

# 非饱和膨胀土的弹塑性本构模型研究

曹雪山

(河海大学 交通学院, 江苏 南京 210098)

**摘要:** Alonso(1999)提出的膨胀土模型存在着微观结构参数难以确定的缺点。本文在阐述膨胀土干湿循环试验后, 对膨胀土的结构特征进行了分析, 并研究了膨胀土的微观变形机理。认为膨胀土宏观上的胀缩塑性变形是由两部分塑性变形组成, 一部分是微观结构层次中集聚体胀缩变形耦合后形成的微—宏观结构耦合变形, 另一部分是宏观结构塑性变形。由此, 本文改进了膨胀土模型, 利用宏观结构层次的参数和微—宏观结构变形耦合参数  $t$  计算前部分变形, 而后部分变形仍按低塑性非饱和土的弹塑性变形计算。最后通过计算实例表明: 模型的结论与试验相近。

**关键词:** 非饱和膨胀土; 微—宏观结构耦合变形; 改进膨胀土模型; 弹塑性本构模型

中图分类号: TU 41 文章标识码: A 文章编号: 1000-4548(2008)08-0832-05

**作者简介:** 曹雪山(1970-), 男, 讲师, 在读博士, 从事膨胀土边坡稳定数值分析的研究, 道路桥梁及地基处理等课程的教学工作。

## Elastoplastic constitutive model of unsaturated expansive soils

CAO Xue-shan

(Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** The microstructure parameter of the expansive soil model, proposed by Alonso in 1999, is difficulty to test. After describing the expansive soil test under cyclic drying and wetting, the structure characteristics of expansive soil were analysed, and the mechanism of microstructure behavior of expansive soil was studied. The conclusion is that the strain observable at the macroscopic scale can be divided into two parts: one part is the coupled micro-and macro-structure strain, which comes from the swelling-shrinkage strain of particle assemblage at the microscope; the other is macrostructure plastic strain. Therefore, the expansive model was modified. In the modified expansive model, the former strain was calculated by macrostructure parameters and  $t$ , a micro-and macro-structure coupled parameter. The latter strain equaled to the elasto-plastic strain of low plastic unsaturated soils. Finally, an example indicates that the calculated result of the model is similar to that obtained from expansive soil test.

**Key words:** unsaturated soils; micro-and macro-structure coupled strain; modified expansive model; an elastoplastic constitutive model

## 0 引言

由于在膨胀土的组成成分中存在以蒙脱石为主的膨胀矿物, 当气候发生干湿变化时, 建筑在这种地基上的建筑物因地基的湿胀干缩而引起较大的变形, 最后可导致破坏。为此, 在工程实践中, 建设各方均应加强对非饱和膨胀土地基的强度、变形的认识<sup>[1]</sup>。

在膨胀土研究的数值计算方面, 目前本构模型比较认同的是 Alonso 的膨胀土模型<sup>[2]</sup>, 这是他在提出非饱和土模型<sup>[3]</sup>之后, 通过研究膨胀土的微观变形机理<sup>[4]</sup>后提出来的。膨胀土模型能反映膨胀土的湿胀干缩变形性质, 因此该模型具有一定的应用与研究价值。但同时也存在一定的缺点, 主要有: ①土体变形分微观变形和宏观变形, 需分别计算这两个层次的变形才

能得到土体总变形, 因此模型显得过于复杂; ②普通试验无法量测到微观结构层次的变形, 其相应的参数只能假定, 增加了微观结构变形结果的随意性。本文通过研究土体微观结构与宏观结构受力作用后变形机理, 对该模型进行分析, 提出改进的简化方法, 目的是使其更为完善与便于应用。

## 1 膨胀土干湿循环试验及其机理分析

### 1.1 膨胀土干湿循环试验<sup>[5]</sup>

Dif 和 Bluemel 对 Hoheneggsen 土( $w_L=48\sim55\%$ ,  $w_p=15\sim21\%$ ,  $w=28.5\%$ ,  $\rho_0=13.9 \text{ kN/m}^3$ ) 在竖向压力  $\sigma_v=100 \text{ kPa}$  作用下, 在改进的固结仪中进行干湿

循环试验。通过量测试样的轴向应变和含水量确定土体的胀缩变形情况。试验结果<sup>[5]</sup>如图1。结果表明, 在干湿循环试验的初始1~2次循环中膨胀土的压缩变形较大, 而在随后循环中, 压缩变形量与膨胀变形量十分相近。虽然两者并非一个完全可逆的过程<sup>[6]</sup>, 如膨胀土的吸水膨胀速度远比失水收缩速度要快, 但根据有预压力的水分特征曲线, 具有逆向回滞现象<sup>[7,8]</sup>, 因此可看作微观结构层次上是可逆过程。

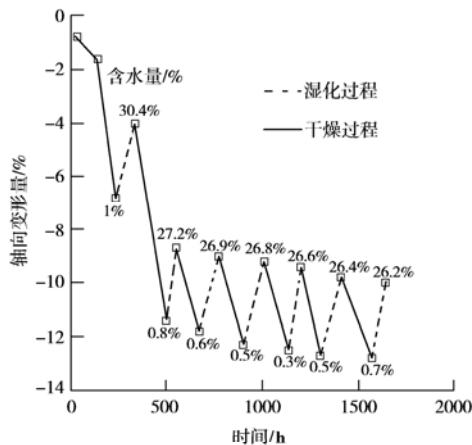


图1 膨胀土的干湿循环试验

Fig. 1 Expansive clay test under cyclic drying and wetting

## 1.2 膨胀土变形机理分析

### (1) 膨胀土的结构

膨胀土结构构造在宏观结构上, 由单粒、集聚体和孔隙组成。其中集聚体之间的结构特征是决定膨胀土的物理力学性质的主要因素<sup>[9]</sup>, 蜂窝状和骨架状结构类型的膨胀土不具膨胀性, 而基质状、紊流状、层流等6种结构膨胀土均有膨胀性。膨胀土的孔隙孔径和分布可由压汞试验测定, 呈双峰型分布<sup>[10]</sup>, 如图2所示。其中较大孔隙存在于集聚体之间, 或集聚体与单粒之间的空隙, 一般是 $\mu\text{m}$ 级, 由水和空气充填, 使土体处于非饱和状态。而较小孔隙则是集聚体内部, 在粘土片之间的微小空隙, 一般是nm级, 由水饱和。

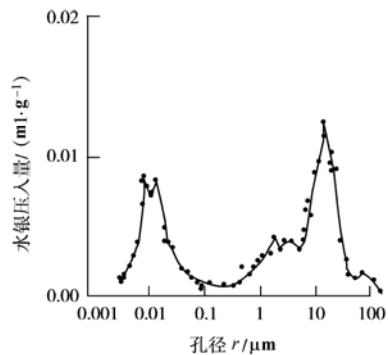


图2 膨胀土的孔隙分布特征

Fig. 2 Pore-size distribution of expansive clay

### (2) 膨胀土的变形机理分析

在膨胀土干湿循环的变形过程中, 影响膨胀土胀

缩变形的因素是不完全相同的。在某级荷载作用下, 当土体干燥时, 水分蒸发, 含水量减少, 吸力增加, 根据Bishop的非饱和土有效应力原理, 颗粒间有效应力增加, 土体中集聚体受到压缩, 集聚体内孔隙减小。部分微集聚体集聚成较大的集聚体<sup>[11]</sup>, 于是集聚体之间的孔隙转变为较大集聚体内孔隙。与宏观结构相互耦合后产生变形, 这种变形称为微—宏观结构的耦合收缩变形; 另一方面, 基质吸力的增加还加强了颗粒之间的连接, 这样产生的弹塑性变形, 类同于低塑性非饱和土的弹塑性变形。反之, 在膨胀土浸水过程中, 土体吸力减小, 集聚体的有效应力相应减小, 于是在微观结构层次上就会发生膨胀变形, 体现在: 集聚体回弹使集聚体内孔隙增大; 集聚体内粘土片比表能大, 吸引水分子进入; 粘土片所带正电性, 互相产生电斥力等等。当这些因素产生的作用力大于集聚体的有效应力约束时, 微观上集聚体膨胀, 集聚体内孔隙增大, 部分颗粒崩解, 形成次一级的微集聚体<sup>[12]</sup>, 集聚体内的孔隙转变为集聚体间的孔隙, 这种由微观结构的变形引起宏观结构的变形, 称为微—宏观的耦合膨胀变形。另外, 吸力的减小引起了土体骨架刚度相应减小, 如果此时膨胀土颗粒间孔隙较大, 就会产生湿陷变形, 例如南昆铁路膨胀土路堤在施工时因干燥的膨胀土块不易压实, 在施工后在车辆荷载作用下路堤遇水发生了显著的下沉作用<sup>[13]</sup>, 导致路基病害。

总之, 膨胀土的塑性变形有两部分组成: 微—宏观结构耦合产生的胀缩变形和宏观结构的塑性变形。前者变形量决定于微观结构中的粘土矿物类型和微观、宏观结构层次的颗粒之间排列特征等; 后者变形量则与宏观结构特征相关, 如颗粒之间排列特征、粒径分布等。

## 2 模型建立

### 2.1 假设条件

根据Alonso提出非饱和膨胀土模型<sup>[4]</sup>和以上对膨胀土微—宏观结构互相作用机理的分析和描述, 非饱和膨胀土模型的变形由两部分组成: 一部分是与非饱和膨胀土的活性矿物特性相关的微观结构层次变形引起的变形, 另一部分与非饱和土宏观结构排列相关的变形。因此, 可以假设: ①在微观结构层次上集聚体为饱和土体, 有效应力原理适用; ②微观结构变形可逆, 仅有体应变, 可看作弹性变形; ③微观—宏观的结构物理化学平衡; ④对微—宏观结构的耦合作用可用宏观结构层次的弹塑性变形表达微观结构层次的变形累计量; ⑤宏观结构层次的变形仍由低塑性非饱和土的弹塑性变形计算。

### 2.2 非饱和膨胀土的弹性变形

膨胀土的弹性变形，主要由土体宏观结构层次的  $p$ 、 $q$ 、 $s$  作用后产生。故其计算可按 Alonso 的低塑性非饱和土模型<sup>[2]</sup>计算：

$$d\epsilon_v^e = \frac{\kappa}{v} \cdot \frac{dp}{p} + \frac{\kappa_s}{v} \cdot \frac{ds}{s + p_{atm}} , \quad (1)$$

$$d\epsilon_s^e = \frac{1}{3G} dq , \quad (2)$$

式中  $d\epsilon_v^e$ 、 $d\epsilon_s^e$  为土体的弹性体应变增量和弹性偏应变增量； $p$ 、 $q$ 、 $s$  分别称为净平均应力、偏应力和吸力； $G$  为剪切模量； $p_{atm}$  为大气压； $v$  为土的比容； $\kappa$  为与净平均应力  $p$  相关的弹性刚度系数； $\kappa_s$  为与吸力  $s$  相关的弹性刚度系数。

### 2.3 非饱和膨胀土的塑性变形

以上变形机理分析表明膨胀土的塑性变形由两部分组成，即微—宏观结构耦合产生的胀缩变形和宏观结构的塑性变形。

#### (1) 膨胀土的胀缩变形

由于非饱和膨胀土的胀缩变形是由膨胀土的微观结构变形引起的，因此首先要计算微观结构的变形。微观结构变形计算公式<sup>[2]</sup>为

$$d\epsilon_{vm} = \frac{(1+e_\mu)}{\kappa_m} \frac{dp'}{p'} , \quad (3)$$

式中  $d\epsilon_{vm}$  为集聚体的体应变增量； $e_\mu$  为集聚体内微观孔隙比； $\kappa_m$  为集聚体的弹性刚度系数； $p'$  为有效应力，根据 Bishop 有效应力公式可得  $p' = p - u_w = p - u_a + u_a - u_w = p + s$ ， $u_a$  为气压力， $u_w$  为水压力。考虑到目前一般非饱和土试验中无法量测到微观结构层次的变形，微观结构层次的集聚体内孔隙比  $e_\mu$  和集聚体的弹性刚度系数  $\kappa_m$  也只能假定，所以为使问题能简化，并具有实用性，采用宏观参数来求，于是令：

$$t = \frac{(1+e_\mu)}{(1+e_0)} \cdot \frac{\kappa}{\kappa_m} , \quad (4)$$

式中  $t$  为反映微—宏观结构互相耦合作用后产生变形的耦合参数，影响因素有：组成集聚体的矿物物理化学性质、形成集聚体的结构类型和宏观结构层次的颗粒之间排列特征等； $e_0$  为土体宏观结构孔隙比；于是微观结构体应变增量为

$$d\epsilon_{vm} = t \cdot \frac{(1+e_0)}{\kappa} \frac{dp'}{p'} . \quad (5)$$

微观结构层次的弹性变形耦合到宏观的塑性变形，其塑性屈服面为  $p' = (p + s) = C$ ，即 NL 屈服面。NL 屈服面在  $s - p$  空间平面上为  $45^\circ$  斜线，即：

有效应力降低时，微观膨胀的 SD 屈服面：

$$p' - s_D = (p + s) - s_D = 0 , \quad (6)$$

式中  $s_D$  为微观结构膨胀的结构软化参数。

有效应力升高时，微观收缩的 SI 屈服面：

$$s_I - p' = s_I - (p + s) = 0 , \quad (7)$$

式中  $s_I$  为微观结构收缩的结构硬化参数。

此外，宏观结构的胀缩变形除了与微观结构层次集聚体的胀缩变形外，还与宏观应力状态相关<sup>[14]</sup>。吸力控制的循环试验表明微观膨胀与宏观结构的密实度也有关。因此考虑宏观应力状态  $(p/p_o)$  时，宏观结构的耦合胀缩变形计算式<sup>[2]</sup>为

$$\text{当 } dp' = d(p + s) < 0 \text{ 时 } d\epsilon_{vc}^p = f_D \cdot d\epsilon_{vm} , \quad (8)$$

$$\text{当 } dp' = d(p + s) > 0 \text{ 时 } d\epsilon_{vc}^p = f_I \cdot d\epsilon_{vm} , \quad (9)$$

式中  $d\epsilon_{vc}^p$  为微—宏观结构的耦合胀缩变形增量； $f_D$ 、 $f_I$  分别是有效应力减小或增加时微—宏观结构耦合函数，与  $(p/p_o)$  相关； $p_o$  为某吸力时的屈服净平均应力。 $f_D$ 、 $f_I$  表达式如下：

$$f_D = f_{D0} + f_{D1} \left(1 - \frac{p}{p_0}\right)^{n_D} , \quad (10)$$

$$f_I = f_{I0} + f_{I1} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{n_I} , \quad (11)$$

式中  $f_{D0}$ 、 $f_{D1}$ 、 $n_D$ 、 $f_{I0}$ 、 $f_{I1}$ 、 $n_I$  分别是材料参数。

于是式(8)、(9)为

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_{vc}^p &= f_D \cdot t \cdot \frac{(1+e_0)}{\kappa} \frac{dp'}{p'} , \\ d\epsilon_{vc}^p &= f_I \cdot t \cdot \frac{(1+e_0)}{\kappa} \frac{dp'}{p'} , \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

上式表明微—宏观耦合产生的胀缩变形与土体的初始孔隙比  $e_0$ ，作用在土体上的外荷载  $p$ ，吸力  $s$  的大小及其变化量等相关，这与文献[4]的结论相吻合。

计算微观结构层次变形时，SI，SD 屈服面硬化规律分别为

$$ds_D = \frac{\kappa}{t \cdot f_D} (d\epsilon_{vm}^p) , \quad (13)$$

$$ds_I = \frac{\kappa}{t \cdot f_I} (d\epsilon_{vm}^p) , \quad (14)$$

#### (2) 非饱和膨胀土的宏观结构塑性变形

在各向同性加载条件下，膨胀土的宏观屈服特性和一般非饱和土相似<sup>[15]</sup>，仍可以用 LC 曲线和吸力屈服的水平线。计算时采用 Alonso 的低塑性非饱和土模型<sup>[2]</sup>，LC 屈服面方程为

$$q^2 - M^2 (p + p_s)(p_0 - p) = 0 , \quad (15)$$

$$\frac{p_0}{p^c} = \left( \frac{p_0^*}{p^c} \right)^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}} , \quad (16)$$

$$\lambda(s) = \lambda(0)[(1-r)\exp(-\beta s) + r] \quad . \quad (17)$$

式中  $p_s = k \cdot s$ ;  $p_0^*$  是饱和状态下的净平均屈服应力;  $p_s$  是某吸力下 CSL 线在  $p$  轴上截距;  $M$  是临界状态线(CSL)的斜率;  $k$  为反映粘聚力随吸力增长的参数;  $p^c$  为参考应力;  $\lambda(s)$  是某吸力条件下净平均应力加载屈服后的压缩指数, 当土饱和时, 即为  $\lambda(0)$ ;  $r$  为与土最大刚度相关的常数,  $r = \lambda(s \rightarrow \infty) / \lambda(0)$ ;  $\beta$  为控制土刚度随吸力增长速率的参数。

对于吸力屈服的水平线, 由于上面已定义了“吸力增加时微观收缩的屈服面为 SI”, 因此此处与吸力相关的宏观结构塑性屈服面只能定义为 SIM, 于是 SIM 屈服面方程<sup>[3]</sup>为

$$s = s_0 \quad , \quad (18)$$

式中  $s_0$  为吸力增加时宏观结构的硬化参数。

吸力增加时宏观结构塑性体应变增量为

$$d\varepsilon_{vs}^p = \frac{\lambda_s - \kappa_s}{v} \cdot \frac{ds}{s + p_{atm}} \quad , \quad (19)$$

式中  $d\varepsilon_{vs}^p$  为当吸力增量为  $ds$  时宏观结构塑性体应变增量;  $\lambda_s$  是吸力加载屈服后的压缩指数。

模型采用关联流动法则, LC 屈服面的硬化规律为

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0) - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad , \quad (20)$$

式中  $d\varepsilon_v^p$  为宏观结构总塑性体应变增量, 包含了由吸力增量和净平均应力增量引起的宏观结构塑性体应变。

SIM 屈服面的硬化规律为

$$\frac{ds_0}{s_0 + p} = \frac{v}{\lambda_s - \kappa_s} d\varepsilon_v^p \quad . \quad (21)$$

总之, 三轴应力状态下的膨胀土体, 在  $p-q-s$  空间中屈服面 LC、SIM、SI、SD 所包围的区域中, 加载路径是弹性变形, 当应力路径发生变化, 超越任一屈服面, 土体将发生屈服。SI、SD、SIM 屈服后仅产生塑性体变, 而 LC 屈服后不仅有塑性体变, 还有塑性剪应变。

### 3 模型参数确定及其应用

表 1 膨胀土体的模型参数

Table 1 Model parameter of expansive soil

$\kappa$	$\kappa_s$	$\lambda(0)$	$r$	$\beta/(kPa^{-1})$	$p^c/(kPa)$	$e$	$k$	$M$	$S_r$
0.045	①/kPa	0.16	0.564	0.00544	42	0.932	0.0073	1	②/kPa
$\sigma_v/(kPa)$	$p_0^*/(kPa)$	$t$	$f_{D0}$	$f_{D1}$	$n_D$	$f_{I0}$	$f_{I1}$	$n_I$	$s_0$
50	450	2.99	0	0.01	3.02	0	0.012	0.402	125

注: ①  $\kappa_s(p) = \max\{0.005, 0.0398 - 0.00745 \log p\}$ ; ②  $S_r(s) = 0.8 + 0.092\{1.22 - 0.22 \log s\}$ 。

经过上述对膨胀土模型的改进, 模型在计算微观结构和宏观结构的变形时, 所用参数均属宏观结构层次的参数, 这些参数可通过 4 种非饱和土三轴试验得到。与 LC 屈服线相关的参数  $\kappa$ 、 $\lambda(0)$ 、 $r$ 、 $\beta$  和  $p_c$ , 可由  $v-1gp$  曲线斜率及屈服净平均应力  $p_0(s)$  得到。与吸力加载屈服相关的参数  $\kappa_s$ 、 $\lambda_s$ , 由控制净平均应力收缩试验的  $v-1g(s + p_{atm})$  曲线得到。与 SD、SI 屈服线相关的参数  $f_{D0}$ 、 $f_{D1}$ 、 $n_D$  和  $f_{I0}$ 、 $f_{I1}$ 、 $n_I$  由膨胀试验的体积变化结果计算得到。微—宏观结构耦合参数  $t$  由实测值和膨胀试验的体积变化结果计算对比如分析得到。由不同吸力下的三轴排水剪切试验结果。整理后得到  $p-q-s$  空间屈服面的  $M$ 、 $k$  和  $G$  参数。表 1 中土的初始状态变量值和模型参数值是文献[4]中对膨胀土的试验结果。

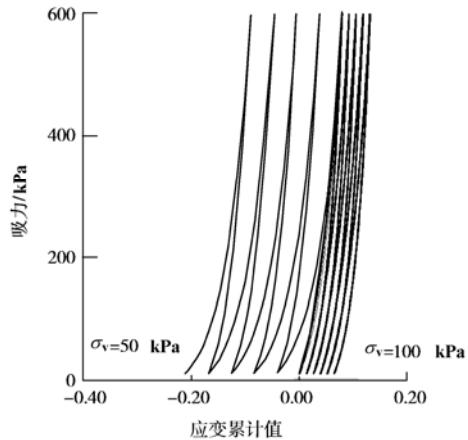


图 3 修正膨胀土模型在干湿循环中的体应变累计结果

Fig. 3 Modified expansive soil model calculation example of volumetric strain during suction cycles

在干湿循环试验中膨胀土试样变形发展状况可由本文模型计算求得。如图 3 所示, 在有侧限条件下, 膨胀土在竖向压力( $\sigma_v=50$  kPa 和  $\sigma_v=100$  kPa)下固结后进行干湿循环, 土体的体积变形累计情况不相同。模型结果表明: ①变形性质与土体所处应力状态相关。当固结压力较低时, 干湿循环后土体发生膨胀变形, 且随干湿循环次数增加不断增长; 当固结压力较高时,

干湿循环后土体变形表现为压缩变形；②膨胀土在干湿循环中表现的塑性变形表现出不完全可逆的塑性变形特征；③干湿循环过程中累计的变形量表现为膨胀变形值累计绝对值较大，而压缩变形累计量相对较小。这此现象与膨胀土试验所得结果<sup>[6, 7, 8, 15]</sup>是一致的。

## 4 结 论

(1) 改进膨胀土模型不需测试微观结构层次的参数，只需利用宏观结构层次的参数和微—宏观结构耦合参数  $t$  便可计算微观结构变形。

(2) 改进膨胀土模型参数，可由四种非饱和土的三轴试验确定。

(3) 改进模型仍能很好地反映膨胀土干湿循环的变形性质，并与三轴排水试验的结论相近。

(4) 微-宏观结构耦合胀缩变形和宏观结构塑性变形合并构成了膨胀土的塑性变形总量。

## 参考文献：

- [1] 曹雪山. 非饱和土深基坑监理工作研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(增1): 4662 - 4665.
- [2] Alonso E E. Modeling the mechanical behaviour of expansive clays[J]. Engineering Geology, 1999, 54: 173 - 183.
- [3] Alonso E E, Gens A, Josa A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. Geotechnique, 1990, 40(3): 405 - 430.
- [4] Gens A, Alonso E E. A framework for the behaviour of unsaturated expansive clays[J]. Canadian Geotechnique Journal, 1992, 29: 1013 - 1032.
- [5] Dif A E, Bluemel W F. Expansive soils under cyclic drying and wetting, technical note[J]. Geotech. Testing J., 1991, 14(1): 96 - 102.
- [6] 李献民, 王永和, 肖宏彬, 等. 击实膨胀土胀缩速度特性的对比研究[J]. 铁道学报, 2003, 25(2): 115 - 120.
- [7] 缪林昌, 刘松玉. 南阳膨胀土的水分特征和强度特性研究[J]. 水利学报, 2002, 21(1): 87 - 92.
- [8] 龚壁卫, 吴宏伟, 王斌. 应力状态对膨胀土 SWCC 的影响研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(12): 1915 - 1918.
- [9] 李生林, 秦素娟, 薄遵昭, 等. 中国膨胀土工程地质研究[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1992.
- [10] 徐永福, 刘松玉. 非饱和土强度理论及工程应用[M]. 南京: 东南大学出版社, 1999.
- [11] 胡瑞林. 粘性土微观结构定量模型及其工程地质特征研究 [M]. 北京: 北京地质出版社, 1995.
- [12] 杨文辉, 王小军. 膨胀土(岩)湿化性的试验方法研究[J]. 中国铁道科学, 1999, 20(1): 30 - 40.
- [13] 冯玉勇, 张永双, 曲永新, 等. 南昆铁路百色盆地膨胀土路堤病害机理研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 463 - 467.
- [14] 缪林昌, 仲晓晨, 殷宗泽. 非饱和膨胀土变形规律的试验研究[J]. 大坝观测与土工测试, 1999, 23(3): 36 - 39.
- [15] 卢再华, 陈正汉, 孙树国. 南阳膨胀土变形与强度特性的三轴试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(5): 717 - 723.

## 《岩土工程学报》2005 年改为月刊

多年来广大读者对本刊寄予极大的热情和殷切的希望，而把本刊办成读者满意的学术园地也是编者始终不渝的目标和愿望。

今天，在主办单位和承办单位的关心和支持下，本刊办成月刊的条件终于成熟。编者擦一把头上的热汗，以极欣慰的心情奉告读者，自 2005 年第 1 期起本刊将以月刊的面貌和读者

见面。改版后本刊无疑将广纳更多优秀成果，向广大读者的心和爱护致以由衷的谢意，并将一如既往竭诚为读者服务。在 2005 年到来的时候，《岩土工程学报》将以更广阔的天地迎接读者！

(本刊编辑部)