

基于剪切位移法的长短桩复合地基沉降计算

赵明华, 张 玲, 杨明辉

(湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘 要: 在深入探讨长短桩复合地基作用机理基础上, 针对长短桩复合地基的桩-土-承台整体相互作用特点, 通过一定的简化假定, 建立出长短桩复合地基的沉降计算模型; 然后以剪切位移法为基础, 引入 Mylonakis & Gazetas 桩-桩、桩-土相互作用模型, 导出长短桩复合地基计算时的桩-桩、桩-土以及土-土相互作用柔度系数; 在此基础上, 考虑垫层作用的影响, 提出一种综合考虑桩-土-垫层体系共同作用的长短桩复合地基沉降计算方法, 并编制出相应的计算程序。最后利用该法对某工程实例进行了计算分析, 结果表明, 基于本文方法获得的沉降预测值与实测值吻合较好。

关键词: 长短桩复合地基; 剪切位移法; 沉降; Mylonakis & Gazetas 模型

中图分类号: TU 473.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2005)09-0994-05

作者简介: 赵明华(1956-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事桩基础及软土处理方面的研究工作。

Settlement calculation of the long-short-pile composite foundation with shear displacement method

ZHAO Ming-hua, ZHANG Ling, YANG Ming-hui

(Geotechnical Engineering Institute, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Considering the characteristics of integral mutual action between pile, soil and cap, the model of long-short-pile composite foundation was established, and the mechanics of such composite foundation were fully discussed. Based on the shear displacement method, the Mylonakis & Gazetas models for mutual action between two piles and between pile and soil were introduced, and then the flexible factors of mutual actions were provided. Considering the performance of cushion, a method to analyze the settlement of long-short-pile composite foundation was deduced, which could consider the mutual actions between pile, soil and cap, and the correlated program was also developed. Finally, when the method was used to analyze the practical project, its feasibility was proved by the reasonable agreement between the calculated and the measured values.

Key words: long-short pile composite foundation; shear displacement method; settlement; Mylonakis & Gazetas model

0 前 言

随着复合地基理论和实践的不断深入, 一种利用刚性长桩, 刚性、半刚性或柔性短桩相结合对地基进行综合处理的长短桩复合地基处理技术逐渐发展起来^[1,2], 由于其独特的优点, 在上海、浙江等软土地区的高层和小高层建筑中得到成功应用。工程实践表明^[3], 在一定条件下, 采用长桩与短桩相结合的方法对地基进行综合处理, 可分别发挥其各自特点, 在确保地基处理效果的前提下, 达到方案合理、节约投资、缩短工期的目的。

沉降是检验复合地基处理成效的关键所在, 深入探讨长短桩复合地基的沉降计算对开发和推广其工程应用具有重要的理论和工程意义。目前长短桩复合地基的理论研究尚处于探索阶段, 本文试图以剪切位移

法为基础, 提出一种能综合考虑桩-土-垫层相互作用的长短桩复合地基沉降计算方法。

1 长短桩复合地基的作用机理

长短桩复合地基因其桩长的差异, 作用机理有别于一般的桩体复合地基, 因长桩和短桩间作设置, 在复合地基中形成如图 1 所示三个不同作用的工作区域, 即: 以提高承载力为主的长、短桩联合工作区(工作 I 区), 以减小沉降量为目的的长桩工作区(工作 II 区), 以及承受桩体荷载的持力土层或无桩工作区(工作 III 区)。三者共同工作, 以提高浅层地基承载力、减少地基沉降量, 形成良好的长短桩复合地基。其中,

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50378036)

收稿日期: 2004-11-17

长桩和短桩各自发挥不同的作用^[4]。

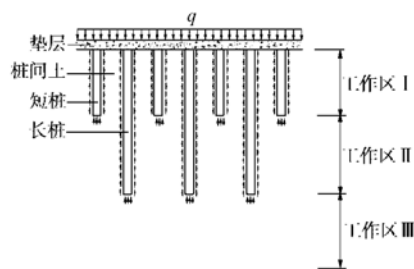


图1 长短桩复合地基作用机理图

Fig. 1 Work mechanism of long-short-pile

1.1 长桩作用机理

在长短桩复合地基中，长桩的主要作用是将荷载通过桩身向地基深处传递，减小压缩土层的变形，同时对柔性短桩起到“护桩”作用，并与短桩一起抑制地基周围土体的隆起。在I区深度范围内，桩体间将具有较明显的“挟持”及“遮挡”效应，桩间土体和桩体共同沉降；而在II区的长桩，由于土体和桩体不能同时沉降，其桩尖对桩端土体将产生一定刺入量。

1.2 短桩作用机理

根据地基土的物理力学性质的不同，短桩有两方面的功能：当基底以下存在较厚的软弱土层时，采用短桩对该区域土层进行加固，可提高基底软弱土层的承载力；若基底以下存在上、下两层较为理想的桩端持力层，将长、短桩分别落在上、下两层桩端持力层，充分发挥上下两层桩端持力层的特性，利用短桩提高复合地基的承载力，通过长桩减小变形，在满足设计要求的同时减少地基处理的工作量。

通常可在桩顶铺设一定厚度的褥垫层，以此协调长桩、短桩和桩间土的变形，保证长桩、短桩和桩间土直接承担上部结构荷载。

2 长短桩复合地基沉降计算

2.1 基本假定及计算模型的建立

长短桩复合地基受力状态复杂，桩、土、垫层相互作用，形成一受力整体，为便于分析作如下假定：

① 基础结构绝对刚性，即基础下垫层顶面竖向位移相等；② 复合地基桩间土为均质弹性体，长、短桩各自的材料、几何形状相同。

设长短桩复合地基平面和剖面布置如图2所示，并将基础与地基之间无穷多点的面接触简化为有限点接触，划分为 n_p 个短桩节点， n_q 个长桩节点， n_s 个土节点，共 N 个节点，（全文中下标p表示短桩，q表示长桩，s表示土，土节点划分数目可根据计算精度要求确定），计算网格的划分见图3。

2.2 桩—土—垫层体系的刚度矩阵

若将基础—地基间的接触面简化为 n 个有限点，节点间的刚度矩阵即为桩—土体系的刚度矩阵，可由相应的柔度矩阵求逆得出。

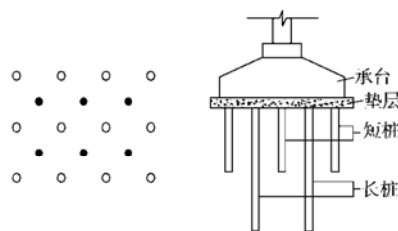


图2 长短桩复合地基的平面布置与剖面布置

Fig. 2 Plane and profile of composite foundation

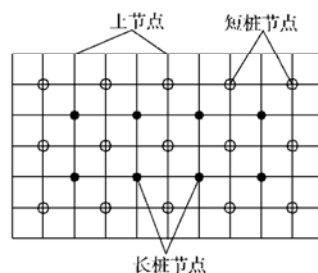


图3 计算网格的划分

Fig. 3 Calculation grid

柔度矩阵由9大元素组成，即

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta_{pp} & \delta_{pq} & \delta_{ps} \\ \delta_{qp} & \delta_{qq} & \delta_{qs} \\ \delta_{sp} & \delta_{sq} & \delta_{ss} \end{bmatrix},$$

式中 δ_{xy} 表示 y 与 x 的相互作用柔度系数。

(1) 桩—桩相互作用柔度系数的计算

根据剪切位移法，桩 j 在竖向荷载 P 的作用下 z 深处的桩身位移方程为^[5]

$$\frac{\partial^2 w_{jj}(z)}{\partial z^2} - \frac{k_{ij}}{A_{pj} E_{pj}} w_{jj}(z) = 0 \quad (k_{ij} = \frac{2\pi G_s}{\ln(r_m/r_j)}) \quad (1)$$

其通解为

$$w_{jj}(z) = c_1 e^{\mu_j z} + c_2 e^{-\mu_j z} \quad (2)$$

相应的桩身轴力方程为

$$P_{jj}(z) = -A_{pj} E_{pj} \frac{\partial w_{jj}(z)}{\partial z} = -A_{pj} E_{pj} \mu_j (c_1 e^{\mu_j z} - c_2 e^{-\mu_j z}) \quad (3)$$

式中 c_1 、 c_2 为待定常数； $\mu_j = \sqrt{k_{ij}/(A_{pj} E_{pj})}$ ； A_{pj} 、 E_{pj} 分别为桩身横截面面积和弹性模量； G_s 为桩间土的剪切模量； r_m 为桩周土中剪切变形径向传递的半径，可取 $r_m = 6d$ ^[6]（ d 为桩身直径）； r_j 为桩身半径。

由 Randolphde 公式可得桩端土位移方程^[7]

$$w_{bj} = \eta_j \frac{P_{bj}(1-v_b)}{4r_j G_b} = P_{bj}/k_{2j} \quad (4)$$

式中 $k_{2j} = 4r_j G_b / \eta_j (1-v_b)$ ； P_{bj} 为桩端阻力； v_b 、 G_b 分别

为桩底标高以下土的泊松比和剪切模量; η_j 为桩入土深度影响系数, 一般 $\eta_j=0.85 \sim 1.0$ 。

联立式 (2)、(3)、(4), 可得

$$\left. \begin{aligned} w_{jj}(z) &= P_{bj} \left\{ \frac{1}{A_{pj} E_{pj} \mu_j} \operatorname{sh}[\mu_j(l_j - z)] + \frac{1}{k_{2j}} \operatorname{ch}[\mu_j(l_j - z)] \right\}, \\ P_{jj}(z) &= P_{bj} \left\{ \frac{A_{pj} E_{pj} \mu_j}{k_{2j}} \operatorname{sh}[\mu_j(l_j - z)] + \operatorname{ch}[\mu_j(l_j - z)] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

取 $z=0$, 由式 (5) 可得

$$w_{jj}(0) = P_{jj}(0) \frac{\frac{1}{A_{pj} E_{pj} \mu_j} \operatorname{sh}(\mu_j l_j) + \frac{1}{k_{2j}} \operatorname{ch}(\mu_j l_j)}{\frac{A_{pj} E_{pj} \mu_j}{k_{2j}} \operatorname{sh}(\mu_j l_j) + \operatorname{ch}(\mu_j l_j)}. \quad (6)$$

根据 Mylonakis & Gazetas 桩—桩相互作用模型^[8], 由方程 (1) 可得距桩 j (受荷桩) $r=s$ (轴线距离) 处桩 i (非受荷桩) 的位移方程为

$$A_{pj} E_{pj} \frac{\partial^2 w_{ij}(z)}{\partial z^2} - k_{1i} (w_{ij}(z) - w_s(z)) = 0, \quad (7)$$

式中 $w_s(z) = \psi(s) w_{jj}(z)$ ^[8], $\psi(s)$ 为位移场衰减函数, 其表达式为

$$\psi(s) = \begin{cases} \frac{\ln(r_m) - \ln(s)}{\ln(r_m) - \ln(r_j)}, & (r_j < s < r_m), \\ 0, & (s \geq r_m). \end{cases}$$

令 $\mu_i = \sqrt{k_{1i} / (A_{pj} E_{pj})}$, 则式 (7) 为

$$\frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial z^2} - \mu_i^2 w_{ij} + \mu_i^2 \psi(s) (c_1 e^{\mu_j z} + c_2 e^{-\mu_j z}) = 0. \quad (8)$$

若 $\mu_i = \mu_j = \mu$, 可得其通解及相应的桩身荷载为

$$\left. \begin{aligned} w_{ij}(z) &= c_3 e^{\mu z} + c_4 e^{-\mu z} + \frac{-z \mu \psi(s) (c_1 e^{\mu z} + c_2 e^{-\mu z})}{2} \\ &= c_3 e^{\mu z} + c_4 e^{-\mu z} + \frac{z \psi(s) P_{jj}(z)}{2 A_{pj} E_{pj}}, \\ P_{jj}(z) &= -A_{pj} E_{pj} \frac{\partial w_{ij}(z)}{\partial z} \\ &= -A_{pj} E_{pj} \mu (c_3 e^{\mu z} + c_4 e^{-\mu z}) + \frac{\psi(s)}{2} (k_{1i} z w_{jj}(z) - P_{jj}(z)). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

代入边界条件 $\begin{cases} P_i(0) = 0 \\ P_{bi} = k_{2i} w_{bi} \end{cases}$, 可解得待定系数 c_3 、 c_4 ,

则当 $z=0$ 时

$$w_{ij}(0) = c_3 + c_4 = \frac{(h-g)I_1 + 2I_2}{g+h}, \quad (10)$$

其中 $g = (k_{2i} + A_{pi} E_{pi} \mu) e^{\mu l_i}$;

$h = (k_{2i} - A_{pi} E_{pi} \mu^{-\mu l_i}) e^{-\mu l_i}$; $I_1 = -\frac{\psi(s) P_{jj}(0)}{A_{pi} E_{pi} \mu}$;

$I_2 = \frac{\psi(s)}{2} [-P_{jj}(l_i) + k_{1i} l_i w_{jj}(l_i)] - \frac{k_{2i} l_i}{2 A_{pi} E_{pi}} P_{jj}(l_i)$ 。

若 $\mu_i \neq \mu_j$, 同理可得

$$w_{ij}(0) = \frac{(h' - g')I'_1 + 2I'_2}{g' + h'} + \beta w_{jj}(0), \quad (11)$$

其中 $g' = (k_{2i} + A_{pi} E_{pi} \mu) e^{\mu l_i}$; $h' = (k_{2i} - A_{pi} E_{pi} \mu) e^{-\mu l_i}$;

$I'_1 = \frac{P_{jj}(0)}{A_{pi} E_{pi} \mu_i}$; $I'_2 = \beta P_{jj}(l_i) - \beta k_{2i} w_{jj}(l_i)$, $\beta = \frac{\mu_i^2 \psi(s)}{\mu_i^2 - \mu_j^2}$ 。

由式 (6) 可得短桩、长桩单桩桩顶的柔度系数为

$$\left\{ \begin{aligned} \delta_{pp,ij} &= w_{jj}(0) \Big|_{P_{jj}(0)=1}, & (j=1, n_p), \\ \delta_{qq,ij} &= w_{jj}(0) \Big|_{P_{jj}(0)=1}, & (j=n_p+1, n_p+n_q). \end{aligned} \right.$$

由式 (10) 得短桩与短桩、长桩与长桩相互作用的柔度系数为

$$\delta_{pp,ij} = \begin{cases} w_{ij}(0) \Big|_{P_{ij}(0)=1}, & (0 < s < 12r_p), \\ 0, & (s \geq 12r_p), \end{cases}$$

($i=1, n_p$; $j=1, n_p$ 且 $i \neq j$)。

$$\delta_{qq,ij} = \begin{cases} w_{ij}(0) \Big|_{P_{ij}(0)=1}, & (0 < s < 12r_q), \\ 0, & (s \geq 12r_q), \end{cases}$$

($i=n_p+1, n_p+n_q$; $j=n_p+1, n_p+n_q$ 且 $i \neq j$)。

由式 (11) 可得长桩与短桩相互作用的柔度系数为

$$\delta_{pq,ij} = \begin{cases} w_{ij}(0) \Big|_{P_{ij}(0)=1}, & (0 < s < 12r_q), \\ 0, & (s \geq 12r_q), \end{cases}$$

($i=n_p+1, n_p+n_q$; $j=1, n_p$)。

根据位移互等定理, $\delta_{qp} = \delta_{pq}$ 。

此外, 对于散体材料桩 (如碎石桩等), 在荷载作用下将产生侧向膨胀, 其径向变形不容忽视 (见图 4), 可作如下修正。

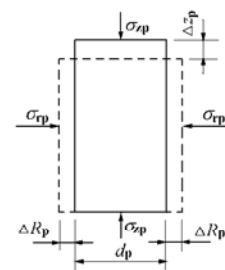


图 4 碎石桩桩体的应力应变关系图

Fig. 4 Stress-strain relationship

散体材料桩的应力应变关系十分复杂, 为简化计算, 假定其桩体内径向应变沿桩长为一常数^[9], 且不计桩体刚性位移, 则桩体的径向应变等于环向应变, 即 $\varepsilon_{rp} = \varepsilon_{\theta p}$, 由弹性力学可解得桩体竖向应力为

$$\sigma_{zp} = \frac{E_p}{1 + \nu_p} \left[\frac{\nu_p}{1 - 2\nu_p} (2\varepsilon_{rp} + \varepsilon_{zp}) + \varepsilon_{zp} \right]$$

$$= \frac{2\nu_p E_p}{(1+\nu_p)(1-2\nu_p)} \varepsilon_{rp} + \frac{(1-\nu_p)E_p}{(1+\nu_p)(1-2\nu_p)} \varepsilon_{zp}。$$

设 $K_p = -\varepsilon_{rp} / \varepsilon_{zp}$, 则:

$$\sigma_{zp} = \frac{E_p}{(1+\nu_p)(1-2\nu_p)} \left[2\nu_p - \frac{(1-\nu_p)}{K_p} \right] \varepsilon_{zp} = \alpha \varepsilon_{rp} \quad \text{代 入}$$

$\sigma_{zp} = P/A$, $\varepsilon_{rp} = \Delta r / r_i$, $\varepsilon_{zp} = \Delta z / l_i$, 则

$$\Delta z = \alpha \frac{l_i}{r_i K_p} \frac{P}{A_{pi}}。$$

修正后的与短桩相关的柔度系数为

$$\delta'_{pp} = \delta_{pp} + \Delta z|_{P=1}。$$

式中 K_p 为散体材料桩径向应变与竖向应变之比, 它与桩的材料, 周围土的性质等有关, 可通过试验确定。

(2) 桩—土相互作用柔度系数的计算

由单桩的柔度系数及位移场衰减系数 $\psi(s)$ 可得桩土相互作用的柔度系数^[8]为

$$\delta_{sp,ij} = \begin{cases} \psi_p(s) \delta_{pp,ij}, & (0 < s < 12r_p), \\ 0, & (s > 12r_p), \end{cases}$$

$(i = n_p + n_q + 1, N; j = 1, n_p)。$

$$\delta_{sp,ij} = \begin{cases} \psi_q(s) \delta_{pp,ij}, & (0 < s < 12r_q), \\ 0, & (s \geq 12r_q), \end{cases}$$

$(i = n_p + n_q + 1, N; j = n_p + 1, n_p + n_q)。$

$$\text{其中 } \psi_p(s) = \frac{\ln(12r_p) - \ln(s)}{\ln 12}$$

$$\psi_q(s) = \frac{\ln(12r_q) - \ln(s)}{\ln 12}。$$

根据位移互等定理, $\delta_{ps} = \delta_{sp}$; $\delta_{qs} = \delta_{sq}。$

(3) 土—土相互作用柔度系数的计算

土与土的相互作用柔度系数与所选地基模型有关, 垫层下桩间土因受到桩的约束, 侧向变形和相邻影响较小, 可假定符合温克尔地基模型, 故土—土相互作用的柔度系数为

$$\delta_{ss,ij} = \begin{cases} 1/c, & (i = j), \\ 0, & (i \neq j)。 \end{cases}$$

式中 c 为温克尔地基系数。

(4) 垫层作用的影响

可将垫层视为分布弹簧, 在桩—土体系的柔度矩阵的对角元加上单元荷载下垫层的压缩量^[10], 即得到修正后的柔度矩阵对角元为

$$\bar{\delta}_{ii} = \delta_{ii} + h_c / (E\bar{A}), \quad (12)$$

式中 h_c 为垫层的厚度; $\bar{A}$ 为桩的断面面积或某土节点对应的面积; E 为模量, 因桩顶及桩间土部位垫层所受竖向应力相差悬殊, 而水平约束应力基本相同, 故可对土节点处取压缩模量, 桩顶处取弹性模量。

上述方法对垫层影响的考虑比较简单, 进一步应考虑基础摩擦约束等对垫层变形的影响。

2.3 桩—土—垫层体系的沉降计算公式

桩—土—垫层体系共同作用的基本方程为

$$[K] \{w\} = \{P\}, \quad (13)$$

式中 $[K]$ 为桩—土—垫层体系的刚度矩阵,

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1i} & \dots & k_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{i1} & \dots & k_{ii} & \dots & k_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{N1} & \dots & k_{Ni} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix};$$

$\{w\}$ 、 $\{P\}$ 分别为相应节点的竖向位移向量 $\{w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_N\}^T$ 和反力向量 $\{P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_N\}^T$ 。显然对于 i 节点有

$$k_{i1}w_1 + k_{i2}w_2 + \dots + k_{ii}w_i + \dots + k_{iN}w_N = P_i。 \quad (14)$$

因假定承台结构为刚性, 则其下各节点的位移量相等, 即: $w_1 = w_2 = \dots = w_N = w$, 故式 (14) 可改写为

$$w \sum_{j=1}^N k_{ij} = P_i,$$

其基本方程式为

$$w \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij} = \sum_{i=1}^N P_i,$$

即

$$w = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij}} = \frac{P}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij}}。 \quad (15)$$

上式即为最终所要得到的沉降计算公式, 可通过计算机编程计算, 式中 P 为外加总荷载。

3 计算实例分析

本文选取文献[11]中的一工程实例, 对其左侧塔楼的复合地基进行分析, 桩位平面布置及计算网格的划分如图 5 所示。

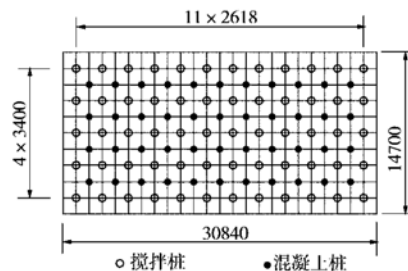


图 5 左侧塔楼桩位平面布置及计算网格的划分

Fig. 5 Plane of pile groups and the calculation grid

计算参数取值如下: 钢筋混凝土长桩共 44 $\phi 500$, 桩长 40 m, 桩身模量 $E_{p1} = 30000$ MPa; 水泥搅拌桩共

60 ϕ 600, 桩长 9 m, 桩身模量 $E_{p2}=360$ MPa; 碎石垫层厚 0.15 m, 压缩模量 $E_0=45$ MPa, 弹性模量 $E_s=50$ MPa; 长桩桩端以上为土层 1, 泊松比 $\nu_1=0.3$, 剪切模量 G_{s1} 由各土层的弹性模量根据弹性力学公式计算后, 按深度加权取平均值为 2.0 MPa, 根据土层情况, 参照文献[12]取地基系数 $c=1.5 \times 10^4$ kN/m³; 长桩桩端处土层 2 为中分化岩层, 泊松比 $\nu_2=0.20$, 剪切模量 $G_{s2}=3750$ MPa; 外部荷载为 74168 kN。

以本文程序计算得承台中心处沉降量为 10.2 mm, 而实测平均沉降量 8.8 mm, 理论与实测值比较接近, 表明本文计算方法是可行的。

4 结 语

(1) 利用剪切位移传递法和 Mylonakis & Gazetas 模型分别求得长短桩复合地基计算时的桩—桩、桩—土以及土—土相互作用柔度系数; 并提出了相应的长短桩复合地基沉降计算方法。

(2) 本文方法能较好地考虑桩与桩之间、桩土之间以及桩间土体之间的相互作用; 且适用于散体材料桩、半刚性以及刚性桩体。

(3) 计算实例表明, 本文计算方法与实测吻合较好, 但其中某些参数的选取还需要大量工程实例的验证。

(4) 本文计算未考虑桩土承载性状的非线性以及上部结构的影响, 有关研究有待进一步深入。

参考文献:

- [1] 朱小友, 尹华濂. 二元组合桩基及其在高层建筑中的应用[J]. 建筑结构, 1999, 12: 46 - 47, 52.
- [2] 龚晓南. 复合地基理论与工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 296 - 311.
- [3] 陈龙珠, 梁发云, 等. 高层建筑应用长短桩复合地基的现场试验研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(2): 167 - 171.
- [4] 龚晓南, 邓超. 长短桩复合地基在高层建筑中的应用[J]. 建筑施工, 2003, 25(1): 18 - 20.
- [5] 朱百里, 沈珠江, 等. 计算土力学[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990: 235 - 239.
- [6] 施鸣升. 沉入粘性土中桩的挤土效应探讨[J]. 建筑结构学报, 1983, 4(1): 60 - 71.
- [7] 《桩基工程手册》编委会. 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995: 157.
- [8] Mylonakis G, Gazetas G. Settlement and additional forces of grouped piles in layered soil[J]. Geotechnique, 1998, 48(1): 55 - 72.
- [9] 张定. 散体材料桩复合地基的沉降分析与计算[J]. 铁道学报, 1980, 20(6): 98 - 104.
- [10] 宋二祥, 沈伟, 等. 刚性桩复合地基—筏板基础体系内力、沉降计算方法[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 268 - 272.
- [11] 葛析声, 龚晓南, 张先明. 长短桩复合地基有限元分析及设计计算方法探讨[J]. 建筑结构学报, 2003, 24(4): 91 - 96.
- [12] 顾晓鲁, 铁鸿缙, 刘惠珊, 等. 地基与基础 (第 3 版) [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003: 395.