

的。本文提出的二布一膜的施工工艺流程、质量控制方法和应力应变测试方法，能够确保了二布一膜在施工静荷载和列车动载作用下正常工作，起到隔水和防止基床软化的功能。扩大了路基填料的选择范围，确保路基的强度和稳定性满足设计要求，经济效益显著。

(2) 本文提出的在 HDPE 膜上粘贴应变计，进行动、静应力应变测试的技术是可靠的，能够准确测定二布一膜的应力和变形。包括耐久性、绝缘性和防渗性在内的各种试验以及现场实测证明其效果良好。

(3) 施工监测证明该项目制定的现场铺设工艺是合理的。在施工的各个阶段二布一膜的单位宽度的静拉力值不超过 1020 N/m，应力应变远远小于其容许值，按该工艺施工铺设质量可以得到保证；列车作用下二布一膜内的最大动拉力值约 60 N/m。远远小于其容许值，因而能够正常工作。

(4) 按照外运土和当地取土的差价，减去铺设二布一膜的费用，每方填土可节省 24 元。根据试验段填高 7 m 左右的路基计算，每公里可节省 340 余万元，经济效益显著。未来几年我国将建设多条快速客运专线，在大城市之间形成快速客运网，高速公路建设也方兴未艾。推广此项技术将产生可观的经济效益。因此有巨大的推广应用前景。

参考文献：

- [1] 陶同康.复合土工膜在土石坝中的应用设计[R].南京:南京水利科学研究院,1990. (TAO Tong-kang. Design of composite geomembranes application in earth rockfill dam [R]. Nanjing: Nanjing Hydraulic Research Institute, 1990.)
- [2] 张伟.土工膜应用于三峡二期围堰可行性研究[C]//全国第三届土工合成材料学术会议论文集.天津:天津大学出版社,1992:286 - 289. (ZHANG Wei. Feasibility study on application of geomembranes in the Three Gorges cofferdam[C]// Proceeding of the Third National Geosynthetic Conference. Tianjin: Tianjin University Press, 1992:286 - 289.)
- [3] 叶乃虎.土工膜在土石坝工程中的应用研究[D].南京:河海大学,1999.(YE Nai-hu. Study on application of geomembranes in soil rockfill dam[D]. Nanjing: Hohai University, 1999.)
- [4] 刘宗耀,等.土工合成材料工程应用手册[M].北京:中国建筑工业出版社,2000:107 - 150.(LIU Zong-yao, et al. Manual of engineering application of geosynthetics[M]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2000:107 - 150.)
- [5] 任大春,等.复合土工膜的实验技术及作用机理研究[J].岩土工程学报,1998,20(1):10 - 13. (REN Da-chun, et al, Study on test technology and interaction machinery of composite geomembranes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998,20(1):10 - 13)
- [6] RUSSELL D, JONES V, NEIL Dixon. Shear strength properties of geomembrane/ geotextile interfaces[J]. Geotextiles and Geomembranes, 1998,16:45 - 71.
- [7] 孙文,徐又建.引黄平原水库复合土工膜斜墙围堰的有限元分析[C]//全国第四届土工合成材料学术会议论文集.天津:天津大学出版社,1996:278 - 282.(SUN Wen, XU You-jian. FEM analysis of composite geomembranes declined cofferdam of Pingyuan Reservoir[C]// Proceeding of the Fourth National Geosynthetics Conference. Tianjin: Tianjin University Press. 1996:278 - 282.)
- [8] JAYANTHA Kodikara. Analysis of tension development in geomembranes placed on landfill slopes[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2000,18:47 - 61.

基于 Monte Carlo 技术的临界滑面搜索算法的实现及改进

张鲁渝，张建民

(清华大学水电系岩土工程研究所, 北京 100084)

摘要：搜索临界滑面是边坡稳定分析的一项重要工作。本文对 Venanzlo R Greco 提出的 Monte Carlo 搜索算法进行了改进，增加一条几何合理性条件（除了滑面两端点，滑面与坡面不能相交），增加了方向控制与变自由度机制，这些措施有效地减少了不满足几何合理性条件的试算滑面，保证了搜索过程的准确、高效、稳定。笔者还将此算法加入到自主研发的边坡稳定分析软件 ZSlope 中，它还可以实时显示整个搜索过程。

关键词：临界滑面；Monte Carlo；边坡；稳定分析

中图分类号：TU413.6 文献标识码：A 文章编号：1000-4548(2006)07-0857-06

作者简介：张鲁渝(1974-)，男，博士，从事边坡稳定分析及岩土本构方面的研究。

Extended algorithm using Monte Carlo techniques for searching general critical slip surface in slope stability analysis

ZHANG Lu-yu, ZHANG Jian-min

(Geotechnical Institute, Tsinghua University, Beijing 10084, China)

Abstract: It was important to search the critical slip surface in slope stability analysis. Based on the algorithm suggested by Venanzlo R. Greco, which was extended in this paper, in order to reduce the number of trial slip surfaces which did not meet the condition of geometrical rationality, a condition of geometrical rationality that the slip surface and slope surface had no point of intersection except the two end points of slip surface was added, and the mechanism of movable orientation control and variable degree of freedom of slip surfaces were added too. All the above techniques ensured the accuracy, efficiency and stability of algorithm. The extended algorithm was adopted by the slope stability analysis software ZSlope developed by the authors, and the software could display every real time trial slip surface.

Key words: critical slip; Monte Carlo; slope stability analysis

0 概 论

边坡稳定分析的一项重要工作是搜索临界滑面，搜索算法以非线性优化法^[1-3]为主流，其求解思路均是从众多试算滑面中找出临界滑面，不同之处在于试算滑面的产生方式，即搜索模式。搜索模式可以分为两类^[4-5]，一类是各试算滑面的产生相互关联 (Random Walking)，后一个试算滑面以前一个试算滑面为基础，非线性优化法便属于此类；另一种是各试算滑面相互无关 (Random Jumping)，如网格搜索法^[6]。由于坡体介质的不均匀性，安全系数在求解空间内具有非线性及不连续等特性^[7]，因此基于非线性优化法的搜索算法极易陷入局部极值。

为克服上述不足，许多学者做出了有益的尝试，陈祖煜提出的随机搜索法^[3]，它先利用随机方法求得

接近全局极值的初值，然后再采用常规非线性优化法精细求解，其优点在于结合了 Random Jumping 与 Random Walking 的双重特性，其美中不足在于当自由度数（滑面节点数）较大时，计算效率严重降低，为最大限度的减少自由度，作者不得不采用样条曲线来模拟滑面，这无疑会增加算法的复杂性。Greco 也提出了一个基于随机搜索的 Monte Carlo 法^[4]，它具有 Random Walking 特性且原理简单，没有任何求导运算，即使在滑面自由度较多时也能高效地搜索到临界滑面。上述两种算法在搜索过程中必须对每一条试算滑面进行几何合理性检验，耗费机时还算其次，其主要问题在于：一旦有不符合条件的试算滑面（畸形滑

解过程，则常常会导致搜索失败。因此完备几何合理性条件以及减少畸形滑面出现的机率对保证算法顺利运行是很有意义的。

本文对Monte Carlo法^[4]进行了改进，增加一条几何合理性条件（除了滑面两端点，滑面与坡面不能相交），增加了方向控制与变自由度机制。这些措施有效地减少了畸形滑面出现的机率。算例分析表明：改进后的方法准确、高效、稳定。笔者还将此算法加入到自主研发的边坡稳定分析软件ZSlope中^[6]，它可以动态地显示整个搜索过程，这对于及时发现并解决潜在的问题非常有效。

1 Monte Carlo 法的基本原理^[4]

如图1所示， $y = t(x)$ 为坡面曲线， $y = s(x)$ 为滑面曲线， $y = l_1(x)$ 、 $y = l_2(x)$ 为土层分隔曲线， $y = b(x)$ 为坡体底边界。滑面由一系列节点相连组成，在笛卡尔坐标系中，各节点可由 (x_i, y_i) 表示， $i = 1, \dots, n$ ， n 为滑面节点数，滑面也可表示为 $2n$ 维空间中的一个点：

$$S = [x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, \dots, x_n, y_n] \quad (1)$$

安全系数 F 是关于 S 的函数，搜索临界滑面就是寻找使目标函数 F 最小的 S 点，即 $\min F(S)$ 。

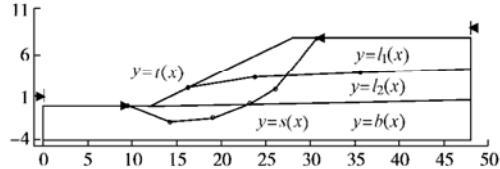


图1 坡体模型

Fig. 1 The simplified slope model

1.1 几何合理性条件

滑面曲线 $s(x)$ 必须满足几何合理性条件，对于有 n 个节点的滑面，一般来说要求：

(1) 节点水平坐标递增

$$x_i < x_{i+1} \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (2)$$

(2) 滑面段所有节点必须在坡体内

$$\left. \begin{array}{l} y_i = t(x_i) \quad (i = 1, n) \\ b(x_i) < y_i < t(x_i) \quad (i = 2, \dots, n-1) \end{array} \right\} \quad (3)$$

(3) 相邻滑面段倾角变化平顺，不允许出现尖角，见图2，要求任意相邻两滑面段夹角大于90度。

(4) 滑面段（左右端点除外）不能与坡面线相交。

这一约束被文献[3, 4]所忽略，由图3可知，滑面各节点虽然满足前3个几何合理性条件，但却与坡面线相交。要识别这一特征，需要任意折线两两求交算法（折线滑面），或样条曲线与任意折线求交算法（样条曲线滑面），后者比前者要复杂得多。实际上满足这一

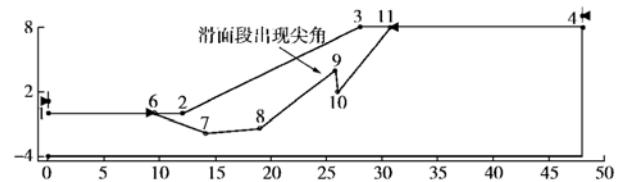


图2 滑面出现尖角

Fig. 2 A sharp angle in slip surface

(5) 相邻节点水平间距应大于最小水平间距，否则两个节点可能会重合，最小水平间距可取平均间距的 $1/5$ ，这一条件也容易被忽略。

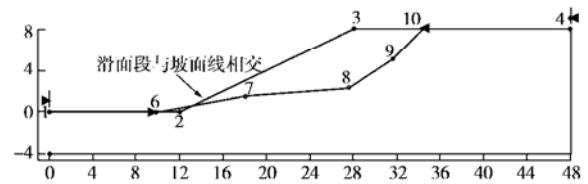


图3 滑面段与坡面线相交

Fig. 3 Intersection of slip surface and slope

1.2 节点探测循环

设滑面为

$$S = [x_1, y_1, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n] \quad (4)$$

节点 V_i 的起始坐标为 (x_i, y_i) ，朝某一方向移动到新坐标 (x'_i, y'_i) ，此时滑面为

$$S' = [x_1, y_1, \dots, x'_i, y'_i, \dots, x_n, y_n] \quad (5)$$

计算当前滑面的安全系数 $F(S')$ ，并与移动前滑面的安全系数 $F(S)$ 相比较，如果 $F(S') < F(S)$ ，则称此次探测成功， V_i 完成探测，接着进行下一节点 V_{i+1} 的探测。如果 $F(S') > F(S)$ ，则 V_i 需退回坐标 (x_i, y_i) ，然后再向其它方向移动探测，直到找到 $F(S') < F(S)$ 的位置。 V_i 每个节点最多具有八次探测机会，即八个方向，如果八个方向都探测一遍 V_i 也没找到 $F(S') < F(S)$ 的位置，则 V_i 呆在原地 (x_i, y_i) ，搜索流程进入下一节点 V_{i+1} 的探测。需注意的是节点每移动一次，均需对滑面进行5个几何合理性条件的检验。

滑面所有节点按上述方式依次探测一遍称之为节点探测循环，在找到临界滑面前这一过程要反复进行多次。探测循环过程有两个非常重要的参数，即探测方向与探测步长。设节点 V_i 在第 k 次探测循环时的坐标为 (x_i^k, y_i^k) ，对应滑面为 S^k ，则第 $k+1$ 次探测循环时的坐标 (x_i^{k+1}, y_i^{k+1}) 为

$$\left. \begin{array}{l} x_i^{k+1} = x_i^k + \xi_i^k \quad (i = 1, \dots, n) \\ y_i^{k+1} = t(x_i^{k+1}) \quad (i = 1, n) \\ y_i^{k+1} = y_i^k + \eta_i^k \quad (i = 2, \dots, n-1) \end{array} \right\} \quad (6)$$

式中 ξ_i^k 和 η_i^k 分别为节点 i 的水平及竖向方向探测步长, 它们都是随机数:

$$\left. \begin{array}{l} \xi_i^k = N_x R_x D x_i^k, \\ \eta_i^k = N_y R_y D y_i^k. \end{array} \right\} \quad (7)$$

R_x 和 R_y 均为在 $[-0.5, 0.5]$ 区间均匀分布随机数, Dx_i^k 和 Dy_i^k 为节点 V_i 第 k 次探测循环的基准步长, N_x , N_y 为方向指标, 每一指标可取 $-1, 0, 1$ 三者中任一值, 除去 $(0, 0)$ 组合 (代表节点不移动), 这样可有 8 种 (N_x, N_y) 组合。针对同一组 R_x , R_y , N_x 与 N_y 最多可以提供八种不同组合, 代表 8 个探测方向。

如果节点 V_i 在第 k 次探测循环中探测成功, 则其基准步长应进行调整为

$$\left. \begin{array}{l} D x_i^{k+1} = D x_i^k + |\xi_i^k|, \\ D y_i^{k+1} = D y_i^k + |\eta_i^k|. \end{array} \right\}, \quad (8a)$$

这是一个加速过程, 如果 i 节点探测失败 (8 个方向都探测失败), 则节点 V_i 基准步长调整为

$$\left. \begin{array}{l} D x_i^{k+1} = D x_i^k (1 - \varepsilon), \\ D y_i^{k+1} = D y_i^k (1 - \varepsilon). \end{array} \right\}, \quad (8b)$$

这是一个减速过程, ε 一般取 0.5。不管是步长加速还是减速, 调整后的步长只有等到下一次 ($k+1$) 探测循环且轮到节点 V_i 探测时才会用到。

1.3 滑面整体探测

节点探测循环一次后, 进入滑面整体探测阶段, 此阶段滑面 S 各节点不再是一个接一个地移动, 而是同时移动。此时各节点新坐标由下式计算:

$$\left. \begin{array}{l} x_i^e = 2x_i^{k+1} - x_i^k \quad (i=1, \dots, n), \\ y_i^e = 2y_i^{k+1} - y_i^k \quad (i=2, \dots, n-1), \\ v_i^e = t(x_i^e) \quad (i=1, n). \end{array} \right\} \quad (9)$$

整体移动形成的新滑面 S^e 也需进行几何合理性条件检验, 如果 $F(S^e)$ 小于移动前 $F(S)$, 则以 S^e 为初始滑面进入新一轮节点探测循环, 否则, 以 S 为初始滑面也进入新一轮节点探测循环。

1.4 收敛条件

如上所述, 各节点先探测循环, 再整体探测, 周而复始, 直到满足下列条件, 标志搜索过程结束:

$$Dx_i^{k+1} < \Delta \text{ 和 } Dy_i^{k+1} < \Delta \quad (i=1, \dots, n), \quad (10)$$

$$|F(S^k) - F(S^{k+1})| < \delta, \quad (11)$$

Δ 与 δ 均为容差, δ 一般取 0.001, Δ 应满足:

$$\Delta = (x_n - x_1)/(200(n-1)), \quad (12)$$

水平及竖向初始基准步长为

$$\left. \begin{array}{l} Dx_0 = (x_n - x_1)/(2(n-1)), \\ Dy_0 = (y_{\max} - y_{\min})/n, \end{array} \right\} \quad (13)$$

y_{\max} 与 y_{\min} 分别为滑面节点纵坐标的最大值与最小值。为更清楚地说明整个探测过程, 笔者给出了 Monte Carlo 法搜索过程各阶段的图示, 见图 4、5。

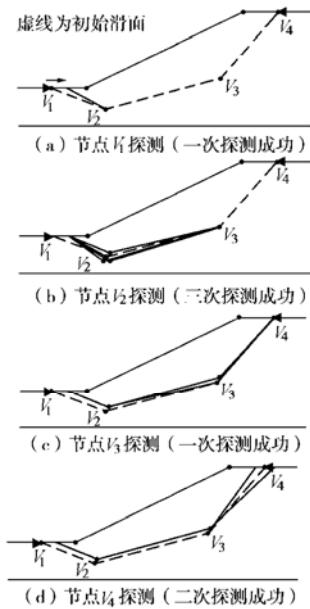


图 4 节点探测

Fig. 4 Exploration of segment of slip surface

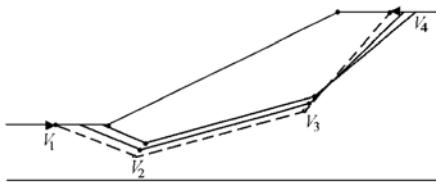


图 5 滑面整体移动

Fig. 5 Explored slip surfaces

2 技术改进

2.1 节点方向控制机制

如前所述, 不论是节点探测循环还是滑面整体探测, 每产生一个新滑面, 都需要进行几何合理性检验, 舍弃不满足条件的滑面。原方法认为不管节点处于什么位置, 均有 8 次探测机会, 这样处理会带来些问题, 如图 6 所示。

节点 8 与节点 9 已非常靠近, 如果节点 8 还是按部就班地朝右方向移动, 如移到点 8' 或 8'' 所在位置, 这明显不满足几何合理性条件。原方法无视此类特殊情况, 会产生大量不满足几何合理性条件的试算滑面, 特别当滑面节点数较多时。

为此, 笔者增加了一个方向控制机制, 它要求滑面的每个节点在移动前, 首先要确定其允许移动的方向, 假定当前节点 i 在移动:

$$|x_i^k - x_{i+1}^k| > \Omega \quad (i=1, \dots, n-1), \quad (14a)$$

$$|x_{i-1}^k - x_i^k| > \Omega \quad (i=2, \dots, n), \quad (14b)$$

Ω 为节点最小水平间距, 一般取节点平均间距的 1/5, 当 $i=1$ 时, 只需满足式 (14a), 当 $i=n$ 时, 只需满足式 (14b), 节点便可自由移动, 而对于 $i=2, \dots, n-1$, 则需同时满足式 (14a)、(14b) 才能完全自由, 此时节点有八次探测机会, 见图 7 (a)。如果不满足式 (14a), 则节点 i 可移动方向如图 7 (b) 实箭头所示, 如不满足式 (14b), 则可移动方向如图 7 (c) 实箭头所示, 如式 (14a) 和 (14b) 均不满足, 则可移动方向如图 7 (d) 实箭头所示。这样处理可有效减少不满足几何合理性条件的试算滑面。由于此算法并不要求滑面线保持上凹, 因此不对节点纵坐标间距进行控制。

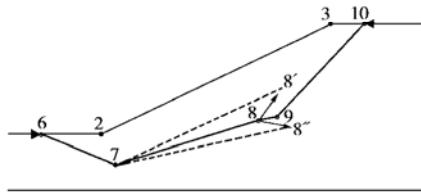


图 6 原方法存在的问题

Fig. 6 The potential problem in exploration

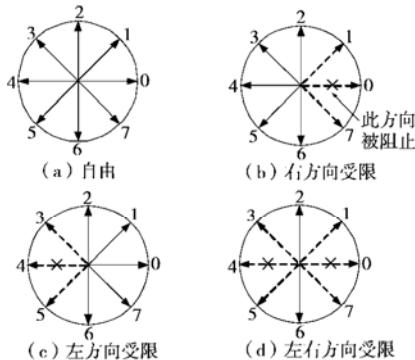


图 7 节点探测方向控制

Fig. 7 The mechanism of controlling orientation of exploration

2.2 自由度调整机制

对于折线滑面, 自由度 (节点) 越多, 其得到的临界滑面越光滑, 也越接近真实滑面。然而, 当自由度增多时, 为满足几何合理性条件 (各节点之间相互制约), 每个节点的实际活动范围反而减小, 实际搜索效率与准确性均会下降。为解决此问题, 笔者又增加一个自由度调整机制: 搜索过程分两步, 先以自由度较少 (4~7 个) 的滑面 S 为初始滑面搜索得到临界滑面 S' , 然后, 再以 S' 为初始滑面, 自由度加倍 (S' 各滑面段中点插值), 再搜索得到临界滑面 S'' 。此过程可以一直进行下去, 一般自由度增加二次便能得到很光滑的临界滑面。

3 算例分析

为较为全面地检验 Monte Carlo 法的性能, 本文

给出了由简单到复杂依次考虑 4 种工况 (简单均质、复合、软弱层、软弱层与孔隙水) 的边坡算例, 安全系数的计算均采用通用条分法 GLE^[8-9], 条间力采用 Half-Sine 函数, 土条划分数 25, 土质及几何参数见相应算例。

3.1 简单边坡

在此算例中, 如图 8 所示, 尽管笔者给出的初始滑面相当不规则, 但 Monte Carlo 法还是能准确地找到临界滑面, 显示其强大的搜索能力。为验证自由度调整机制的有效性, 笔者还分别给出了自由度数增加一次 (图 9、10) 与二次的计算结果 (图 11), 试算滑面 - 安全系数曲线能更清楚地说明这种机制对计算结果的改善, 特别是第一次自由度加倍, 第二次加倍对结果也有小幅改善。

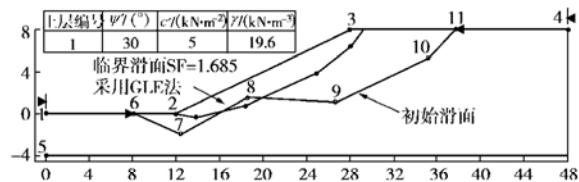


图 8 初始滑面极不规则

Fig. 8 The initial slip surface with irregular shape

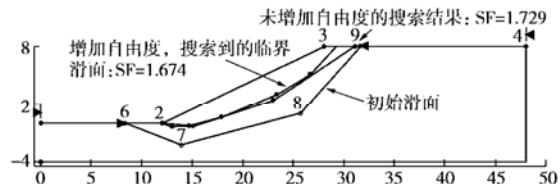


图 9 采用自由度调整机制 (自由度加倍一次)

Fig. 9 The increasing number of freedom

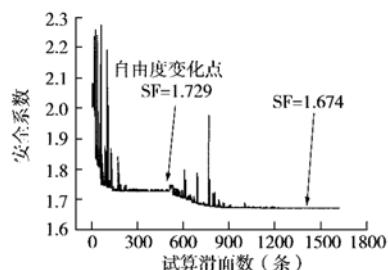


图 10 试算滑面数 - 安全系数曲线 (自由度加倍)

Fig. 10 Increase of safety factor with number of trial slip surfaces (with doubled number of freedom)

因为 Monte Carlo 法在探测过程中不可能一帆风顺, 即节点不可能一次探测成功而需多次 (找到安全系数更小的点), 见图 4 (b)、4 (c), 所以试算滑面的安全系数必然忽高忽低, 对应曲线也必然上下波动, 但总趋势应是安全系数递减, 但原文献[4]中此曲线却是单调递减, 这应该是在数据处理时过滤掉了探测失

败的点, 故而不能反映搜索过程中安全系数的波动特性。

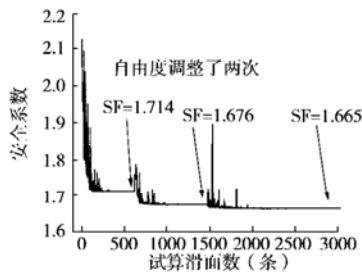


图 11 试算滑面数 - 安全系数曲线 (自由度二次加倍)

Fig. 11 The number of freedom doubled twice

3.2 复合边坡

本算例最早由文献[10]给出, 是 ACADS (澳大利亚 CAD 协会) 提供的边坡稳定分析程序考题之一, 计算结果见图 12、13。

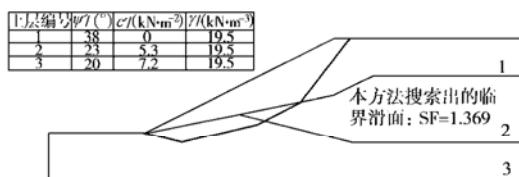


图 12 复合边坡的搜索结果

Fig. 12 The searched result of the slip surface

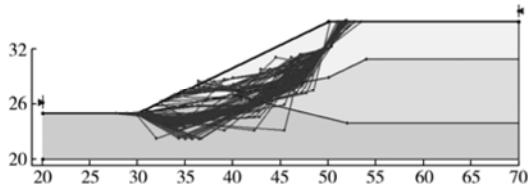


图 13 所有试算滑面 (复合边坡)

Fig. 13 Trial slip surfaces (composite slope)

表 1 其它文献结果对比 (复合边坡)

Table 1 The comparison of results (composite slope)

搜索方法	计算结果	出处
随机优化法	1.378	文献[3]
遗传算法	1.390	文献[11]
临界滑动场法	1.359(Spencer)	文献[12]
Monte Carlo 改进	1.369	本文

3.3 含软弱层边坡

此算例最早出自文献[13], 也是 ACADS 提供的考题, 计算结果见图 14、15。

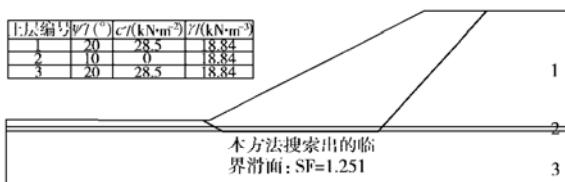


图 14 含软弱层边坡的搜索结果

Fig. 14 The searched result for with soft soil layer slope

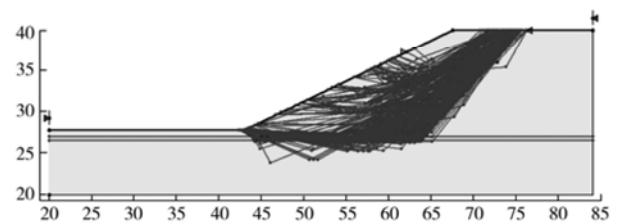


图 15 所有试算滑面 (含软弱层边坡)

Fig. 15 The trial slip surfaces (with soft layer)

表 2 其它文献结果对比 (含软弱层)

Table 2 The comparison of results (with soft layer)

搜索方法	计算结果	出处
Fredlund 和 Krahn	1.364~1.378	文献[13]
遗传算法	1.286	文献[11]
Monte Carlo 改进	1.251	本文

3.4 含软弱层及孔隙水的边坡

此算例最早由我国学者陈祖煜教授提出^[2, 14], 后被 ACADS 采用作为标准考题, 见图 16、17。

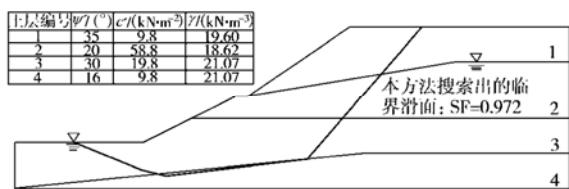


图 16 含软弱层及孔隙水边坡的搜索结果

Fig. 16 The searched result for slopes with soft layer and pore water

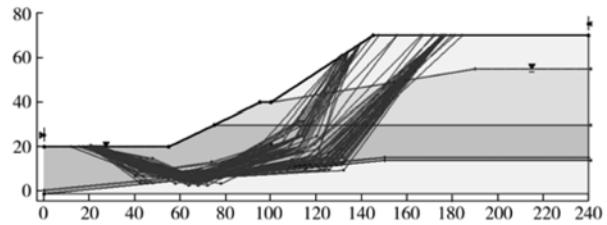


图 17 所有试算滑面 (含软弱层及孔隙水)

Fig. 17 The trial slip surfaces (with soft layer and pore water)

表 3 其它文献结果对比 (含软弱层及孔隙水)

Table 3 The comparisons of results (with soft layer and pore water)

搜索方法	计算结果	出处
随机优化法	1.011~1.025	文献[2]
Monte Carlo (I)	0.973~0.974	文献[4]
Monte Carlo (II)	0.933	文献[5]
Monte Carlo 改进	0.972	本文

由以上算例分析可知, 不管何种工况 Monte Carlo 法均能高效地找到临界滑面。尽管滑面的每个节点只能有 8 个探测方向, 但由于它们是随机确定的, 因此实际探测方向并没有任何限制。对于地质条件较复杂的边坡(算例 2~4), 初始滑面的位置对于搜索能否成功