基于突变理论的高拱坝失稳判据研究

郑东健, 雷 霆

(河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘 要:高拱坝的整体安全主要取决于拱坝支撑岩体的稳定。由于高拱坝稳定分析的复杂性,其失稳判据至今没有统一的认识。首先讨论了拱坝整体稳定有限元分析失稳判据的基本原理,分析了失稳考察量尖点突变模型的建立方法,随后结合具体工程实例,分析比较了塑性区贯通、位移突变和塑性区总应变能突变判据的优势和不足。实例表明:位移突变判据与敏感测点的选择关系密切,测点选择不同可能得到不同的失稳分析结果;塑性区贯通法受拱坝体系局部和人为因素影响较大;塑性区总应变能突变判据具有单值和反映拱坝整体稳定的特点,是拱坝失稳有限元分析的较优判据。

关键词: 拱坝; 整体稳定; 有限元分析; 失稳判据; 突变模型 中图分类号: TV641 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 4548(2011)01 - 0023 - 05 作者简介: 郑东健(1965 -), 男, 福建闽清人, 教授, 博士生导师, 从事水工建筑物安全监控理论与应用研究。E-mail: zhengdj@hhu.edu.cn。

Instability criteria for high arch dams using catastrophe theory

ZHENG Dong-jian, LEI Ting

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The integral safety of high arch dams mainly depends on the stability of supporting rock system. There is no standard for the instability criteria for high arch dams due to its complexity. The instability criteria for the FEM stability analysis of high arch dam and its cusp catastrophe model are discussed firstly. Then the advantages of plastic zone connection criteria, catastrophe criteria of plastic strain energy and displacement are analyzed. The case shows that the plastic zone connection criteria may produce different stability analysis results due to different monitoring points. Whereas the plastic strain energy is unique and reflected correctly for high arch dams under typical load condition, the catastrophe of the plastic strain energy of high arch dams is a better criterion.

Key words: arch dam; integral stability; FEM analysis; instability criterion; catastrophe model

0 引 言

拱坝与坝基整体失稳机理分析成果表明,拱坝的 可能破坏形式有拱坝拱座失稳、拱坝坝体的屈曲和强 度破坏以及坝肩岩体过大的压缩变形引起的破坏。目 前从已建拱坝来看,拱坝整体安全最主要的影响因素 为拱坝支撑岩体的稳定性,即拱坝拱座的稳定性。拱 坝拱座的失稳破坏实质上是强度破坏^[1]。事实上,拱 坝属高次超静定结构,拱坝坝体与拱座应当作为一个 整体受荷体系,不能将它们划分为独立的工作体系进 行稳定分析,同时由于坝体强度分析与拱座稳定分析 方法的控制指标不一致,使得两者的安全度必然不协 调。模型试验和数值分析的结果也说明,拱坝是一个 整体的三维结构,拱坝的局部破坏不能代表它的整体 破坏。因此,为了了解拱坝的整体安全度一般要进行 拱坝坝体及坝体系统的整体安全度分析。目前常采用 有限元法分析拱坝的整体安全系数,具体包括超载法、 降强法(强度储备法)和综合法等^[2]。有限元分析存 在的一个关键问题是,如何在不断降低强度参数或加 载的过程中判断拱坝体系是否达到临界破坏状态,即 需要一个判定拱坝极限平衡状态的失稳判据。但目前 对于三维问题,还没有统一的,为工程界和力学界共 同认可的失稳判据。工程分析中采用的收敛性判据、 塑性区贯通判据、干扰能量判据和位移突变判据等计 算结果也常不一致,许多学者进行了多种探索^[3-5]。本 文结合实际工程拱坝失稳有限元分析,分析比较了塑

基金项目:国家自然科学基金项目(50879024);国家"十一五"科技 支撑计划课题(2006BAC05B03) 收稿日期:2009-08-27

性区贯通、位移突变和塑性区总应变能突变判据的特 点,讨论了相应判据分析结果的适用性,为这些典型 判据的使用提供借鉴。

典型失稳突变判据分析 1

1.1 塑性贯通和位移突变判据

(1) 塑性贯通判据

塑性区贯通是指在拱坝结构分析的过程中, 屈服 区扩展、联结,最后形成一个连通的屈服区域,使结 构丧失承载能力。但对于拱坝整体安全分析时,其塑 性贯通率和失稳临界状态尚无明确的对应关系。郑颖 人等指出, 塑性区贯通是失稳破坏的必要条件, 但不 是充分条件。考虑到塑性区贯通的客观指标很难确定, 目前只能通过经验判断,因而不可避免的会增加分析 结果的不确定性。

(2) 位移突变判据

根据拱坝位移变化的情况,确认拱坝是否无法正 常工作。这种方法基于的观点是拱坝失稳的极限状态 同拱坝坝体或坝肩岩体的部分测点位移变化量值和速 率有关。Zienkiewicz 在运用有限元强度折减法计算边 坡稳定时,就采用最大节点位移的突变作为失稳判据。 但由于拱坝位移的最先失稳部位的难以确定,在有限 元分析时,采用哪个节点的位移进行失稳判别没有统 一的认识,分析结果也存在不确定性。

(3) 塑性应变能突变失稳判据

拱坝及坝基系统在水库蓄水受载后,为维持或恢 复原有自身平衡,将通过应力和变形等方式自动对其 本身进行一系列的调整。当荷载和材料对系统干扰破 坏作用超过其自身调节限度,整个系统将由原稳定状 杰趋向失稳, 拱坝整体将由近平衡态的屈服逐渐过渡 到濒临破坏的耗散结构,并伴随着以应变能耗散为媒 介的能量耗散过程。因此,拱坝失稳过程将伴随塑性 区应变能逐渐增大直到突变的过程,系统总塑性应变 能突变可以作为拱坝失稳判据。即把整个坝体和坝基 工程影响区看成一个系统,以坝体和坝基单元的应变 能为状态变量,用系统的应变能变化来考察拱坝整体 安全的稳定性[4]。塑性应变能可用以下方法计算。

在进行有限元分析计算时,给定N个单元的结构 中,其第1个单元具有的应变能为

$$E_{I} = \int_{V_{I}} \boldsymbol{S}_{ij} \boldsymbol{e}_{ij} \mathrm{d}V_{I}$$
 (*I* = 1, 2, ..., *N*) , (1)

式中, s_{ii} , e_{ii} 分别为单元 I 的应力张量及应变张量, V,为I单元的体积。拱坝的失稳破坏取决于坝体坝基 塑性区的变化,即总塑性应变能的累积,可以将满足 屈服准则的所有计算单元塑性应变能 E, 进行累加, 以 此作为拱坝安全状态的考察量, 拱坝系统的总塑性能 量函数可以表示为

$$E = \sum_{I=1}^{n} E_{p} = \sum_{I=1}^{n} \int_{V_{I}^{p}} S_{ij}^{p} \boldsymbol{e}_{ij}^{p} dV_{I}^{p} \quad , \qquad (2)$$

式中,n为进入屈服的单元个数, s_{ii}^{p} , e_{ii}^{p} 分别为屈服 单元的应力张量及应变张量, V^P, 为 I 屈服单元的体积。

1.2 失稳突变模型

对于拱坝整体失稳研究,可以采用突变理论^[6], 将拱坝整体视为弹塑性结构,给出势函数表达式。当 拱坝处于稳定状态时,势函数取唯一的极值;当势函 数有多个极值时, 拱坝处于失稳状态。其中尖点突变 是比较简单的突变类型,应用最广泛。下面将位移和 塑性应变能作为失稳考察量,采用尖点突变模型分析 拱坝整体安全性态的变化。

为了考察拱坝安全状态变化过程中失稳考察量的 变化,用强度折减法进行有限元分析。随着强度的逐 级折减可得到多级强度条件下的失稳考察量,即获得 安全储备系数k与失稳考察量E的对应关系,一般可 认为失稳考察量 E 的变化是连续的,因此系统的失稳 考察量 E 可用某一连续的失稳考察函数 E - f(k)表示 这种变化,将此函数进行泰勒级数展开为

 $E = f(k) = a_0 + a_1k + a_2k^2 + \mathbf{L} + a_nk^n + \mathbf{L}$, (3)取至四次方有:

$$E = a_0 + a_1 k + a_2 k^2 + a_3 k^3 + a_4 k^4 \quad , \qquad (4)$$

式中, a_1 , a_2 , a_3 , a_4 为系数。

对式(4)作变量代换,可化为尖点突变模型的标 准形式,令k = p - q,其中 $q = \frac{a_3}{4a_1}$,代入式(4)得 E

$$E = b_4 p^4 + b_2 p^2 + b_1 p_1 + b_0 \quad , \tag{5}$$

式中, $b_0 = a_4 q^4 - a_3 q^3 + a_2 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_2 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_1 q + a_0$, $b_1 = -4a_4 q^3 + a_5 q^2 - a_5 q^$ $3a_3q^2 - 2a_2q + a_1$, $b_2 = 6a_4q^2 - 3a_3q + a_2$, $b_4 = a_4$. 今

$$p = \begin{cases} \sqrt[4]{\frac{1}{4b_4}}r & (b_4 > 0) \\ \sqrt[4]{-\frac{1}{4b_4}}r & (b_4 < 0) \end{cases}$$
(6)

这里, 仅以b, >0的情况为例进行分析。把式(6) 代入式 (5) 得

$$E = \frac{1}{4}r^{4} + \frac{1}{2}ar^{2} + br + c ,$$

$$c = b_{0} ,$$

$$a = \frac{b_{2}}{\sqrt{b_{4}}} ,$$

$$b = \frac{b_{1}}{\sqrt[4]{4b_{4}}} .$$
(7)

式(7)即为以r为状态变量,以a,b为控制变量的考察量尖点突变模型。由式(7)对r求导,并令其导数为0,可得到平衡曲面方程为

$$r^3 + ar + b = 0 \quad . \tag{8}$$

分叉集方程为

$$4a^3 + 27b^2 = 0 \quad , \tag{9}$$

ş

$$\Delta = 4a^3 + 27b^2 \quad , \tag{10}$$

则 $\Delta > 0$,考察量稳定,即拱坝稳定; $\Delta \le 0$,考察量 失稳,即拱坝失稳。

工程实例

某大坝是一座同心园变半径的混凝土重力拱坝, 坝顶高程为 126.3 m, 最大坝高为 76.3 m, 坝顶弧长 419 m, 坝顶宽 8 m, 最大坝底宽 53.5 m, 自左向右有 28个坝段,坝上游在105.0m以上高程为铅垂面,105.0 m以下高程为10:1的倒坡,下游接近坝顶5m为铅 垂面, 其下为1:0.67 的坡度, 坝内有3个廊道, 即 105.0 m 高程的检查廊道, 69.3 m 高程的灌浆廊道, 68.1 m 高程的排水廊道,在大坝两侧的*9~*10 坝段和 #23~#25 坝段各设有两孔(每孔为12m)的开敝式溢 洪道,[#]23坝段的中部设有一道7.0m直径的泄洪中孔。 [#]12 坝段的底部设有一道直径 3.5 m 的泄水底孔, 双轨 斜坡筏道位于#29坝段,全长540m。大坝基础由志留 纪石英细砂岩和砂质页岩三者互层组成,经过多次构 造运动,岩石破碎,断层、裂隙层间错动面纵横交错, 破坏了坝基的整体性。左侧#7~#17 坝块的坝基处于 F11、F31、F32 三条大断层的上下盘或交汇带上,沿 断层上盘一侧的影响带岩体被切割成大小不等的岩 块。F35 大断层和强风化带分别顺河向贯通#23 和#26 坝块基础。

2.1 有限元模型

根据大坝的地质情况,有限元网格剖分时,主要 模拟了 F11、F31、F32、F35 和 F239 等几条大的断层。 有限元计算模型的范围:上下游方向取 2 倍左右坝高 (各约 150 m),左右坝肩各取约 150 m,坝基以下方 向取 100 m。单元采用六面体 8 节点等参单元。模型 共划分了 9471 个单元,11997 个节点。图 1 为整个坝 体及坝基的有限元模型。采用德鲁克 - 普拉格屈服准 则(Drucker-Prager)进行弹塑性有限元分析^[7]。

2.2 不同失稳判据的计算结果比较

(1) 总塑性应变能突变判据

在降强计算过程中,采用等比例 K 降低坝基岩体 材料的抗剪强度(摩擦系数和黏聚力),折减系数 K 取值从1开始,后逐渐递增,将经过折减的坝基材料 强度参数代入有限元模型进行计算,将得到不同强度 条件下坝体及坝基系统的总塑性应变能。当强度折减 为 K_i 时,取前 $i \land K$ 与总塑性应变能 E_p 进行四次多 项式拟合,代入突变特征方程式(3)~(10),可求 得相应折减系数 K_i 的突变特征值 Δ_i 。随着 K_i 的增大, Δ_i 将逐渐减小,当 Δ_i 等于0时,即认为拱坝整体处于 临界状态,此时的 K_i 即为临界安全储备系数K。现以 高水位低温为例,对拱坝进行稳定计算,并对计算结 果进行分析。

通过式(2)计算,可以得到不同折减强度下坝体 及坝基系统的总塑性应变能。总塑性应变能随折减强 度的变化如图2所示。







由式(4)~(10),可出计算出不同强度折减系数下,相应的塑性应变能突变特征值。当折减系数 *K*为 2.89时,对包括前 8个即共 9个折减系数进行四次多项式拟合,得到如下拟合的多项式:

 $E_{\rm p} = 105.17 - 261.14K + 234.26K^2 -$

$$87.97K^3 + 11.92K^4$$
 , (11)

然后根据拟合多项式系数,建立突变模型的标准式:

$$E_{\rm p} = \frac{1}{4}r^4 + \frac{1}{2}ar^2 + br + c$$

= $\frac{1}{4}r^4 + \frac{1}{2}(-2.66)r^2 + 1.67r + 6.64$ (12)

式(12)为以 r为状态变量,以a,b为控制变量的尖点突变模型。由式(10)可以得到系统总塑性应变能突变特征值 $\Delta = 4a^3 + 27b^2 = 0.02 \approx 0$,即系统总塑性应变能的突变特征值约为 0,拱坝处于临界稳定状态。

(2) 位移突变判据

在上述工况下,通过研究拱坝拱冠梁坝顶顺河向 位移、左岸 1/4 拱圈坝顶顺河向位移、3/4 拱圈拱坝顶 顺河向位移、左坝肩[#]4 坝段建基面岩体及坝顶顺河向 位移、右坝肩[#]29 坝段建基面岩体及坝顶顺河向位移, 建立各个点的位移与安全储备系数的尖点突变模型, 来分析拱坝安全稳定状态。图 3 (a) 为坝肩点顺河向 位移与安全储备系数关系图,图 3 (b) 为拱冠梁、1/4 拱圈和 3/4 拱圈坝顶点顺河向位移与安全储备系数关 系图。从图可以看出:

a) 拱坝坝顶顺河向位移。当折减系数 K = 2.86 时 左坝肩[#]4 坝段坝顶顺河向位移产生突变; 当折减系数 K 分别为 2.92 和 2.95 时左岸 1/4 拱圈和 3/4 拱圈坝顶 顺河向位移分别产生突变; 当折减系数 K = 3.0 时,右 坝肩[#]29 坝段坝顶顺河向位移产生突变。

b) 拱坝左右两岸坝肩建基面顺河向位移。当折减 系数 K 分别为 2.9 和 3.0 时, 左坝肩[#]4 坝段建基面岩 体和右坝肩[#]29 坝段建基面岩体顺河向位移产生突变。





图 4 为以上典型点的位移突变顺序图,①~⑤为 出现突变的先后序号。可见,位移的突变是从左坝肩 [#]4 坝段的坝顶逐渐扩展至坝肩建基面,然后逐渐扩展 至坝体以及右坝肩,这是由于左坝肩岩体的整体性及 材料强度较低造成。因此,失稳控制点的选择对稳定 安全储备系数的计算结果有较大影响。



图 4 典型工况下坝体典型点的位移突变顺序

Fig. 4 Displacement catastrophe sequence of dam monitoring

points under special load condition

(3) 塑性贯通判据

以大坝及坝基总等效塑性应变大于 10⁻⁴ 的区域上 下游贯通,作为拱坝整体失稳破坏判据来研究拱坝的 安全储备系数。图 5,6 为坝体及坝基等效塑性应变区 域分布图,图中黑色区域为等效塑性应变大于 10⁻⁴ 区 域。当折减系数 *K*=2.0 时,由图 5 坝基断层处塑性区 开始局部连通,这是由于断层处的抗剪强度较低,强



图 5 K=2.0 时坝体和基岩塑性区分布

Fig. 5 Plastic zone of dam and its foundation in K=2.0



图 6 K=2.5 时坝体和基岩塑性区分布图 Fig. 6 Plastic zone of dam and its foundation in K=2.5

度折减法等比例降低断层材料的抗剪强度易出现局部 屈服。当折减系数 K=2.5 时,由图 6 左坝肩建基面开 始部分塑性贯通,且坝基塑性区域进一步扩大,但此 时是否为失稳临界状态,塑性区贯通的没有统一客观 指标。

3 结 论

(1)塑性应变能为单值标量,塑性应变能突变判 别法以拱坝整体的塑性应变能变化作为拱坝有限元分 析的失稳考察对象,受局部材料的强度及结构影响较 小。从实例看,其分析结果与位移敏感点突变分析结 果基本一致,因此,比位移突变判据和塑性贯通判据 具有一定的优势。

(2)运用塑性贯通来判断拱坝的整体失稳受局部 材料的强度影响较大,同时有限元模型单元网格划分 也会有一定影响。不同工程稳定临界状态的塑性贯通 状态有所不同,这给实际工程的分析应用增加了难度。

(3)通过位移突变来判断拱坝整体结构的失稳需 要分析拱坝坝体及坝基各个部位的材料强度及结构, 才能对失稳控制点做出选择。失稳控制点的选择对稳 定安全储备系数的计算结果有较大影响,而塑性应变 能为单值标量,用其突变作为失稳判据结果唯一,便 于分析和应用。

参考文献:

- 张光斗,刘光廷,周维垣,等. 拱坝坝肩稳定的理论与方法
 [M]. 北京:清华大学, 1987. (ZHANG Guang-dou, LIU Guang-ting, ZHOU Wei-yuan, et al. Arch dam-abutment stability theory and method[M]. Beijing: Tsinghua University, 1987.(in Chinese))
- [2] 周维垣,杨若琼,剡公瑞.高拱坝稳定性评价的方法和准则[J].水电站设计,1997,13(2):1-7. (ZHOU Wei-yuan,

YANG Ruo-qiong, YAN Gong-ru. Stability evaluation methods and criteria in designing large arch dams[J]. Design Of Hydroelectric Power Station, 1997, **13**(2): 1 - 7. (in Chinese))

- [3] 黄岩松,周维垣,陈 欣,等. 拉西瓦双曲拱坝整体稳定分析[J]. 岩石力学与工程学报,2002,21(增刊 2):2413 2417. (HUANG Yan-song, ZHOU Wei-yuan, CHENG Xing, et al. Stability analysis and evaluation of laxiwa arch dam[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics And Engineering, 2002, 21(S2):2413 - 2417. (in Chinese))
- [4] 蔡美峰, 孔广亚, 贾立宏. 岩体工程系统失稳的能量突变 判断准则及其应用[J]. 北京科技大学学报, 1997, 19(4):
 325 - 328. (CAI Mei-feng, KONG Guang-ya, JIA Li-hong. Energy catastrophe criterion of system instability of rock mass engineering and its application[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 1997, 19(4): 325 - 328. (in Chinese))
- [5] 邵国建,卓家寿,章 青. 岩体稳定性分析与评判准则研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 691 696. (SHAO Guo-jian, ZHUO Jia-shou, ZHANG Qing. Research on analysis method and criteion of rock mass stability[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 691 696. (in Chinese))
- [6] 凌复华. 突变理论及其应用[M]. 上海: 上海交通大学出版 社, 1987. (LING Fu-hua. Catastrophy theory and its application[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Ton University Press, 1987. (in Chinese))
- [7] 徐干成,郑颖人. 岩土工程中屈服准则应用的研究[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(2): 93 99. (XU Gang-cheng, ZHENG Ying-ren. The application of yield criterion to geotechnical engineering[J]. Chinese Jounal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(2): 93 99. (in Chinese))