服面存在于正常屈服面 (normal yield surface, 即传统意义上重塑土的剑桥模型屈服面) 之内, 并与之形状相似, 通过两者大小的比值来确定塑性模量, 土体当前应力始终位于次加载屈服面上, 应力应变关系从加载初始到最终破坏连续变化。次加载屈服面模型用于模拟循环加载的土体应力应变关系时较为合适, 同时在处理屈服前后应力应变关系连续过渡以及小应变范围内非线性应力应变关系方面都有显著优点。在次加载屈服面的基础上, Asaoka 等人 (2000, 2005) 又引入了超加载屈服面 (superloading yield surface) 的概念, 建立了适用于结构性土的本构模型。超加载屈服面 (该屈服面上应力以“-”标识) 位于正常屈服面 (对应重塑土, 该屈服面上应力以“*”标识) 和次加载屈服面之外, 是应力所能到达的最外边界。三个屈服面几何性状相似 (针对不同模型可以选取不同形状) 并相切于原点, 如图 2 所示, 当前应力位于次加载屈服面上, 从原点出发的任一条射线上, 次加载屈服面和超加载屈服面的应力比值定义为 R , 正常屈服面和超加载屈服面的应力比值定义为 R^* 。

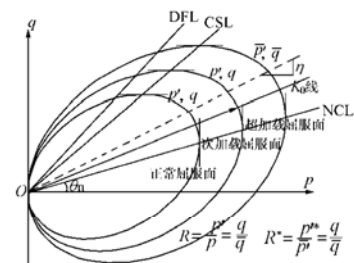


图 2 真实应力空间的各屈服面

Fig. 2 Yield surfaces in dissipative stress space

本文模型在次加载/超加载屈服面本构模型的框架下, 基于 Collins 等人 (2002) 提出的符合热力学耗散原理的本构模型, 引入塑性体积变形和剪切变形共同作用的硬化规则; 在屈服面选取方面则参考 Wheeler 等人 (2003) 和王立忠等人^[18] (2006) 的各向异性本构模型; 同时对结构性软黏土的模型计算参数作了探讨, 初步建立了结构性参数初始值和灵敏度及屈服应力比的相关关系。

1 本构模型的建立

1.1 屈服面 (加载面)

针对 K_0 固结形成的诱发各向异性对软黏土不排

水抗剪强度的影响,王立忠等人(2006)在 Ohta 等人(1985)的基础上将各向同性的修正剑桥屈服面推广到了 K_0 固结下的各向异性屈服面。应力空间 $p^* \sim q^*$ 中该椭圆屈服面 NCL 的斜率为 η_{k_0} , 即 NCL 与 K_0 线重合, 这与 Collins 等人(2002)本构模型的屈服面方程中取 $\tan\theta_n = \eta_{k_0}$ 的情况是一致的。通过对国内外软黏土屈服面形状和不排水抗剪强度的研究发现: NCL 斜率为 η_{k_0} 的倾斜椭圆屈服面得到的三轴压缩临界状态线 CSL 的斜率为 $\eta_{CSL}^* = \sqrt{M^2 + \eta_{k_0}^2}$, 大于通常情况下 $\eta_{CSL} \approx M$ 的试验结果。由此, 本文模型借鉴 Wheeler 等人(2003)各向异性土体本构模型的方法, 采用了如式(3)所示的屈服面方程。参照 Nakano(2005)次加载超加载屈服面本构模型的写法改写式(3), 可得到正常屈服面函数

$$f(p^*, q^*) = \ln \frac{p^*}{p_c^*} + \ln \frac{M^2 - \tan^2 \theta_n + (q^* / p^* - \tan \theta_n)^2}{M^2 - \tan^2 \theta_n} \quad (4)$$

引入比例系数 R^* , 超加载屈服面函数即为

$$f(\bar{p}', \bar{q}') = \ln \frac{\bar{p}'}{p_c^*} + \ln R^* + \ln \frac{M^2 - \tan^2 \theta_n + (\bar{q}' / \bar{p}' - \tan \theta_n)^2}{M^2 - \tan^2 \theta_n} \quad (5)$$

最后引入比例系数 R , 则当前应力对应的次加载屈服面函数为

$$f(p', q) = \ln \frac{p'}{p_c^*} + \ln R^* - \ln R + \ln \frac{M^2 - \tan^2 \theta_n + (q / p' - \tan \theta_n)^2}{M^2 - \tan^2 \theta_n} \quad (6)$$

令 $f=0$ 可得与式(3)相似的屈服面方程

$$\frac{\left(p' - \frac{1}{2} \frac{R}{R^*} p_c^*\right)^2}{\left(\frac{1}{2} \frac{R}{R^*} p_c^*\right)^2} + \frac{(q - p' \tan \theta_n)^2}{\left(\frac{1}{2} \frac{R}{R^*} \sqrt{M^2 - \tan^2 \theta_n} p_c^*\right)^2} = 1 \quad (7)$$

1.2 流动法则

采用相关联流动法则

$$\delta \varepsilon_v^p = \mu \frac{\partial f}{\partial p'}, \quad \delta \varepsilon_s^p = \mu \frac{\partial f}{\partial q} \quad (8)$$

由上述屈服函数 f 得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial p'} &= \frac{M^2 - \eta^2}{\left[\left(M^2 - \tan^2 \theta_n\right) + \left(\eta - \tan \theta_n\right)^2\right] p'} \\ \frac{\partial f}{\partial q} &= \frac{2\left(\eta - \tan \theta_n\right)}{\left[\left(M^2 - \tan^2 \theta_n\right) + \left(\eta - \tan \theta_n\right)^2\right] p'} \\ \frac{\partial f}{\partial p_c^*} &= -\frac{1}{p_c^*}, \quad \frac{\partial f}{\partial R^*} = \frac{1}{R^*}, \quad \frac{\partial f}{\partial R} = -\frac{1}{R} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

及一致性条件

$$\frac{\partial f}{\partial p'} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q + \frac{\partial f}{\partial p_c^*} \delta p_c^* + \frac{\partial f}{\partial R^*} \delta R^* + \frac{\partial f}{\partial R} \delta R = 0 \quad (10)$$

1.3 硬化规律和结构性参数演化规律

(1) 硬化规律: 根据 Collins 等人基于热力学定律(2002)提出的本构模型, 重塑土对应的正常屈服面随塑性应变增长而扩张(即 p_c^* 增大)的硬化规律应与塑性部分的自由能函数式(2)相一致, 即必须在修正剑桥模型只考虑体积应变硬化的基础上同时考虑剪切应变硬化的作用, 如下式所示

$$p_c^* = p_{c0}^* \cdot \exp\left(\frac{\varepsilon_v^p + \tan \theta_n \varepsilon_s^p}{(\lambda - \kappa) / v_0}\right) \quad (11)$$

两边取对数求导得硬化规则

$$\delta p_c^* = \frac{v_0}{\lambda - \kappa} p_c^* \left(\delta \varepsilon_v^p + \tan \theta_n \delta \varepsilon_s^p\right) \quad (12)$$

又由式(9)及关联流动法则(8), 得一致性条件中硬化相关项为

$$\frac{\partial f}{\partial p_c^*} \delta p_c^* = -\mu \frac{M^2 - \eta^2 + 2 \tan \theta_n (\eta - \tan \theta_n)}{\lambda - \kappa \left[\left(M^2 - \tan^2 \theta_n\right) + \left(\eta - \tan \theta_n\right)^2\right] p'} \quad (13)$$

(2) R 和 R^* 演化: 以 $\|D^p\|$ 作为演化内变量, D 为主应变增量矢量, 上标 p 表示塑性部分的应变。三轴

情况下 $\|D\| = \sqrt{\delta \varepsilon_1^2 + 2\delta \varepsilon_3^2} = \sqrt{\frac{1}{3}\delta \varepsilon_v^2 + \frac{3}{2}\delta \varepsilon_s^2}$, 其具体几何意义如图3所示。

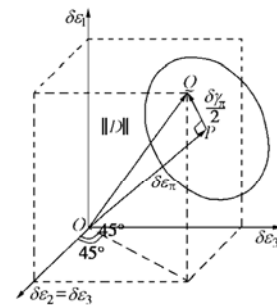


图3 主应变空间应变增量矢量 D

Fig. 3 Strain increment vector in principal strain space

本文模型中, R_0 为初始次加载屈服面相对于初始超加载屈服面的椭圆大小比值, 表征了土体初始应力状态和结构屈服状态的相对位置; R_0^* 为初始重塑土正常屈服面相对于初始超加载屈服面的椭圆大小比值, 表征了土体初始结构强度的大小。本文模型模拟土体加压过程大致可分为两个阶段: 阶段 I, R 由 R_0 逐渐趋向于 1, 同时 R^* 由 R_0^* 略有增加, 表现为 3 个屈服面都有所增大, 增大速率次加载屈服面 \gg 正常屈服面 $>$ 超加载屈服面, 该阶段结束时次加载屈服面和超加载屈服面重合并开始一起变化; 阶段 II, R 始终等于

1 而 R^* 继续增大逐渐趋向 1, 表现为 3 个屈服面继续增大, 增大速率正常屈服面 > 次加载/超加载屈服面, 最终三屈服面重合。

天然土体一维压缩表明, 多数软黏土应力应变关系曲线也可分为两段^[16]: 阶段 I, 从原始固结到屈服阶段, 为结构性轻微衰减段, 变形模量相对较大, 对应的应变也比较小; 阶段 II, 屈服后阶段, 为结构性显著衰减段, 变形模量减小明显, 应变也发展较快。由图 4 所示典型的 Bothkennar 结构性软黏土^[19-20]一维压缩试验曲线可明显地看到这种区别于重塑土曲线 (ICC) 的分段现象。

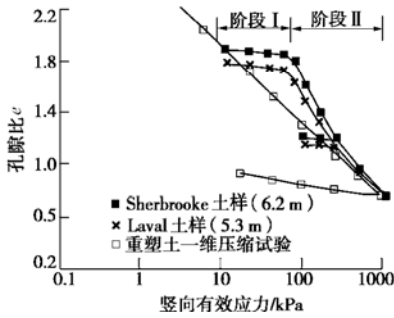


图 4 Bothkennar clay 一维压缩曲线

Fig. 4 Oedometer test for Bothkennar clay

在构造 R 和 R^* 演化规律时, 为简化参数和满足演化边界条件, 本文模型参考 Karstunen 等人 (2005) 的结构性参数演化规律, 在 Nakano (2005) 选取的结构性演化规律基础上, 同时考虑体积应变和剪切应变对软黏土结构性衰减的影响, 以 $\|D^p\|$ 作为演化内变量构造了以下 R 和 R^* 演化方程

$$\delta R = U(R) \|D^p\|, U(R) = \frac{\delta R}{\|D^p\|} = -\frac{mMv_0}{\lambda - \kappa} \ln R \quad (14)$$

$$\delta R^* = U^*(R^*) \|D^p\|, U^*(R^*) = \frac{\delta R^*}{\|D^p\|} = \frac{aMv_0}{\lambda - \kappa} R^* (1 - R^*) \quad (15)$$

参数 m 和 a 分别表征 R 和 R^* 的演化速率, 其影响可由图 5 表示。由图 5 中 R 和 R^* 的演化规律可见, 本文模型中 m 值越大, 阶段 I 对应的应变量级越小, 在 R_0 一定的条件下, 一般取 $m > 5$ 较为合适; a 的取值越大则结构性衰减越快, 一般工程实际和室内三轴试验的应力下, 即使土体发生局部破坏, 其对应应变量级下的总体结构性损失距离结构性完全丧失的重塑状态相去甚远, 即 R^* 增大幅度较小, 因此多数情况下取 $a < 1$ 比较合适。

由上述式 (9) 结合式 (14)、(15), 可得一致性条件中结构性相关项为

$$\frac{\partial f}{\partial R} \delta R = \mu \frac{U(R)}{R} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(M^2 - \eta^2)^2 + 6(\eta - \tan \theta_n)^2}}{(M^2 - \tan^2 \theta_n) + (\eta - \tan \theta_n)^2} \quad (16)$$

$$\frac{\partial f}{\partial R^*} \delta R^* = \mu \frac{U^*(R^*)}{R^*} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(M^2 - \eta^2)^2 + 6(\eta - \tan \theta_n)^2}}{(M^2 - \tan^2 \theta_n) + (\eta - \tan \theta_n)^2} \quad (17)$$

1.4 应力应变关系

联立式 (9)、(10) 及 (14) ~ (17), 可得塑性因子 μ 为

$$\mu = \frac{\lambda - \kappa}{v_0} \left[(M^2 - \eta^2) \delta p' + 2(\eta - \tan \theta_n) \delta q \right] \cdot \left\{ M^2 - \eta^2 + 2 \tan \theta_n (\eta - \tan \theta_n) - \frac{\lambda - \kappa}{v_0} \left(\frac{U^*(R^*)}{R^*} - \frac{U(R)}{R} \right) \cdot \sqrt{\frac{1}{3}(M^2 - \eta^2)^2 + 6(\eta - \tan \theta_n)^2} \right\}^{-1} \quad (18)$$

将上述结果代入式 (8) 即可求得得塑性应变增量 $\delta \varepsilon_v^p$ 和 $\delta \varepsilon_s^p$ 。为减少模型计算参数, 按国内外弹塑性本构模型的一般做法, 本文模型采用各向同性的弹性应力应变关系

$$\delta \varepsilon_v^e = \frac{dp'}{K} = \kappa \frac{dp'}{vp'}, \delta \varepsilon_s^e = \frac{dq}{3G} = \kappa \frac{2(1 + \nu)dq}{9(1 - 2\nu)vp'} \quad (19)$$

最终两部分应变增量相加可得总应变增量 $\delta \varepsilon_v$ 和 $\delta \varepsilon_s$ 。

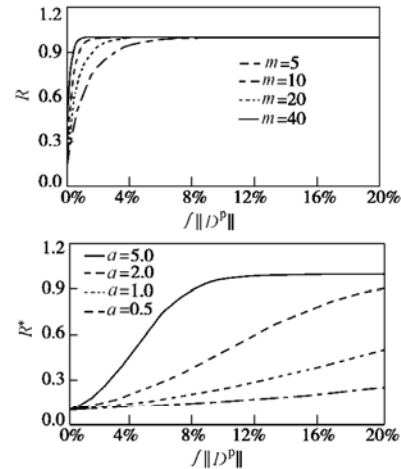


图 5 R 和 R^* 演化规律

Fig. 5 Evolution of R and R^*

2 临界状态线 CSL 和破坏线 DFL

2.1 临界状态线 CSL

剪胀为零即 $\delta \varepsilon_v^p / \delta \varepsilon_s^p = 0$ 的应力状态一般定义为软黏土的临界状态, 在 $p' \sim q$ 应力平面上用临界状态线 CSL (critical state line) 表示。以三轴压缩情况为例, Collins 和 Hilder (2002) 和王立忠等人 (2006) 对重塑土建立的本构模型中临界状态线倾角为 $\eta_{CSL} = \sqrt{\tan^2 \theta_n + M^2}$; 而本文模型 CSL 为图 1 中原点和倾斜椭圆最高点的连线, 由式 (8)、(9) 及

$$\delta \varepsilon_v^p = \mu \frac{\partial f}{\partial p'} = 0 \text{ 得 CSL 方程为}$$

$$\eta_{CSL} = M \leq \sqrt{\tan^2 \theta_n + M^2} \quad (20)$$

本文模型若不考虑结构性及其演变即假定 $U^*=U=0$ 和 $R=R^*=1$, 也可得到与式 (20) 相同的结果, 说明天然土体与重塑土 CSL 的倾斜度均为各向同性固结土体的 M 值, 这符合多数软黏土的试验结果。

2.2 破坏线 DFL

Collins 和 Hilder (2002) 本构模型中, 应力应变关系曲线峰值点对应地土体应力状态定义为土体的破坏状态, 在 $p'-q$ 平面上用破坏状态线 DFL (drained failure line) 表示。如果只考虑体积变形引起的硬化, 该模型的 DFL 将与 CSL 重合。本模型增加考虑了剪切应变引起的硬化和软黏土的结构性, 使 DFL 和 CSL 分离, 如图 1 所示, 而 DFL 的倾角和硬化规律及 R 、 R^* 的演化规律均相关。土体的破坏可理解为塑性剪应变无限增长的开始, 即塑性因子 $\mu = \infty$ 的状态, 此时由式 (18) 分母为零解以下方程可得 η_{DFL} 值 (非恒定值):

$$M^2 - \eta_{DFL}^2 + 2 \tan \theta_n (\eta_{DFL} - \tan \theta_n) - \frac{\lambda - \kappa}{v_0} \left(\frac{U^*(R^*)}{R^*} - \frac{U(R)}{R} \right) \times \sqrt{\frac{1}{3} (M^2 - \eta_{DFL}^2)^2 + 6 (\eta_{DFL} - \tan \theta_n)^2} = 0 \quad (21)$$

Collins 和 Hilder (2002) 模型中破坏线倾角为 $\eta_{DFL} = \tan \theta_n + M$; 本文模型若不考虑结构性及其演变 ($U^*=U=0, R^*=R=1$) 解方程 (21) 得

$$\eta_{DFL} = \tan \theta_n + \sqrt{M^2 - \tan^2 \theta_n} \leq \tan \theta_n + M \quad (22)$$

上式 η_{DFL} 是本文模型不考虑结构性的计算结果, 同时也可理解为本文模型当土体结构在荷载作用下逐渐破坏后 η_{DFL} 的渐近值。若进一步去除剪切应变硬化项 (令 $\tan \theta_n = 0$), 得 $\eta_{DFL} = M = \eta_{CSL}$, 与修正剑桥模型计算结果一致。

3 模型参数分析

本文模型基于修正剑桥模型上考虑了软黏土的结构性及其演变和 K_0 固结引起的诱发各向异性, 硬化规则采用了更符合热力学基本原理的体积变形硬化和剪切变形硬化共同作用的方式, 在模型参数上除了修正剑桥模型的基本参数 (λ, κ, G 或 v, M) 外, 增加了描述初始各向异性的参数 θ_n , 描述初始结构性的参数 R 和 R^* 及其各自的演化参数 m 和 a 。以下结合温州软黏土土工试验情况对这些参数的取值进行讨论。

3.1 修正剑桥模型的基本参数

λ 为重塑土试样一维压缩试验 e 或 $v - \ln p'$ 曲线的斜率, 本文近似取天然土样一维压缩曲线屈服点后直线段斜率得到 (也可由 e 或 $v - \ln \sigma'_v$ 曲线屈服点后直

线段斜率 C_c 除以 $\ln 10$ 换算得到), 本文温州软黏土一维压缩试验结果如图 6 所示, 得 $\lambda = 0.345$ 。泊松比 ν 取 0.3, M 来自于各向等压固结三轴不排水剪切试验, 试验得到 $M = 1.15$, 对应摩擦角 $\varphi' = 28.8^\circ$ 。

κ 的取值与修正剑桥模型有所不同。修正剑桥模型的 κ 为一维压缩曲线回弹段的斜率 (等于屈服前压缩曲线斜率), 如图 6 所示。修正剑桥模型在屈服点前为纯弹性应力应变关系, 但实际土体通常表现为非线性应力应变关系如图 6 所示, 本模型在该段考虑了塑性应变的发展 (由 R 及其演变控制), 因此弹性常数 κ 应为初始压缩阶段的相应取值, 须由小应变循环剪切试验近似确定, 其值远小于修正剑桥模型的 κ 。

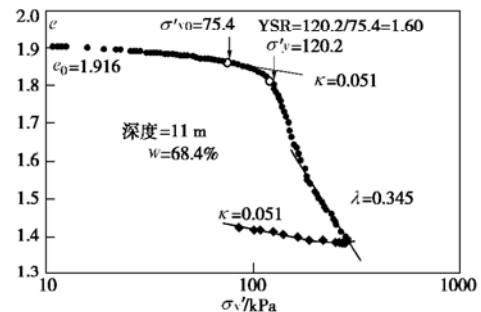


图 6 温州软黏土一维压缩试验曲线

Fig. 6 Oedometer test on Whenzhou clay

本文计算所采用参数 κ 的确定参考了与温州软黏土土质相近的 Bothkennar 软黏土^[19]的小应变循环剪切试验结果, 如图 7 所示。Bothkennar 软黏土纯弹性段的临界剪切应变约为 0.02%, 相应剪切应力增量约为 7 kPa, 用弹性本构关系反算的 κ 值约为 0.0025, 仅为其一维压缩试验回弹曲线所得 $\kappa=0.025$ 的 1/10。本文模型计算时采用简化方法, 取试验结果 $\kappa=0.051$ 的 1/10, 即取 $\kappa=0.0051$ 。此外, 计算表明: 在 κ 较小的情况下即使是在屈服前小变形段内, 本文模型计算的弹性变形所占比重也是极小的, 其取值大小的波动对整体弹塑性计算结果影响不大。因此采用以上简化方法在计算上是可行的, 相反若采用试验所得 κ 值用于本文模型将带来计算上较大的误差, 这是由次加载屈服面模型本身的特点决定的。

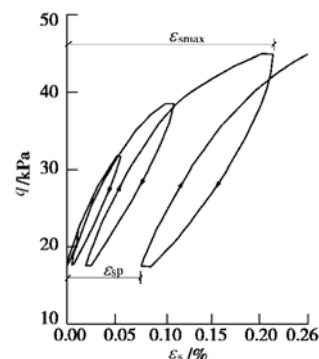


图 7 Bothkennar 软黏土小应变循环剪切试验曲线

Fig. 7 Cyclic triaxial test on Bothkennar clay

3.2 各向异性参数 θ_n

各向异性对软黏土应力应变性状的影响在本文模型中表现为椭圆倾斜的角度, 即 NCL 的倾角 θ_n 。结构性软黏土的各向异性主要由于其应力历史, 即 K_0 固结过程决定, 因此需建立 K_0 系数与的 θ_n 关系。本文采用 Wheeler (2003) 等人建议的方法, 由一维压缩体剪应变关系

$$\frac{\delta\varepsilon_v}{\delta\varepsilon_s} = \frac{\delta\varepsilon_a + 2\delta\varepsilon_r}{\frac{2}{3}(\delta\varepsilon_a - \delta\varepsilon_r)} = \frac{\delta\varepsilon_a + 0}{\frac{2}{3}(\delta\varepsilon_a - 0)} = \frac{3}{2} \quad (23)$$

又由流动法则式 (8) 及 (9) 得

$$\frac{\delta\varepsilon_v^p}{\delta\varepsilon_s^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2(\eta - \tan\theta_n)} \quad (24)$$

由上述 κ 取值分析可知, 本文模型中弹性应变很小, 相比塑性应变可以忽略不计, 因此可认为式 (23) 与 (24) 近似相等。又由一维固结过程 $\eta = \eta_{K_0}$ 得

$$\frac{M^2 - \eta_{K_0}^2}{2(\eta_{K_0} - \tan\theta_n)} = \frac{3}{2} \text{ 即 } \tan\theta_n = \frac{\eta_{K_0}^2 + 3\eta_{K_0} - M^2}{3} \quad (25)$$

η_{K_0} 可由 K_0 计算得到, 而 K_0 可由 K_0 固结试验得到或根据经验公式 $K_0 = 1 - \sin\phi'$ 得到。

本文主要探讨软黏土结构性的演变及其对土体性状的影响, 对于各向异性暂时只考虑其初始值的影响, 并没有包含各向异性的演化, 因此 θ_n 为常数。

3.3 R_0 、 R_0^* 及其演化参数 m 、 a

R_0 表征土体初始状态和屈服状态的相对位置, 即次加载屈服面上应力与超加载屈服面上应力的比值。对于正常固结软黏土, 次加载屈服面上应力为天然状态应力, 以温州软黏土 (深度 11 m) 一维压缩试验为例, 该应力为 σ'_{v0} (如图 6 所示); 而超加载屈服面上应力 $\bar{\sigma}'_{v0}$ 则接近试验所得屈服应力, 即图 6 中曲线的曲率最大点对应的竖向有效应力 σ'_{vy} 。因此可近似由屈服应力比 $YSR = \sigma'_{vy}/\sigma'_{v0}$ 计算 R_0 值

$$R_0 = \frac{\sigma'_{v0}}{\bar{\sigma}'_{v0}} \approx \frac{\sigma'_{v0}}{\sigma'_{vy}} = \frac{1}{YSR} \quad (26)$$

R_0^* 为初始重塑土屈服面相对于初始超加载屈服面的椭圆大小比值, 表征了土体的初始结构强度的大小。根据 Cotecchia 和 Chandler (2000) 对灵敏度的讨论, 本文采用以下近似关系确定 R_0^* 与 S_t 的关系

$$R_0^* = \frac{\sigma'_{v0}}{\sigma'_{vy}} = \frac{1}{S_t} \quad (27)$$

本文模型计算所用 S_t 由室内原状土和重塑土的无侧限抗压强度试验得到。

R_0 、 R_0^* 的演化参数 m 、 a 的确定通过试验拟合得到, 其大小根据天然软黏土不同的土质及结构性而异。

4 三轴试验的模拟

4.1 试验概况

本文采用上述模型对浙江温州软黏土进行了计算, 同时对比了土性相近的 Bothkennar 软黏土。温州软黏土为深厚正常固结的海相沉积淤泥和淤泥质黏土, 是东部沿海地区典型的结构性软黏土。本文试验所用土样取自温州市区中心华盟广场, 在该工程基坑开挖前采用薄壁取土器取土, 基坑开挖至 4 m 和 11 m 时分别用薄壁盒取块状土样, 取土位置在钻孔灌注桩稀疏区域的桩间, 施工扰动较小。本文计算对应试验为深度 11 m 处块状土样的三轴试验, 该处土质为淤泥, 局部有粉质夹层和杂色斑点。

三轴试验为 K_0 固结排水加压试验, 以 BCD θ 表示, θ 为 p' - q 平面直线加载路径的倾角如图 8 所示。由于本文模型暂时不考虑加压对屈服面旋转的影响, 因此取作计算用的加载路径倾角均在 η_{K_0} 附近, 以尽可能保持其初始各向异性在加载过程中不变。试验仪器采用英国 GDS 应力路径三轴试验系统, 可实现 K_0 固结过程以及不同直线应力路径的三轴试验。

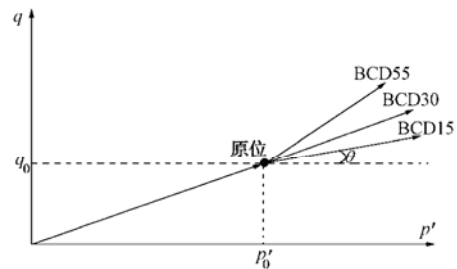


图 8 三轴试验应力路径

Fig. 8 Stress path for triaxial test

4.2 试验结果及参数确定

表中 K_0 由应力控制的三轴 K_0 固结试验得到, 略高于经验公式 $1 - \sin\phi'$, 有试验条件的应尽量采用 K_0 固结试验直接取得 K_0 值。由此计算得到 $\eta_{K_0} = 0.643$, 进一步由式 (25) 计算得 $\tan\theta_n = 0.343$; 由一维压缩试验结果得 $\sigma'_{vy} = 120.2$ kPa, $YSR = 1.6$, 再由式 (26) 计算得 $R_0 = 0.625$; S_t 由室内原状土和重塑土的无侧限抗压强度比得到, 试验得到天然土和重塑土试样无侧限抗压强度分别为 27.4 kPa 和 5.0 kPa, 得 $S_t = 5.45$, 由式 (27) 计算得 $R_0^* = 0.18$; 结构性演化参数由试验拟合得到, 分别取 $m = 10$ 和 $a = 0.7$ 。

4.3 温州软黏土计算与试验结果对比

BCD33 表示 p' - q 平面加载应力路径倾角 $\theta = 33^\circ$, 即 $\tan\theta = \eta_{K_0} = 0.643$, 即加载路径与 K_0 固结路径相同。该加载路径大致延续了 K_0 固结过程, 可认为土体各向异性即 θ_n 基本不发生变化, 在本模型不考虑旋转硬化

的情况下比较适合计算和试验的对比。计算和试验所得应力应变曲线如图9所示。

表1 温州结软黏土常规物理力学指标和计算参数

Table 1 Parameters of Wenzhou clay

w	G_s	w_l	w_p	I_p	I_L
68.4%	2.75	63.4%	27.6%	35.8%	1.140
深度/m	ρ_0 ($g \cdot cm^{-3}$)	σ'_{v0}/kPa	e_0	OCR	YSR
11.0	1.588	75.4	1.916	1.00	1.60
S_t	ν	$\phi'/(^\circ)$	M	K_0	η_{K_0}
5.45	0.3	28.8	1.15	0.550	0.643
R_0	m	R_0^*	a	λ	κ
0.625	10	0.183	0.7	0.345	0.051

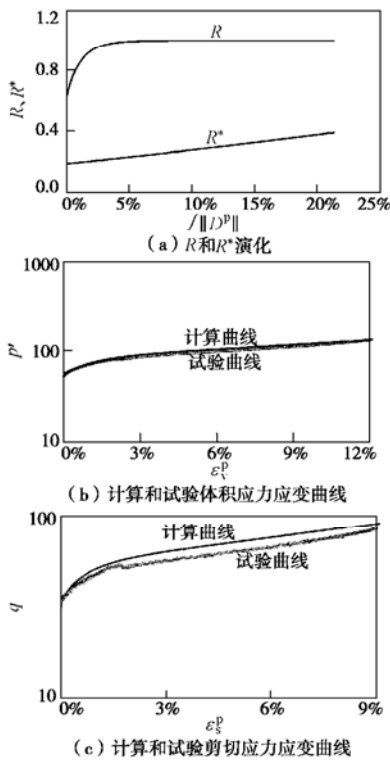


图9 BCD33 加载应力路径计算和试验曲线

Fig. 9 Calculated and observed results of BCD33

由图9(a), 屈服前的I阶段 R 由0到1过程中塑性应变较小, 而 R^* 的增长幅度即使到土体最终破坏状态时也不大(全过程由0.18增加到0.4); 图9(b)、图9(c)对比了计算和试验曲线, 可见在应变较小区域计算结果吻合较好, 在应变较大区域计算结果与试验结果出现分离, 剪切应力应变曲线计算所得应变值略微偏小, 而体积应力应变曲线计算所得应变值比较吻合。

此外与 BCD33 较为接近的加载路径 BCD15 和 BCD50 计算和试验对比曲线如图10所示。由计算结果可见, 试验和计算结果趋势相同, 拟合情况较好, 但相比 BCD33 试验的拟合情况偏离程度有所加大。尤其是剪切为主的 BCD55 试验, 体积应变和剪切应

变的计算结果明显大于试验结果(相反 BCD15 试验计算结果则略微偏小)。可见旋转硬化对 K_0 固结结构性软黏土的应力应变性状是有一定影响的, 而且剪切变形起了主要作用, 这是本文模型尚未涉及的。

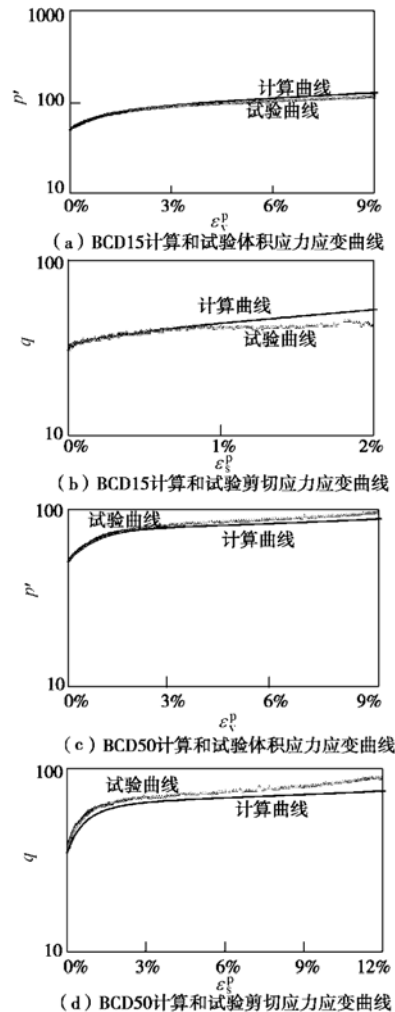


图10 BCD15 和 BCD50 加载路径计算和试验曲线

Fig. 10 Calculated and observed results of BCD15 & BCD50

4.4 Bothkennar 软黏土计算与试验结果对比

Bothkennar 结构性软黏土的土体基本性质与温州软黏土相似, 其基本指标和计算参数如表2所示, 其中 LCD30 试验的计算结果如图11所示(L表示 Laval 取土器取土, 30表示 $p' \sim q$ 平面上加载路径的倾角)。

表2 Bothkennar 软黏土物理力学指标和计算参数

Table 2 Parameters of Bothkennar clay

w	G_s	w_l	w_p	I_p	I_L
70.0%	2.65	80.0%	31.0%	49.0%	0.796
深度/m	ρ_0 ($g \cdot cm^{-3}$)	σ'_{v0}/kPa	e_0	OCR	YSR
5.8	1.59	46	1.83	1.25	1.50
S_t	ν	$\phi'/(^\circ)$	M	K_0	η_{K_0}
7.3	0.3	34	1.37	0.609	0.529
R_0	m	R_0^*	a	λ	κ
0.67	20	0.14	0.3	0.181	0.025

由于 Bothkennar 结构性软黏土由于历史上水位变化有一定的轻微超固结特性, 三轴试验的 K_0 固结过程有一个超固结的步骤, 使得试验起始阶段应变较小。而本文模型定参数 R_0 时并没有综合考虑超固结的影响, 模拟结果有偏差, 但总体试验曲线拟合结果较好。

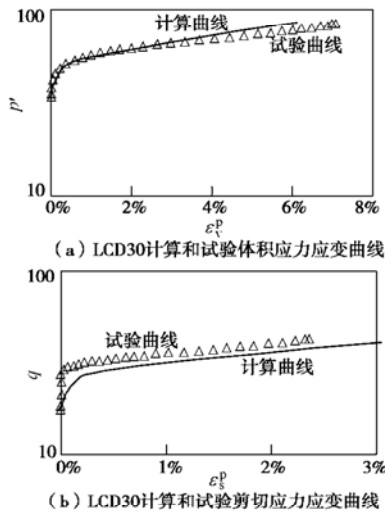


图 11 Bothkennar 软黏土计算和试验曲线

Fig. 11 Calculated and observed results of Bothkennar Clay

5 讨 论

(1) 本文模型当不考虑结构性及其演化时 ($R=R^*=1$) 即退化为与 Collins 等人 (2002) 的考虑体硬化和剪变硬化的本构模型形式相似的模型 (但 CSL 斜率不同); 进一步去除剪变硬化项即退化到修正剑桥模型。传统的本构模型无论有无考虑剪切应变对硬化的影响, 对正常固结软黏土三轴加压情况均不能模拟屈服前后曲线剧烈变化的特征。而本文模型通过引进结构性参数能更好的体现结构性软黏土的应力应变关系, 模拟屈服前后明显不同的土体性状。随着软黏土结构性的衰减直至结构性完全丧失, 本文模型中 R^* 逐渐增大到 1, 模型最终趋向 Collins 的各向异性本构模型。

(2) 计算过程表明, R_0 和 m 的取值对屈服前应力应变关系的影响较大, R_0 的取值直接影响到屈服应力的计算结果, 而 m 的取值与屈服前应变的大小直接相关; 而 R_0^* 和 a 的取值主要对屈服后应力应变关系的产生影响, 但参数变化的敏感程度不如前者。关于 R_0 的取值本文采用了与 YSR 相关的近似关系, 在考虑超固结的影响后上应综合考虑 OCR 的影响。 m 和 a 的取值由试验拟合反演得到, 有一定的经验性和不确定性, 对不同土质和土体天然状态的取值范围还有待进一步探讨。

(3) 通过调整计算参数, 本模型能较好的模拟 $p'-\varepsilon_v^p$ 和 $q-\varepsilon_s^p$ 中的其中一条曲线, 但往往不能同时达到较高的吻合程度, 尤其是在应变较大的区域。而该区域内的这种计算偏差又表现为最终土体强度的差异, 笔者认为其主要原因是由于本文尚未考虑椭圆屈服面绕原点旋转硬化的影响, 即限制 $\tan\theta_n$ 为一常量造成的。

6 结 论

本文从经典的修正剑桥模型出发, 针对结构性软黏土的特性引入了结构性参数, 研究了结构性的演化规律; 同时考虑了 K_0 固结引起的诱发各向异性, 并推导了与之相应的硬化规则。通过与试验结果的对比, 得到了以下结论:

(1) 本文模型拓展的基础为修正剑桥模型, 在引入各向异性时依据 Collins 提出的符合热力学耗散原理的本构模型, 考虑了体积应变硬化和剪切应变硬化的综合影响, 从而避免了 Asaoka 等人 and Wheeler 等人直接在传统修正剑桥模型基础上引入各向异性而带来的不符合热力学原理的缺陷。

(2) 本文模型借鉴了次加载屈服面模型, 修正了 Wheeler 等人的模型在屈服面内完全弹性的假设; 同时通过修改屈服面方程, 改进了 Asaoka 等人的模型中认为椭圆屈服面 NCL 斜率为 η_{k_0} 的结果, 使模型屈服面形状更符合多数软黏土的三轴试验结果。

(3) 通过引入结构性参数 R 和 R^* , 以及建立其初始值与结构屈服应力比和灵敏度的相关关系, 并研究其演化规律, 使本文模型能很好地表现天然状态结构性软黏土在屈服前后不同的应力应变性状。

(4) 本文模型在屈服前引入次加载屈服面模型, 采用弹塑性本构关系来描述, 更能体现结构性软黏土屈服前的非线性特征。而且在计算上使屈服前后连续过渡, 避免了屈服的判别但又很好的体现了屈服的特征。相应地在模型计算中其弹性参数 κ 取值对比传统模型将大大减小 (约为其 1/10)。

(5) 对 $p'-q$ 平面上三轴排水压缩试验, 本文模型的模拟结果较好, 说明本文的研究方法是合理可行的。其他加载路径尤其是三轴拉伸情况的模拟尚需进一步考虑屈服面绕应力原点的旋转硬化, 方能使得计算结果更为合理准确。

参考文献:

- [1] COLLINS I F, HOULSBY G T. Application of thermomechanical principles to the modeling of geotechnical materials[C]// Proceedings of the Royal Society of London A,

- 1997, **45**(3): 1975 - 2001.
- [2] COLLINS I F, KELLY P A. A thermomechanical analysis of a family of soil models[J]. *Geotechnique*, 2002, **52**(7): 507 - 525.
- [3] COLLINS I F, HILDER T. A theoretical framework for constructing elastic/plastic constitutive models of triaxial test[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2002, **26**: 1313 - 1347.
- [4] COLLINS I F, MUHUNTHAN B. The relationship between stress-dilatancy, anisotropy and plastic dissipation for granular materials[J]. *Geotechnique*, 2003, **53**(7): 611 - 619.
- [5] COLLINS I F. Elastic/plastic models for soils and sands[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2005, **47**: 493 - 508.
- [6] COLLINS I F. The concept of stored plastic work or frozen elastic energy in soil mechanics[J]. *Geotechnique*, 2005, **5**(5): 373 - 382.
- [7] WHEELER S J, NAATANEN A, KARSTUNEN M, LOJANDER M. An anisotropic elastoplastic model for soft clays[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2003, **40**: 403 - 418.
- [8] NAKANO M, NAKAI K, NODA T, ASAOKA A. Simulation of shear and one-dimensional compression behavior of naturally deposited clays by super/subloading yield surface Cam-clay model[J]. *Soils and Foundations*, 2005, **45**(1): 141 - 151.
- [9] 沈珠江. 软黏土工程特性和软黏土地基设计[J]. *岩土工程学报*, 1998, **20**(1): 108 - 110. (SHEN Zhu-jiang. Engineering properties of soft soils and design of soft ground[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1998, **20**(1): 108 - 110. (in Chinese))
- [10] 谢定义, 齐吉琳, 张振中. 考虑土结构性的本构关系[J]. *土木工程学报*, 2000, **33**(4): 36 - 41. (XIE Ding-yi, QI Ji-lin, ZHANG Zhen-zhong. A constitutive laws considering soil structural properties[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2000, **33**(4): 36 - 41. (in Chinese))
- [11] COTECCHIA F, CHANDLER R J. A general framework for the mechanical behaviour of clays[J]. *Geotechnique*, 2000, **50**(4): 431 - 447.
- [12] BURLAND J B. On the compressibility and shear strength of natural clays[J]. *Geotechnique*, 1990, **40**(3): 329 - 378.
- [13] 沈珠江. 结构性黏土的堆砌体模型[J]. *岩土力学*, 2000, **21**(1): 1 - 4. (SHEN Zhu-jiang. A masonry model for structured clays[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2000, **21**(1): 1 - 4. (in Chinese))
- [14] 刘恩龙, 沈珠江. 结构性土的二元介质模型[J]. *水利学报*, 2005, **36**(4): 391 - 395. (LIU En-long, SHEN Zhu-jiang. Binary medium model for structured soils[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2005, **36**(4): 391 - 395. (in Chinese))
- [15] KARSTUNEN M, KRENN H, WHEELER S J, KOSKINEN M, ZENTAR R. Effect of anisotropy and destructuration on the behavior of Murro test embankment[J]. *International Journal of Geomechanics*. ASCE, 2005, **5**(2): 87 - 97.
- [16] ASAOKA A, NAKANO M, NODA T. Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior[J]. *Soils and Foundations*, 2000, **40**(2): 99 - 110.
- [17] HASHIGUCHI K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1989, **25**: 917 - 945.
- [18] 王立忠, 叶盛华, 沈恺伦, 胡亚元. K_0 固结软土不排水抗剪强度[J]. *岩土工程学报*, 2006, **28**(8): 970 - 977. (WANG Li-zhong, YE Sheng-hua, SHEN Kai-lun, HU Ya-yuan. Undrained shear strength of K_0 consolidated soft soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, **28**(8): 970 - 977. (in Chinese))
- [19] SMITH P R, HIGHT D W. The yielding of Bothkennar clay[J]. *Geotechnique*, 1992, **42**(2): 257 - 274.
- [20] HIGHT D W, BOND A J, LEGGE J D. Characterization of the Bothkennar clay: an overview[J]. *Geotechnique*, 1992, **42**(2): 303 - 347.