

基于小波变换的爆破地震信号阈值去噪的应用研究

中国生, 徐国元, 赵建平

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 运用小波变换多尺度分析的思想, 在不同的尺度下观察信号不同的局部化特征。利用小波系数的统计特性和噪声本身的性质, 应用信号特征估计信号中的噪声形态, 提出了一种爆破地震信号小波变换阈值去噪的方法, 在小波阈值去噪中准确估计噪声阈值水平, 使在消除信号噪声的同时保留信号中弱特征成分。通过理论和实践证明了一种方法能够有效地消除爆破地震信号中的噪声。

关键词: 爆破地震信号; 小波变换; 多尺度分析; 阈值去噪

中图分类号: TD 235.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2005)09-1055-05

作者简介: 中国生(1974-), 男, 江西赣州人, 博士研究生, 讲师。主要从事爆破地震信号分析与处理及结构抗震加载设计方面的研究。

Study and application of threshold de-noising in seismic signals of blasting based on wavelet transform

ZHONG Guo-sheng, XU Guo-yuan, ZHAO Jian-ping

(School of Resources & Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: The localization of signal could be observed in different scales with the multi-resolution analysis of wavelet transform. Using the statistical characteristic of wavelet coefficient and the quality of noise itself, a method for threshold de-noising in seismic data of blasting was proposed with the characteristic of the signal used to estimate the configuration of the noise. The method could preserve the features of weak components and eliminate the noise of the signal. It was proven theoretically and practically that this method was effective to de-noise in seismic data of blasting.

Key words: blasting seismic signal; wavelet transform; multi-resolution analysis; threshold de-noising

0 前言

爆破地震信号在测试中由于受到外部环境和制造工艺的影响, 原始测试信号不可避免地带有噪声, 给测量结果造成很大误差, 使实验的精度受到限制, 达不到应用的要求, 这就必须对测试的信号进行去噪处理。对于非常平稳信号, 采用Fourier变换进行去噪能取得比较理想的效果, 而爆破地震信号是一种非平稳信号, 由于Fourier变换自身的局限性, 不能反映该信号在时频域上的细节, 在信号去噪过程中如果带通选择不好, 将影响到去噪效果^[1]。小波变换对于不同的频率分量具有不同的时间分辨率的这种特性, 使得它特别适合于非平稳信号的分析 and 处理^[2-4], 爆破地震信号作为一种非平稳信号, 有效信号和噪声在不同尺度下的小波变换下, 各自的小波变换系数将呈现不同的传播特性。本文将探讨如何利用小波系数的统计特性和噪声本身的性质对爆破地震信号阈值去噪。

1 二进小波变换及局部化特征

设 $L^2(R)$ 是实直线上平方可积Hilbert函数空间, 小波 $\psi(t) \in L^2(R)$ 为满足 $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$ 的函数, 那么信号 $f(t) \in L^2(R)$ 的小波变换定义为

$$W_s f(t) = \langle f(t), \psi_s(t) \rangle = f(t) \cdot \psi_s(t), \quad (1)$$

其中 $\psi_s(t) = \frac{1}{s} \psi(\frac{t}{s})$ 是 $\psi(t)$ 的伸缩函数; s 为伸缩尺度函数。

在实际应用中, 为了数值计算方便, 把尺度 a 以二进的形式离散化, 即取 $a = 2^j (j \in Z)$, 则二进小波为 $\psi_{2^j}(t) = \frac{1}{2^j} \psi(\frac{t}{2^j})$, 其二进小波变换为

$$W_{2^j} f(t) = \langle f(t), \psi_{2^j}(t) \rangle = f(t) \cdot \frac{1}{2^j} \psi(\frac{t}{2^j}), \quad (2)$$

如果小波函数满足条件 $A < \sum_{j=-\infty}^{\infty} |\psi(2^j \omega)|^2 \leq B$,

A, B 均为正常数, 则一定存在重构小波 $\chi(t)$, 使得信号可以由它的小波变换完全恢复为

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} W_{2^j} f \cdot \chi(t). \quad (3)$$

其中重构小波 $\chi(t)$ 满足 $\sum_{j=-\infty}^{\infty} \Psi(2^j \omega) \hat{\chi}(2^j \omega) = 1$ 。

定义小波函数 $\psi(t)$ 的时频中心为 (t^*, ω^*) , 其中 $t^* = \frac{1}{\|\psi\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |\psi(t)|^2 dt$, $\omega^* = \frac{1}{\|\hat{\psi}\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega$, 那么, 式 (2) 给出了信号 $f(t)$ 的时间窗为 $[t + 2^j t^* - 2^j \Delta_{\psi}, t + 2^j t^* + 2^j \Delta_{\psi}]$, 频率窗为 $[\frac{\omega^*}{2^j} - \frac{\Delta_{\hat{\psi}}}{2^j}, \frac{\omega^*}{2^j} + \frac{\Delta_{\hat{\psi}}}{2^j}]$ 的局部化信息。小波变换对于不同的频率分量具有不同的时间分辨率的这种局部化特性, 使得它特别适合于非平稳信号的分析 and 处理。

2 基于统计特性的噪声阈值估计

当爆破地震信号经小波变换后, 在小波变换系数中, 既有信号小波系数, 也有纯噪声小波系数, 且纯噪声小波系数的值随着分解尺度的增加而越来越小, 而信号小波系数的值会越来越大。因此, 如果将纯噪声小波系数剔除, 而只留下信号小波系数, 从而达到去噪的目的。这就是下面我们所要研究讨论的问题。

由统计检测理论可知^[5-7], 在信号波形确知的情况下, 最佳检测器为匹配滤波器。而当信号波形未知时, 通常用广义似然比检测 (GLRT)^[9], 即在似然比检测中, 对未知信号做最大似然估计。

设信噪模型为

$$x(t) = s(t) + n(t), \quad (4)$$

式中 $s(t)$ 为待检测的原始信号; $n(t)$ 为噪声; $x(t)$ 为所测的被噪声污染的信号。

若原始信号 $s(t)$ 用一组正交基表示为

$$s(t) = \sum_i C_i^s \psi_i(t), \quad (5)$$

噪声也表示为

$$n(t) = \sum_i C_i^n \psi_i(t), \quad (6)$$

由线性关系有

$$C_i^x = C_i^s + C_i^n. \quad (7)$$

一般情况, 对噪声的分布总是假设高斯分布。为了更接近于实际情况, 假设噪声分布满足于 Huber^[5] 分布, 即

$$P_{\varepsilon} = \{(1-\varepsilon)\Phi + \varepsilon G : G \in F\}, \quad (8)$$

式中 Φ 为标准正态分布; ε 为满足 $\varepsilon \in (0,1)$ 的调控因子; F 为一组相匹配的光滑分布函数。这时, 当分布函数 $f_H \in P_{\varepsilon}$ 满足

$$f_H(c) = \begin{cases} (1-\varepsilon)\phi_{\delta}(a)e^{(ac+a^2)/\delta^2}, & c \leq -a, \\ (1-\varepsilon)\phi_{\delta}(a), & -a \leq c \leq a, \\ (1-\varepsilon)\phi_{\delta}(a)e^{(-ac+a^2)/\delta^2}, & a \leq c, \end{cases} \quad (9)$$

其负熵 $\int f \cdot \log f dx$ 取极小。其中 ϕ_{δ} 为均值为零、方差为 δ^2 的正态分布函数, 而参数 a 与调控因子 ε 满足

$$2 \left(\frac{\delta^2 \cdot \phi_{\delta}(a)}{a} - \Phi_{\sigma}(-a) \right) = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}. \quad (10)$$

为了对该结论作一个说明, 这里仅以 $\delta=1$ 进行讨论, 其它情况类似。

因为负熵 $\int f \cdot \log f dx$ 是 f 的凸函数, 而 P_{ε} 亦为凸函数, 因此只要能证明: 对任一分布函数 $f \in P_{\varepsilon}$ 满足关系式

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} H(f_{\lambda})|_{\lambda=0} \geq 0, \quad (11)$$

其中 H 表示负熵, 即 $H = \int f \cdot \log f dx$ 。

$$\begin{aligned} \text{因为 } \frac{\partial}{\partial \lambda} H(f_{\lambda}) &= \int \frac{\partial}{\partial \lambda} f_{\lambda} \log f_{\lambda} dc \\ &= \int \frac{\partial}{\partial \lambda} ((1-\lambda)f_H + \lambda f) \cdot \log((1-\lambda)f_H + \lambda f) dc \\ &= \int (f - f_H) \log((1-\lambda)f_H + \lambda f) dc + \int (f - f_H) dc, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{由于 } f \text{ 与 } f_H \text{ 都是分布函数, } \int f dc = \int f_H dc = 1,$$

所以 $\int (f - f_H) dc = 0$, 由式 (12) 可得

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} H(f_{\lambda})|_{\lambda=0} = \int (f - f_H) \cdot \log f_H dc. \quad (13)$$

又由式 (9) 可得

$$\log f_H(c) = \begin{cases} \log(1-\varepsilon)\phi(a) + (ac+a^2), & c \leq -a, \\ \log(1-\varepsilon)\phi(a) + \frac{1}{2}(-c^2+a^2), & -a \leq c \leq a, \\ \log(1-\varepsilon)\phi(a) + (-ac+a^2), & a \leq c. \end{cases} \quad (14)$$

由于 $\int (f - f_H) \log(1-\varepsilon)\phi(a) dc = 0$, 这样式 (13) 右边可改写成

$$\begin{aligned} \int (f - f_H) \cdot \log f_H dc &= \int_{-\infty}^a (f - f_H)(ac+a^2) dc + \\ &\frac{1}{2} \int_a^a (f - f_H)(-c^2+a^2) dc + \\ &\int_a^{\infty} (f - f_H)(-ac+a^2) dc, \end{aligned} \quad (15)$$

首先考虑 $-a \leq c \leq a$ 时, 对于一些 $g \in F$, $f = (1-\varepsilon)\phi + \varepsilon g$, 而 $f_H = (1-\varepsilon)\phi$, 所以

$f - f_H = \varepsilon g \geq 0$, $-c^2 + a^2 \geq 0$, 式(15)中的中间项为非负数, 且

$$\int_{-\infty}^a (f - f_H)dc + \int_a^{+\infty} (f - f_H)dc \leq 0. \quad (16)$$

当 $c \leq -a$ 时, $ac + a^2 \leq 0$, 而当 $a \leq c$ 时, $-ac + a^2 \leq 0$, 所以

$$\int_{-\infty}^a (f - f_H)(ac + a^2)dc + \int_a^{+\infty} (f - f_H)(-ac + a^2)dc \geq 0. \quad (17)$$

即式(11)成立。

对于参数关系式(10), 由于

$$\int_{-\infty}^a (1 - \varepsilon)\phi(a)e^{(ac+a^2)}dc = \int_a^{+\infty} (1 - \varepsilon)\phi(a)e^{(-ac+a^2)}dc = (1 - \varepsilon)\frac{\phi(a)}{a}, \quad (18)$$

$$\int_{-\infty}^a (1 - \varepsilon)\phi_\delta(c)dc = (1 - \varepsilon)(\Phi(a) - \Phi(-a)) = (1 - \varepsilon)(1 - 2\Phi(-a)). \quad (19)$$

因此, 只需将上面两式的结果代入 $\int f_H dc = 1$ 即可获得。

设 $C^N = \{C_1^x, C_2^x, \dots, C_N^x\}$ 为一组小波变换系数, 其中有 K 个小波变换系数含有信号信息, 而其余的小波变换系数则为纯噪声变换系数, 即

$$C_i^x = \begin{cases} C_i^s + C_i^n, & i = 1, 2, \dots, K, \\ C_i^n, & \text{其它}. \end{cases} \quad (20)$$

并假设纯噪声系数 $\{C_i^n\}$ 是具有Huber概率分布的随机变量的独立抽样获得。这样当 $i = 1, 2, \dots, K$ 时, 小波变换系数 C_i^x 满足 $f_H(c - C_i^x)$ 的概率分布, 否则就满足 $f_H(c)$ 的概率分布, 因此似然函数为

$$\ell(C^N; K) = \prod_{i \leq K} f_H(C_i^x - C_i^s) \prod_{i \geq K} f_H(C_i^x), \quad (21)$$

若用 $\{\hat{C}_i^s\}$ 表示信号的估计值, 由于分布函数 f_H 是对称, 在原点取极大值的函数, 因此, 当 $\hat{C}_i^s = C_i^x$ ($i = 1, 2, \dots, K$) 时, 式(21)所示的似然函数取极大值, 其大小为

$$\ell^*(C^N; K) = \prod_{i \leq K} f_H(0) \prod_{i \geq K} f_H(C_i^x). \quad (22)$$

3 阈值函数和阈值的取舍

由于在 N 个系数中, 有 K 个系数含有信号, 而它们的位置与 $2K$ 个自由参数相关, 因此, 根据最小化长度描述准则^[8] (Minimum description length criterion, 简称MDL), 数据长度与似然函数有关系

$$L(C^N; K) = -\log \ell^*(C^N; K) + \frac{1}{2}(2K) \log N, \quad (23)$$

这样, 数据长度与似然函数的关系问题就变成了优化参数 K 的问题。将式(22)代入式(23)有

$$L(C^N; K) = -\sum_{i \leq K} \log f_H(0) - \sum_{i > K} \log f_H(C_i^x) + K \log N. \quad (24)$$

略去该式中与 K 无关的项, 则优化问题就是使

$$\tilde{L}(C^N; K) = \frac{1}{2\delta^2} \sum_{i > K} \eta(C_i^x) + K \log N \text{ 极小化。其中:}$$

$$\eta(c) = \begin{cases} c^2, & |c| < a, \\ a|c| - a^2, & \text{其它}. \end{cases} \quad (25)$$

函数 η 与Huber分布函数 f_H 中的幂指数成正比。

因此, 有

$$\begin{aligned} L(C^N; K) - L(C^N; K-1) &= -\log f_H(0) + \log f_H(C_K^x) + \log N < 0, \\ \log f_H(C_K^x) &< \log f_H(0) - \log N \\ &= \log \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{2\pi}\delta} - \log N. \end{aligned} \quad (26)$$

当 $|C_K^x| < a$ 时, 由式(9)得

$$\log f_H(C_K^x) = \log \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{2\pi}\delta} - \frac{(C_K^x)^2}{2\delta^2}, \quad (27)$$

将该式代入式(26)得

$$|C_K^x| > \delta \sqrt{2 \log N}. \quad (28)$$

当 $|C_K^x| > a$ 时, 由式(9)有

$$\log f_H(C_K^x) = \log \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{2\pi}\delta} + \frac{a^2}{2\delta^2} - \frac{a|C_K^x|^2}{\delta^2}, \quad (29)$$

将该式代入式(26)得

$$|C_K^x| > \frac{a}{2} + \frac{\delta^2}{2} \log N. \quad (30)$$

类似的, 若设

$$\begin{aligned} L(C^N; K) - L(C^N; K+1) &= -\log f_H(0) + \log f_H(C_{K+1}^x) - \log N < 0. \end{aligned} \quad (31)$$

可以证明, 当 $|C_K^x| < a$ 时, $|C_{K+1}^x| < \delta \sqrt{2 \log N}$;

当 $|C_K^x| > a$ 时, $|C_K^x| < \frac{a}{2} + \frac{\delta^2}{2} \log N$ 。从而得出小波变换系数的阈值取舍准则:

(1) 当数据长度 N 满足 $N > a^2 / 2\delta^2$ 时, 对满足条件

$$|C_i^x| < \frac{a}{2} + \frac{\delta^2}{2} \log N \quad (32)$$

的小波系数则舍去, 即小波变换系数置零, 否则保留。

(2) 当数据长度 N 满足 $N \leq a^2 / 2\delta^2$ 时, 对满足条件

$$|C_i^x| > \delta \sqrt{2 \log N} \quad (33)$$

的小波变换系数则保留, 否则舍去。

4 小波变换爆破地震信号阈值去噪

有了以上的阈值准则, 爆破地震信号阈值去噪的可按以下步骤实现。所采集的原始信号是某矿山采场

爆破崩矿时实测的爆破地震信号。

4.1 对爆破地震信号作小波分解

对爆破地震信号作小波分解。设 S_i 为第 i 个采样点值, $i=1,2,3,\dots,N$, N 为采样点数, 利用式 (2) 对爆破地震信号 S_i 作小波多分辨率分解, 分解的尺度数目以使信号模极大值点个数占优为准, 一般分解 4 到 5 个尺度为宜。由于 Daubechies 小波系列具有较好的紧

支撑性、光滑性及近视对称性, 并已成功地应用于分析包括爆破地震波在内的非平稳信号问题^[10, 11]。该小波系列按正整数 N 具有不同的序列 (dbN), 目前在爆破地震信号的处理中用的最多的是 db5 和 db8, 这里选用 db8 作为本次爆破地震小波分析的基函数。把该爆破地震信号分解在不同的 4 个尺度上 (如图 1 所示), 得到一模糊信号系数 $AS^d(i)$ 和 4 个不同尺度时的小波分解

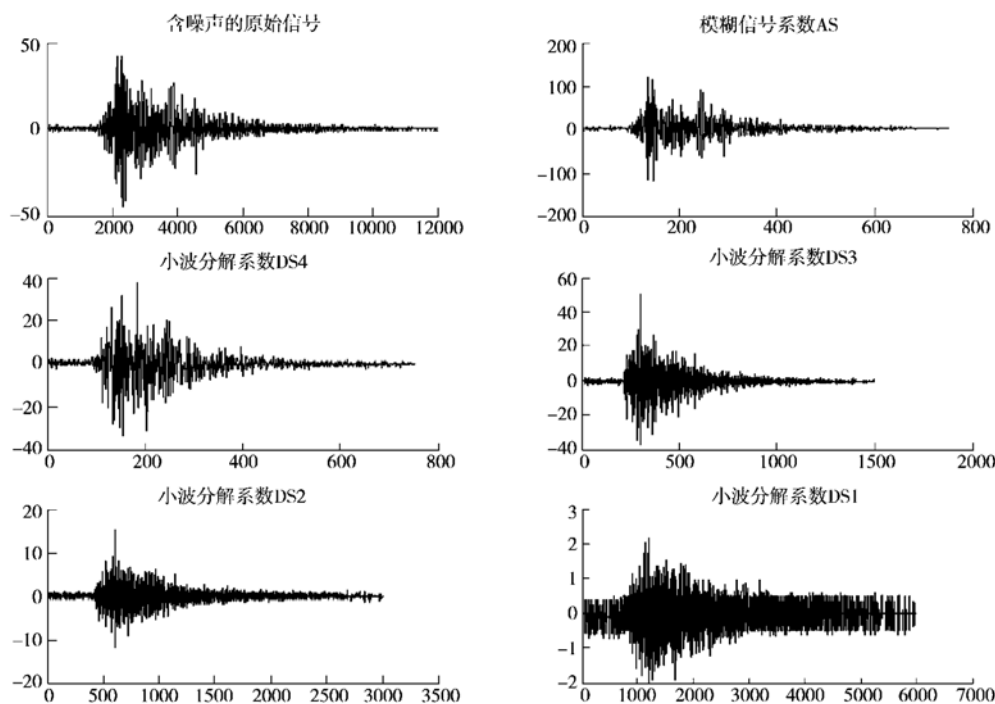


图 1 含噪声的爆破地震信号及其不同尺度的小波系数

Fig. 1 Blasting seismic signal including noise and different scale's wavelet coefficients

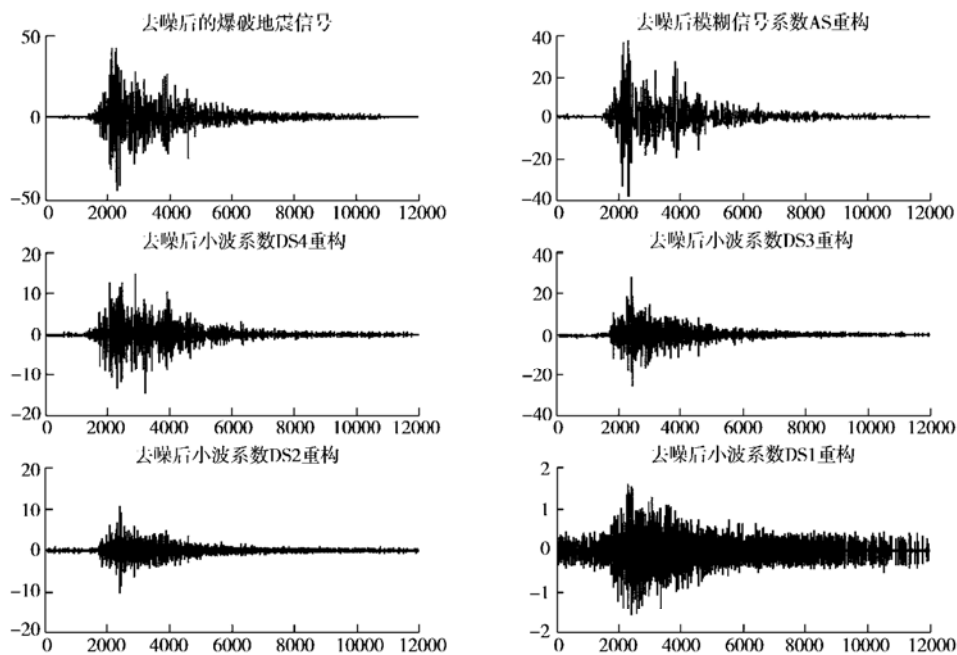


图 2 去噪后的爆破地震信号及其不同尺度的小波系数的重构

Fig. 2 De-noised seismic signal of blasting and reconstruction of wavelet coefficients in different scales

系数 $DS^j(i)$, 其中, $j=1, 2, 3, 4$ 。

4.2 爆破地震信号的重构

对爆破地震信号的小波系数按阈值准则进行取舍, 除去由纯噪声产生的小波变换系数, 保留含有信号信息的小波变换系数。将保留的小波变换系数按式

(3) 重构爆破地震信号, 从而获得去噪后的爆破地震信号 (如图 2 所示)。从结果中可以看出: 爆破地震信号去噪后同轴清晰、连续性好, 噪声得到了有效抑制, 去噪效果明显。因此, 利用纯噪声小波变换系数的分布特征, 采用阈值法可较好地达到去噪目的。

5 结论与展望

针对爆破地震信号的特点, 利用小波系数的统计特性和噪声本身的性质, 提出了一种依据信号统计特征估计信号噪声水平的方法。在小波阈值去噪中准确估计噪声阈值水平, 使在消除信号噪声的同时保留信号中弱特征成分, 对爆破地震信号中噪声进行了有效地去除。结果表明利用小波变换进行爆破地震信号去噪具有传统频域滤波无法比拟的优越性。但是小波变换在高频上频带限定得很宽, 这样就很有可能丢失爆破地震信号中的高频成分, 今后我们将研究利用小波包对爆破地震信号进行更精确的频带限定^[12], 以取得更好的去噪效果。

参考文献:

- [1] Young R. An Introduction to Nonlinear Fourier Series [M]. New York: Academic Press, 1980: 1 - 150.
- [2] Hirabayashi T, Takayasu H, Miura H, et al. The behavior of a

threshold model of market price in stock exchange[J]. Fractals, 1993,1(1): 29 - 40.

- [3] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelet[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1992, 38(2):617 - 643.
- [4] Mallat S, Zhang S. Characterization of signals from multiscale edges[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992,4(7): 710 - 732.
- [5] Neuman M, Spokoiny V. On the efficiency of wavelet estimation under arbitrary error distributions [J]. Math Meth Statistics, 1995,4:137 - 166.
- [6] Huber P. Robust estimation of a location parameter [J]. Ann Math Statistics, 1964,35: 1753 - 1758.
- [7] Donoho D, Johnstone I. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. JASA, 1995,90:1200 - 1223.
- [8] Krim H, Schick I C. Minimax description length for signal denoising and optimized representation [J]. IEEE Information Theory, 1999,45(3): 898 - 908.
- [9] 盛 骤. 概率论与数理统计(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989:158 - 263.
- [10] 胡昌华, 张军波, 夏 军, 等. 基于 MATLAB 的系统分析与统计—小波分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999:210 - 232.
- [11] 林大超, 施惠基, 白春华, 等. 爆破震动时频分布的小波包分析[J]. 工程爆破, 2002, 8(2):1 - 5.
- [12] 刘春生, 张晓春. 实用小波分析[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2002:92 - 101.