

基于 GIS 实现黏性土颗粒形态的三维分形研究

王宝军, 施斌, 唐朝生

(南京大学地球环境计算工程研究所, 江苏 南京 210093)

摘要: 利用扫描电镜照片研究黏性土的微观结构是目前应用较为广泛的方法, 但多数研究仍以定性为主, 定量研究方法十分有限。介绍了利用分形理论定量研究黏性土微观结构的方法, 并提出利用图像处理技术结合 GIS 数据提取技术, 通过计算颗粒表面积和体积的方法获取土颗粒形态三维分形维数的方法。该方法简化了颗粒表面积和体积计算过程, 提高了分形确定的工作效率。通过对计算图像分形维数的表面积-体积法和面积-周长法进行的对比分析, 认为表面积-体积法更能够反应土体的三维特性。

关键词: 黏性土; 微观结构; 分形维数; GIS

中图分类号: TU441

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)02-0309-04

作者简介: 王宝军(1973-), 男, 副教授, 博士, 主要从事 GIS 在岩土工程中的应用研究。E-mail: baojun@nju.edu.cn。

Study on 3D fractal dimension of clayey soil by use of GIS

WANG Bao-jun, SHI Bin, TANG Chao-sheng

(Department of Advanced Computational Engineering Institute for Earth Environment Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: SEM has been widely used to study the microstructure of clayey soil. Other than quantitative methods, most of them were qualitative methods. A method was presented to determine a fractal dimension associated with microstructure of clayey soil by image-processing techniques and Geographical Information System (GIS) software. Through the method of volume-area, the 3D fractal dimension was computed by use of GIS. This method could simplify the data process and raise the working efficiency. Through comparison between area-volume method and perimeter-area method, it was considered that the former method could reflect the 3D information more than the latter one.

Key words: clayey soil; microstructure; 3D fractal dimension; GIS

0 引言

扫描电镜照片 (SEM) 是目前研究黏性土微观结构的有效方法。SEM 照片可以反映土样的颗粒和孔隙的大小、形态以及分布特征。而颗粒的形态受控于土体的成因类型、矿物成分、集聚体状态、形成过程以及后期应力状态等众多因素。因此, 研究微观结构照片中颗粒形态有助于了解土体的成因和相关物理力学性质。但由于缺少有效的定量分析方法, 多数研究仍然停留在定性研究阶段^[1]。

近年来, 分形理论已成为研究复杂物体形态及分布特征的有效方法, 也开始在土的微观结构定量研究方面得到应用^[2]。土微观结构图像是以像素灰度反应土样结构的, 图像中颗粒的表面形态表现为一个具有粗糙表面的不规则复杂形体, 对其进行定量描述是非常困难的, 而分形方法是研究不规则形体的非常有效的方法。计算分形维数的方法很多, 如盒计数法、周长-面积法、面积-体积法等多种方法^[3-5]。选择何种方法确定分形维数需要根据不同研究对象的特点确

定, 目前使用较多的是盒计数法, 但该方法一般适用于研究二维复杂曲线或复杂多边形边界, 如果考虑微观结构图像中的三维信息, 需要采用三维盒计数法, 虽然在理论上是可行的, 但其计算过程比较复杂。本文利用 GIS 提供的三维分析模块, 采用表面积-体积法对微观结构图像中选择的颗粒进行形态分形的确定, 优化了分形分析过程, 提高了分形维数确定的工作效率。

1 研究方法

1.1 基本原理

表面积-体积法与面积-周长法的原理类似, 都起源于 Mandelbrot 提出的小岛法。当研究的分形对象是封闭的粗糙曲线或曲面时, 如海洋中的小岛, 可以利用周长-面积或表面积-体积关系求该小岛的

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (40572154); 国家杰出青年基金资助项目 (40225006)

收稿日期: 2005-12-13

维数^[6]。对于规则图形，周长 P 与测量尺寸 ε 的一次方成正比，面积 A 与测量单位尺寸 ε 的二次方成正比，可以表达为

$$P \propto A^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

对于二维空间内的不规则分形的周长和面积，Mandelbrot^[4]提出用分形周长来代替上式的光滑周长，给出如下关系式：

$$[P(\varepsilon)]^{\frac{1}{D}} = a_0 \varepsilon^{(1-D)/D} [A(\varepsilon)]^{\frac{1}{2}} = a_0 \varepsilon^{\frac{1}{2} - \frac{D}{2}} \varepsilon^{-1} [A(\varepsilon)]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

式中， ε 为测量尺度， $A(\varepsilon)$ 表示在 ε 尺度下测得的多边形面积， $P(\varepsilon)$ 表示在 ε 尺度下测得的多边形周长， a_0 是和岛屿的形状有关的常数， D 为岛屿的分维值。

对式 (2) 取对数后得到

$$\frac{\log[P(\varepsilon)/\varepsilon]}{D} = \log(a_0) + \log\left[\frac{A(\varepsilon)^{1/2}}{\varepsilon}\right] \quad (3)$$

作 $\log[P(\varepsilon)/\varepsilon] - \log[A(\varepsilon)^{1/2}/\varepsilon]$ 图，如果存在直线关系，则表明该图形具有分形特征，直线部分斜率的倒数即为该岛屿的分维值。

与面积 - 周长法类似，考虑岛屿的三维形态，同样可以建立表面积 - 体积法。众所周知，三维规则图形（球、立方体）的表面积 A 和体积 V 之间有如下关系：

$$A^{1/2} \propto V^{1/3} \quad (4)$$

对于粗糙曲面，推广上述关系为

$$[A(\varepsilon)/\varepsilon]^{1/D} = a_0 \varepsilon^{(2-D)/D} V(\varepsilon)^{1/3} \quad (5)$$

式中， a_0 是与曲面形状相关的常数， D 为分形维数， $V(\varepsilon)$ 表示在 ε 尺度下测得的颗粒体积。粗糙曲面趋于光滑曲面时， D 趋于 2，式 (5) 取对数后得到

$$\frac{\log[A(\varepsilon)/\varepsilon]}{D} = \log(a_0) + \log\left[\frac{V(\varepsilon)^{1/3}}{\varepsilon}\right] \quad (6)$$

为求得式 (6) 中的 D ，可以通过变换尺度 ε ，然

如果 ε 取为 1，则式 (6) 将改写为

$$\log[V] = \log[A] \frac{3}{D} - \log(a_0^3) \quad (7)$$

根据式 (7)，只需要绘制 $\log[V] - \log[A]$ 图，得到直线部分的斜率 K ，则图像中颗粒形态的三维分形维数为

$$D = \frac{3}{K} \quad (8)$$

1.3 实现方法

根据以上分析，要计算 SEM 图像中颗粒形态的分维值，关键的问题是解决如何计算颗粒的表面积和体积。当然，可以采用编程方法通过计算图像的灰度值的方法获取颗粒的表面积和体积，但算法相对比较复杂。而 GIS 提供的对栅格图像的三维分析功能则可以很容易计算出给定颗粒的表面积和体积。

GIS 中实现颗粒的表面积和体积计算的原理源自 GIS 中广泛使用的数字高程模型 (Digital Elevation Model, 简称 DEM)。我们借用 DEM 的概念，将 SEM 灰度影像中颗粒的不同灰度值看作是地形高程，就可以建立土样表面的“DEM”了。图 1 是某土样的微观结构图像，根据该图像创建的“高程模型”如图 2 所示。有了“高程模型”，就可以利用 GIS 提供的地形分析功能计算地形的表面积和体积。

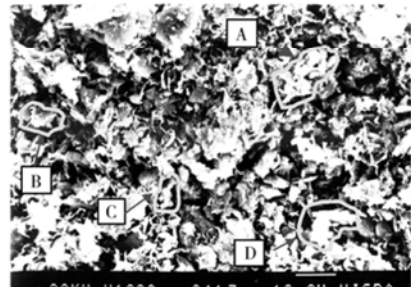


图 2 颗粒表面的三维显示

Fig. 2 3D visualization of soil surface

同样原理，我们可以通过在图像中选择若干独立的颗粒，并创建这些颗粒的独立的高程模型，然后分

于 1 的数值)，该过程比较烦琐。当研究黏性土样的微观结构时，首先假定 SEM 图像中土颗粒的形态具有分形特征，这种分形属于统计意义下的自相似。虽然用肉眼无法判断颗粒形态上的相似性，但仍然认为不同大小的颗粒是按照分形原理在不同发展阶段的产物。换言之，不同大小的颗粒形态是统计自相似的。

这样，我们就可以不改变式 (1) ~ (6) 中 ε 的大小，而是在特定的测量尺寸下，选择不同大小的颗粒，然后分别计算它们的表面积和体积。为简化起见，

别计算这些颗粒的表面积和体积, 将这些数据在双对数坐标下绘制离散点数据, 通过式 (7) 确定其分形维数。

2 应用实例

2.1 试样制备

黏性土微观结构的试样制备质量直接影响扫描电镜照片是否能够真实反应黏性土的微观结构特征。为了保证颗粒和孔隙保持其原始状态, 我们采用冷冻真空干燥法^[1]进行土样制备。需要特别指出的是, 在完成试样冷冻干燥后, 制作拍摄断面应当采用掰断的方法, 而不要采用刀切法, 否则将破坏断面的颗粒形态, 最终影响分形维数的计算结果。

图 1 所示的是郟县膨胀土经过冷冻真空干燥法制样后拍摄的放大 1200 倍的扫描电镜照片^[2]。

2.2 确定分维值

根据以上分析, 为计算图 1 所示图像中的颗粒形态三维分形维数, 需要进行如下操作。

(1) 在图像处理软件中 (如 Photoshop 等) 选择一定数量的颗粒, 并将这些颗粒提取出来, 保存为独立的图像文件。这里需要注意的是, 由于在 SEM 照片中很难将颗粒与团聚体进行严格区分, 因此提取的颗粒并非局限于单一颗粒, 可以是团聚体, 下文中所指的颗粒均包括可以明显区分边界的团聚体。提取的颗粒图像应当尽量满足如下条件。

a) 选择的颗粒图像应基本完整, 没有明显缺角缺边现象, 如无法判断颗粒界限或整个图像边界处的不完整颗粒。

b) 图像的灰度要丰富, 即颗粒起伏明显, 某些局部过亮的颗粒由于不能反映颗粒完整形态, 应避免选择, 如图 1 中 D 颗粒在图像中基本上表现为相同灰度值, 不应该选择。

c) 提取后的图像, 颗粒范围以外的部分用黑色填充 (黑色填充表明高度为 0, 在计算中可以将这部分的表面积和体积忽略掉)。

d) 选取的图像既要有大颗粒也要有小颗粒如图 1 中选择的 A, B, C 颗粒。但过于细小的颗粒, 由于灰度差别过小也不能选择。

(2) 利用 GIS 软件提供的功能, 将图像格式转化为软件能接受的栅格数据格式 (如 ArcGIS 中的 Grid 格式), 转化的目的是创建高程模型, 进而计算颗粒表面积和体积。在计算过程中, 高程以图像灰度为单位, 平面尺寸则以像素为单位, 虽然它们之间的单位不同, 但并不影响分形维数计算所建立的对数关系。

(3) 分别计算不同颗粒的表面积和体积。不同的

GIS 软件计算表面积和体积的操作不尽相同, 但基本上不需要用户进行复杂操作, 以 ArcGIS 为例, 只需要用户输入计算的基平面高度以及顶面高度就可以同时获得图像中颗粒的表面积和体积。由于我们将颗粒提取后以黑色为背景, 即灰度值为 0 的部分并不属于颗粒, 因此基平面选用 1, 而顶面高度选择 255 即可。

(4) 计算分形维数。重复步骤三的操作, 分别计算提取的特征颗粒的表面积和体积, 并将这些数据在统计软件 (如 Excel) 中绘制双对数图, 然后根据式 (7)、(8) 计算分形维数 D 。

经过以上步骤, 在 GIS 软件中得到每个颗粒的表面积和体积, 见表 1。

表 1 颗粒的表面积及体积计算值

Table 1 Surface-area and volume of the grains

样品编号	表面积	体积	样品编号	表面积	体积
S01	89145.36	646722.41	S13	68064.94	288596.21
S02	169468.13	775051.04	S14	44565.99	162848.22
S03	84233.67	262607.26	S15	10974.40	23235.38
S04	125967.43	716624.66	S16	8312.47	16058.66
S05	75920.06	336494.96	S17	16236.11	37299.57
S06	55918.81	237008.08	S18	9060.36	23316.17
S07	80482.87	289875.69	S19	14251.67	32902.20
S08	22390.06	52642.33	S20	11930.23	26462.71
S09	55916.26	330880.83	S21	11173.23	25549.20
S10	91763.69	528933.62	S22	17396.22	57176.56
S11	29466.33	130327.09	S23	8598.73	20245.34
S12	8933.23	20624.33	S24	22366.02	52601.09

注: 表中所示的体积是图像像素和灰度值为单位计算的。

将表 1 中的数据在 Excel 中绘制成双对数散点图, 见图 3。从图 3 中可以看出, 选择的颗粒的表面积和体积在双对数坐标下显示出明显的直线段, 表明土样中的颗粒形态具有分形特征。取直线段并计算其斜率为 1.36, 依据式 (8) 得图 1 中的 SEM 图像的三维表面分形维数为 $D=2.2058$ 。

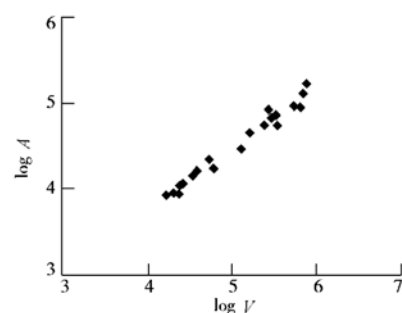


图 3 颗粒表面积与体积的双对数关系图

Fig. 3 Logarithmic relationship between volume and area of the grains

3 与周长 - 面积法的比较

在文献[2]中, 笔者对图 1 给出的黏性土微观结构图像利用周长 - 面积法进行了分形研究, 其分维值为

$D=1.483$, 详细内容参见文献[2]。周长-面积法和表面积-体积法是针对相同研究对象的不同角度的分维计算方法。两种方法各有优缺点, 阐述如下。

(1) 周长-面积法是研究在给定切面下颗粒轮廓线的粗糙程度的方法, 在计算过程中表现为通过给定一个阈值将图像进行二值化。而表面积体积法则是综合考虑了颗粒整体表面的起伏状态, 反映了颗粒整体形态的粗糙程度。

(2) 周长-面积法需要对图像进行二值化处理, 选择的阈值不同, 得到的图像不同, 计算的分维值也不同。合理的阈值选择与 SEM 照片的效果也存在关系。因此, 在对同一批土样进行研究过程中, 可能由于阈值选择的不同导致结果差异, 影响分析结果。当然, 在表面积-体积法中, 由于通过图像无法判断颗粒下部的接触情况, 在面积和体积计算中同样存在一定的误差。

(3) 表面积-体积法避免了图像二值化, 但对土样制备过程以及 SEM 图像效果的要求比较高。要保证土样的表面未经扰动, 应采用掰断的方法制作拍摄表面, 而不能用刀切的方式^[1], 否则图像表面将存在大量白色斑块。应尽量保证图像的灰度丰富, 准确描述土颗粒的形貌。

(4) 应用 GIS 作为分析手段后, 面积-周长法可以利用 GIS 的矢量化功能自动提取出封闭的颗粒轮廓, 因此产生的数据样本数非常大, 可以达上千个, 但表面积-体积则需要人工选择颗粒, 数据处理工作量较大, 因此用于数据分析的样本数一般较少。

4 结 语

由上述分析可以看出, 应用三维表面分形维数来表达土微观结构图像中颗粒形态, 避免了图像二值化中选择阈值带来的不确定性误差, 使分形维数更能反

映颗粒的三维特征。而 GIS 技术的应用大大简化了利用 SEM 图像计算土体颗粒的表面积和体积的计算过程, 提高了工作效率, 对于黏性土微观结构的定量研究具有较大的现实意义。

参考文献:

- [1] 李生林, 秦素娟, 薄遵昭, 等. 中国膨胀土工程地质研究[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1992: 171 - 176. (LI Sheng-lin, QIN Su-juan, BO Zun-zhao, et al. Studies on the engineering geology of expansive soils in china[M]. Nanjing: Jiangsu Science and Technology Publishing House, 1992: 171 - 176. (in Chinese))
- [2] 王宝军, 施 斌, 刘志彬, 等. 基于 GIS 的黏性土微观结构的分形研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 244 - 247. (WANG Bao-jun, SHI Bin, LIU Zhi-bin, et al. Fractal study on microstructure of clayey soil by GIS[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(2):244 - 247. (in Chinese))
- [3] MANDELBROT B P. The fractal theory of nature[M]. New York: Freeman. 1983: 25 - 48.
- [4] VOSS R F, LAIBOWITZ R B, ALESSANDRINI E I. Fractal geometry of percolation in thin gold films[C]// Scaling Phenomena in Disordered Systems. New York: Plenum, 1985: 279 - 288.
- [5] LUIS E Vallejo. Fractal analysis of the fabric changes in a consolidating clay[J]. Engineering Geology, 1996, 43: 281 - 290.
- [6] 孙 霞, 吴自勤, 黄 昀. 分形原理及其应用[M]. 北京: 中国科学技术大学出版社, 2003: 39 - 41. (SUN Xia, WU Zi-qin. HUANG Yun. Theory and application of fractal[M]. Beijing: University of Science and Technology Press, 2003: 39 - 41. (in Chinese))

更 正

本刊 2006 年第 5 期, “分形理论在研究非饱和土力学性质中的应用”(pp635~638) 一文的第二作者黄寅春, 姓名有误,

更正为黄迎春, 特此更正。

《岩土工程学报》编辑部