

边坡稳定分析的温控参数折减有限元法

曹先锋, 徐千军

(清华大学水利科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 针对边坡稳定分析中所采用的, 基于强度参数折减的有限元方法, 提出利用温度场来控制强度参数的折减, 大大提高了计算效率。实例表明, 一定时步后边坡最大位移对坡高的比值会快速增加, 建议取该无量纲位移突变时刻对应的参数折减系数作为安全系数。同时表明, 采用四节点四边形单元能够保证数值解的准确性且具有良好的收敛性。
关键词: 边坡稳定分析; 温控强度参数折减; ABAQUS; 极限状态判别

中图分类号: TU457 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2006)11-2039-04

作者简介: 曹先锋(1979-), 男, 硕士研究生, 主要从事边坡稳定分析等方面研究工作。

Temperature driving strength reduction method for slope stability analysis

CAO Xian-feng, XU Qian-jun

(State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Temperature driving strength reduction method was studied for slope stability analysis. It was shown from two examples that the maximum displacement of the slope would increase rapidly after a certain time step. The strength reduction multiplier corresponding to that critical time step was suggested to be safety factor of the slope. It was also shown that both accuracy and convergence could be ensured by 4-node quadrilateral element.

Key words: slope stability analysis; temperature driving strength reduction; ABAQUS; criterion for stability

0 引言

近年来, 不少研究者尝试采用有限元方法来进行边坡的稳定性分析。比起基于极限平衡原理的传统方法, 有限元法能全面满足静力平衡条件、应变相容条件和非线性本构关系, 可以不受边坡形状不规则、材料不均匀的限制, 不需预先假定滑裂面, 能模拟滑坡的可能运动方向, 确定破坏区的位置和破坏发展情况。目前一般做法是通过土体抗剪强度参数的折减而非超载使边坡达到极限状态的。即假定实际的土体强度参数(内聚力 c 及内摩擦角的正切值 f)折减某一倍数 F_s 后, 作为一组新的材料参数代入进行有限元计算, 并判断边坡在完成全部加载过程之前是否达到极限状态。如果经过某个 F_s 值的折减能够使边坡达到极限状态, 而经过比该值稍小的 F_s 值的折减不能使边坡达到极限状态, 此时的 F_s 即为安全系数。通过这种方法还可以同时得到临界滑裂面的位置。

由于在通常的有限元分析程序中, 材料参数是需要在输入文件中给定的。为了按照上述方法确定折减系数, 需要修改输入文件中的 c 和 f 的值进行反复的试算。显然, 为了求得安全系数, 计算量大, 即使采用二分法一般也需要计算10次左右^[1]。

另一种做法是, 首先按照实际的强度参数指标进

行模拟计算, 完成全部的加载过程后, 再分步降低土体的强度参数值进行迭代计算, 直至边坡进入极限状态, 由此得出相应的安全系数^[2]。这种作法更加符合实际情况, 而且整个分析过程是一次完成的, 不用修改输入文件反复试算。但是, 文献[2]所采用的方法需要调整屈服面并修正应力, 从而计算体系的不平衡力。这些算法都需要重新编制有限元程序才能实现。

不同研究者对极限状态的确定是不相同的。有的认为计算不收敛便是极限状态^[3-5]或者以一定迭代次数作为极限状态的判定准则^[6]。还有人把塑性区的连通看成是达到了极限状态^[7], 或者以边坡体内某一幅值的广义剪应变从边坡底部下方向坡顶上方贯通作为极限状态的标志^[8]。但是, 不同的收敛准则或不同的迭代方法可能导致不同的计算结果, 需要加以考察。

本文利用有限元软件 ABAQUS 可使材料参数随温度变化的功能, 用温度场控制强度参数变化来实现参数的连续折减。整个分析过程是一次完成的, 大大简化了计算工作量。通过分析, 认为可以采用边坡最大位移对坡高的比值突变时刻对应的参数折减系数作为安全系数。此外, 还讨论了单元类型对计算的影响。

1 温控参数折减有限元法基本原理

1.1 抗剪强度的折减

为了使边坡达到极限状态,需要对粘聚力、摩擦角和膨胀角按下式进行折减(采用有效应力指标)即

$$\left. \begin{aligned} c'_t &= \frac{c'}{F_s}, \\ \phi'_t &= \tan^{-1} \frac{\tan \phi'}{F_s}, \\ \psi'_t &= \tan^{-1} \frac{\tan \psi'}{F_s} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, c'_t 、 ϕ'_t 和 ψ'_t 分别为折减 F_s 倍后的有效内聚力、内摩擦角和膨胀角。这样确定的临界折减系数 F_s 即为边坡稳定的安全系数。

对土坡强度折减的程度,即土的实际强度与极限状态时所采用强度的比值,具有强度储备的物理意义,和传统极限平衡方法是一致的。

1.2 屈服准则

在边坡稳定分析中,采用不同的屈服准则,会使计算结果有较大的差异。采用外接圆的 Duncker-Prager 模型得到的安全系数比传统计算结果大 25% 左右^[3]。

本文中采用 Mohr-Coulomb 准则。根据主应力和以压为负的规定,该准则可以写成

$$F = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \sin \phi' - \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} - c' \cos \phi' \quad (2)$$

其中, σ'_1 、 σ'_3 分别是最大和最小主应力, c' 、 ϕ' 为有效内聚力和内摩擦角。

为了与采用圆弧滑裂面进行极限平衡分析的经典算例进行比较,本文采用膨胀角为 0 的非关联流动法则进行有限元计算。

1.3 温控参数折减有限元法的基本原理

传统的数值离散试验算法是强度参数不随时步变化,每一组试验参数都要进行一个完整的加载计算。显然,要找出一个使边坡刚好达到极限状态的 F_s 是比较繁琐的。而在 ABAQUS 程序中,可以利用其现成的材料参数可随温度场变量的变化而变化的功能,定义材料强度指标随着温度场的变化而变化。此温度场只是一个变量场,不代表真实温度,只起到带动材料参数变化的作用。如果给定其热膨胀系数为 0,那么温度变化不会给结构带来应力和变形上的变化。

对于安全系数为 1.0~10.0 的情况,当温度场变量 θ 由 0 增加到 100 时,定义 c'_t 和 $\tan \phi'_t$ 随着 θ 线性折减到 $0.1 c'_t$ 和 $0.1 \tan \phi'_t$, 即 $1/F_s$ 由 1.0 折减到 0.1。其数学关系式为

$$\frac{c'_t}{c'_t} = \frac{\tan \phi'_t}{\tan \phi'_t} = \frac{1}{F_s} = 1 - \frac{\theta}{100} \times 0.9 \quad (3)$$

静力分析中的时步不代表真实时间,只代表“载

荷”的变化过程。当 t 由 0 增加到 1.0 时,定义温度场 θ 随时步 t 由 0 线性增加到 100, 即

$$\theta = 100t \quad (4)$$

把式(4)代入式(3),从而得出安全系数 F_s 和时步 t 之间关系为

$$F_s = \frac{1}{1 - 0.9t} \quad (5)$$

这样,通过递推,实现了材料强度参数与时步 t 的一一对应,并随着 t 的增加而线性折减。对于安全系数小于 1.0 的情况也可以采用同样的方法,只要增大 $1/F_s$ 的值即可。

计算分两步进行。在第一步中,采用土体的真实强度参数,施加实际荷载进行有限元计算;在第二步中,控制温度场随时步的增加而变化,从而带动强度参数不断折减。在每一时步,考察该时刻对应的强度参数下每一点的应力状态,与破坏准则相比较。如果某一点上的应力位于屈服面内,则认为该点处于弹性响应,如果应力位于屈服面上,则按照弹塑性理论,将屈服应力在单元中重分配。若计算收敛,则时步自动增加一个 Δt , 强度参数折减到 $t + \Delta t$ 时刻对应的值,继续计算该时刻的应力和变形;若计算不收敛则减少增量步再次迭代。当足够多的高斯点发生屈服使机制发生变化时,迭代停止。但这个求解过程,都是由 ABAQUS 自动完成的,无需重新编制程序或人为干预计算过程。

2 极限状态判据

采用有限元程序进行计算,有时边坡变形甚至大于坡高,计算仍收敛,有时边坡几乎没有变形,计算已经不收敛。如果按照通常的计算不收敛作为判断标准肯定会有很大的误差。本文针对通用有限元软件 ABAQUS,首先采用四节点四边形单元进行计算。考察边坡最大位移对坡高的比值 $\delta_{\max}/H$ 与时步 t 的关系,其中, $\delta_{\max}$ 为边坡体的最大节点位移, H 为边坡高度。通过以下两个算例发现,当 t 大于某一数值后, $\delta_{\max}/H$ 会快速增长,并最终导致程序不收敛而中止计算。

不收敛时刻 t 并不能直接代入式(5)来确定安全系数。根据分析问题和采用控制条件的不同,不收敛时 $\delta_{\max}/H$ 值的是不同的。 $\delta_{\max}/H$ 可能很大,可以认为边坡产生了正常使用所不能允许的位移变形,只是由于采用单元类型的数值稳定性和程序极强的非线性计算功能而继续计算。也可能 $\delta_{\max}/H$ 很小,说明边坡变形还没有突变,可能是模型或控制条件不当导致程序提前不收敛。只有做出 $\delta_{\max}/H - t$ 关系曲线,找出 $\delta_{\max}/H$ 值突变时刻对应的 F_s 作为安全系数。这一判定土坡极限状态标准便于数值计算,避免了采用计算不收敛作

为极限状态标准可能导致结果偏大或者偏小的缺点。

6 为极限状态 $F_s = 1.375$ 时节点位移矢量和变形网格。

3 算例分析

3.1 均质土坡的安全系数

土坡几何模型及四边形单元网格划分如图 1 所示。坡高 20 m, 坡度 1:2, 右边界距坡趾和左边界距坡顶均为 40 m, 底边界距坡底 10 m。材料参数: $E = 100 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $c = 20 \text{ kPa}$, $\varphi = 20^\circ$ 。基底采用刚性边界, 两侧为水平约束, 上部边界为自由边界。

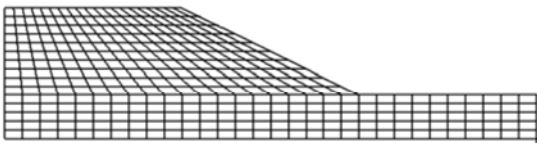


图 1 均质土坡的有限元网格

Fig. 1 Finite element mesh of a uniform soil slope

图 2 给出无量纲位移 $\delta_{\max}/H$ 与时步 t 的关系。取 $\delta_{\max}/H$ 值突变时对应的强度折减系数作为边坡整体的安全系数, 可以取 $t = 0.31$, 对应安全系数 $F_s = 1.387$ 。

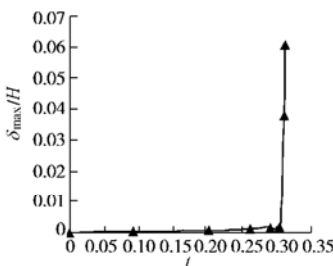


图 2 无量纲位移与时步 t 的关系

Fig. 2 Relation between $\delta_{\max}/H$ and t

图 3 为极限状态 $F_s = 1.387$ 时节点位移矢量和变形网格。由位移场和变形场的分布情况判断, 这种判定准则是合理的。对于给定的问题, 所得到的有限元数值解与 Bishop 和 Morgenstern 的极限平衡解 $F_s = 1.380$ 、Griffiths 和 Lamé 的有限元数值解 $F_s = 1.4$ 都很接近^[5]。这种确定安全系数的方法避免了目前采用数值计算不收敛作为判断标准的人为不确定性。事实上, 本算例在 $t = 0.335$ 时候才开始不收敛。如果按照计算不收敛作为判断标准, 安全系数 $F_s = 1.432$ 。对应的 $\delta_{\max}/H = 2.0$, 可以认为边坡早已破坏。

3.2 非均质土坡的安全系数

本例来源于澳大利亚计算机应用协会(ACADS)的一个考题^[9]。几何模型和材料分区如图 4 所示, 材料特性如表 1 所示。

图 5 给出无量纲位移 $\delta_{\max}/H$ 与时步 t 的关系, 可以得出当 $t = 0.30$ 时达到极限状态。对应的安全系数 $F_s = 1.375$ 。这与推荐的裁判答案 $F_s = 1.39$ 误差 1%。图

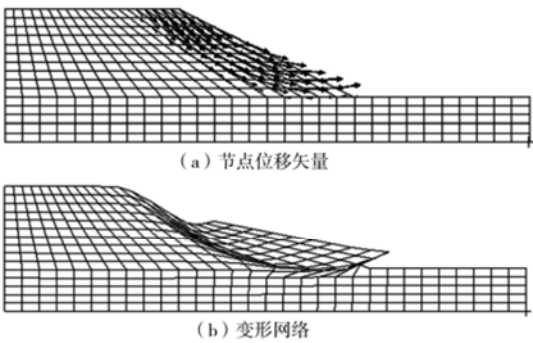


图 3 对应于 $F_s = 1.390$ 的网格变形图

Fig. 3 Deformation of the slope corresponding to $F_s = 1.390$

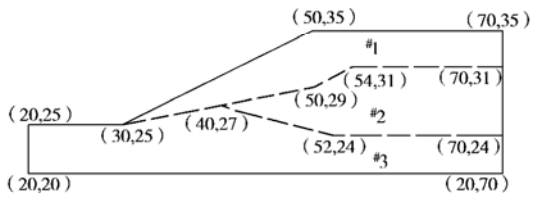


图 4 非均质边坡的几何模型

Fig. 4 The geometrical model of a non-uniform slope

表 1 各土层的强度参数指标

Table 1 Shear strength of the soils					
土层	c/kPa	$\varphi/(^\circ)$	$\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	E/kPa	ν
①	0.0	38.0	19.5	1.0E4	0.25
②	5.3	23.0	19.5	1.0E4	0.25
③	7.2	20.0	19.5	1.0E4	0.25

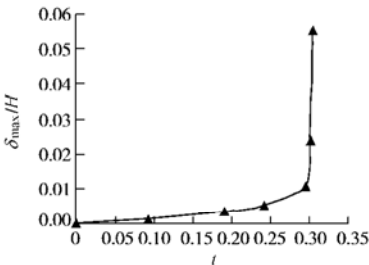


图 5 无量纲位移与时步 t 的关系

Fig. 5 Relation between $\delta_{\max}/H$ and t

对边坡稳定分析问题, 单元类型的选择不尽相同。Griffiths 和 Lamé^[5]采用减缩积分的八节点四边形单元, 赵尚毅、郑颖人等人采用四节点四边形单元和六节点三角形单元^[3, 10]。本文对算例 1 采用三节点三角形单元 (CPE3)、四节点四边形单元 (CPE4) 两类线性单元和六节点三角形单元 (CPE6)、八节点四边形单元 (CPE8) 两类二次单元进行分析, 得到相应的安全系数分别为 1.585、1.387、1.360、1.383。不同单元类型下无量纲位移 $\delta_{\max}/H$ 与时步 t 的关系见图 7。可见, CPE3 单元计算误差大, 不适合计算边坡稳定问题; 两个二次单元和 CPE4 单元都适合计算, 但二次单元计算量大, CPE4 单元有较好的计算精度和良好

的收敛性,推荐使用。除 CPE8 单元外,其他三种类型单元不收敛时的 $\delta_{\max}/H$ 值都很大,若采用计算不收敛作为判定依据,安全系数与实际情况差别很大。

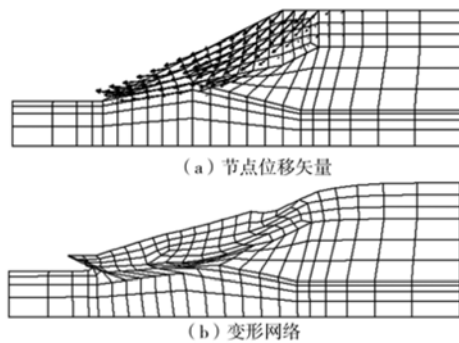


图 6 对应于 $F_s=1.375$ 的网格变形图

Fig. 6 Deformation of the slope corresponding to $F_s=1.375$

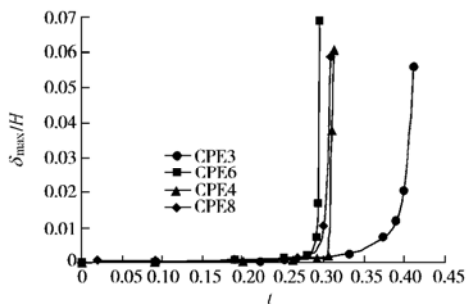


图 7 不同单元类型下无量纲位移与时步 t 的关系

Fig. 7 Relation between $\delta_{\max}/H$ and t

4 结 语

在 ABAQUS 程序中通过温度场控制材料参数折减的方法来计算边坡的稳定安全系数,不仅能有效地利用 ABAQUS 本身所具有的计算精度高、非线性求解能力强、可靠性强、运算速度快等优点,而且不用另外编制程序,整个分析过程也是一次完成的,大大简化了计算工作量。

本文通过两个不同算例,得出取 $\delta_{\max}/H$ 值突变时对应的参数折减系数 F_s 作为整体安全系数这一土坡极限状态标准便于数值计算,避免采用计算不收敛作为极限状态标准的人为不确定性的缺点。计算还表明,采用四节点四边形单元分析边坡问题能够保证数值解的准确性而且具有良好的收敛性。

参考文献:

[1] 程 晔, 赵明华, 曹文贵. 基桩下溶洞顶板稳定性评价的强度折减有限元法[J]. 岩土工程学报, 2005,27(1):38 - 41.(CHENG Ye, ZHAO Ming-hua, CAO Wen-gui. Study on

stability evaluation of karst cave roof with strength reduction FEM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005,27(1):38 - 41.)

- [2] 宋二祥, 高 翔, 邱 玥. 基坑土钉支护安全系数的强度参数折减有限元方法[J]. 岩土工程学报, 2005,27(3):258 - 263.(SONG Er-xiang, GAO Xiang, QIU Yue. Finite element calculation for safety factor of soil nailing through reduction of strength parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005,27(3):258 - 263.)
- [3] 郑颖人, 赵尚毅. 岩土工程极限分析有限元法及其应用[J]. 土木工程学报, 2005,38(1):91 - 98.(ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Limit state finite element method for geotechnical engineering analysis and its applications[J]. China Civil Engineering Journal, 2005,38(1):91 - 98.)
- [4] DAWSON E M, ROTH W H, DRESCHER A. Slope stability analysis by strength reduction[J]. Geotechnique, 1999,49(6): 835 - 840.
- [5] GRIFFITHS D V, LAME P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. Geotechnique, 1999,49(3):387 - 403
- [6] UGAI K. A method of calculation of total factor of safety of slopes by elasto-plastic FEM[J]. Soils and Foundations, 1989,29(2):190 - 195.
- [7] 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003,23(3):1 - 8.(LUAN Mao-tian, WU Ya-jun, NIAN Ting-kai. A criterion for evaluating slope stability based on development of plastic zone by shear strength reduction FEM[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2003,23(3):1 - 8.)
- [8] 连镇营, 韩国城 孔宪京. 强度折减法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001,23(4):406 - 411.(LIAN Zhen-ying, HAN Guo-cheng, KONG Xian-jing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001,23(4):406 - 411.)
- [9] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析:原理·方法·程序[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2003:364 - 376.(CHEN Z Y. Soil slope stability analysis - theory, methods and program [M]. Beijing: China Water Power Press, 2003:364 - 376.)
- [10] 赵尚毅, 时卫民, 郑颖人. 边坡稳定分析的有限元法[J]. 地下空间, 2001,21(5):450 - 454.(ZHAO Shang-yi, SHI Wei-min, ZHENG Ying-ren. FEM for analysis of slope stability[J]. Underground Space, 2001,21(5):450 - 454.)