

土层地震行波反应分析中侧向人工边界的影响

Effect of vertical artificial boundary on seismic response of soil layer under traveling wave excitations

潘旦光¹, 楼梦麟², 董 聪¹

(1. 清华大学 土木系, 北京 100084; 2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 假定土层为线性粘弹性介质, 主要探讨了行波地震输入作用下采用有限元法分析均匀土层时有限土域的取值范围对计算精度的影响。在频域内分析了土层地震反应随不同侧向人工边界、迫振频率、阻尼、土层长深比和地震波传播速度的变化规律, 以及水平方向和垂直方向土层地震反应的特点。应用所得的计算成果对一河谷地形的土层进行地震反应分析, 计算结果表明采用本文土层范围取值来确定土域的计算范围可以得到满意的结果。

关键词: 地震反应; 行波效应; 人工边界

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2005)03-0308-05

作者简介: 潘旦光(1974-), 男, 浙江仙居人, 博士后, 博士, 从事防灾减灾研究。

PAN Dan-guang¹, LOU Meng-lin², DONG Cong¹

(1. Department of Civil engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on linear visco-elastic assumption, the precision of results influenced by the scope of soil region is analyzed when seismic excitations are traveling waves. In frequency domain, the seismic response of soil layer varying with artificial boundary, damp coefficient, exciting frequency, the ratio of width and depth of soil layer, and the apparent velocity of earthquake wave is discussed. At the same time, the characteristics of horizontal and vertical seismic response are analyzed. Based on above conclusion, the seismic response of a river-crossing topography is calculated. The results show that the scope of soil layer is used to determine the parameters of soil satisfactory.

Key words: seismic response; wave passage; artificial boundary

0 前 言

目前, 在进行场地地震小区划和地震安全性评价中, 分析地表土层的地震反应时, 通常通过地震输入沿基岩面竖直向上传播的平面剪切波来求得^[1]。这样所得的地表土层地震反应时程用于分析空间尺寸较小的结构比较合适。在进行大跨度结构地震反应分析时, 如何确定不同支座处的地震动时程是个值得关注的问题^[2~4]。当土层场地条件复杂时, 难以得到问题的解析解或半解析解, 因而通常采用数值解的方法^[5]。在采用直接有限元法进行土层的地震反应分析时, 需用有限的土域来模拟实际为半无限的土域, 由此带来人工边界的模拟问题。为减少人工边界上波动反射所带来的误差, 不少学者做了许多工作^[6,7]。但几乎所有的局部人工边界都是基于内源激振条件下所得到的, 所考虑的是从计算土层域内向外辐射振动能量的波动问题, 侧重点是模拟体系的振动能量向无限远处传递的辐射效应。在地震作用下, 采用直接有限元法进行土层的动力反应分析, 实际上是一个外源激振问题, 而不是内源激振问题。外源激振问题中的土层人工边

界影响要比内源激振问题复杂得多, 不仅需要考虑内源激振条件下人工边界的影响, 而且还需要考虑土层有限域化后使得地震激励源范围也相应减少所带来的影响。对于一致输入作用下土层地震反应的特点以及采用直接有限元法进行地震反应分析时土层计算范围取值的一些规律, 本文作者分别在时域^[8]和频域^[9]内做过初步讨论。实际上, 地震波是一个复杂的传播过程, 地震波在沿基岩面传播的过程中引起土层运动, 因此, 土层表面两点间的波动差异不仅与土层有关, 而且与地震波在基岩中的传播状态有密切关系。基于一致输入所得的土层计算范围的计算规律是否能直接应用到多点输入的地震反应分析的问题, 有待进一步探讨。在当前对基岩地震波的分布规律尚缺乏深入认识的情况下, 本文对输入地震波采用行进地震波假定, 通过数值分析的方法, 对行波输入下土层表面地震反应的特点进行初步探讨。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50278070); 863 计划资助项目 (2002AA615110); 国家电力公司资助项目 (G-1/KJ-00)

收稿日期: 2004-03-17

1 多点输入下土层有限元分析的运动方程

在多点输入下, 半空间上土层采用有限元法进行地震反应计算时, 需要截取一定的范围进行计算。图1表示半无限土体有限化后的有限元模型, 这样截取之后, 土层的地震反应分析就相当于一个具有 m 个支座的离散化系统在多点地震波下的动力反应。计算中土介质的阻尼采用滞后阻尼假定, 滞后阻尼系数为 ξ 。为表述方便, 将位移 u 分解为非约束自由度的位移 u_1 和支座处的输入位移 u_b , 即 $u = [u_1 \ u_b]^T$, 其运动方程可表示为

$$\begin{bmatrix} M & M_c \\ M_c^T & M_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + (1 + i2\xi) \begin{bmatrix} K & K_c \\ K_c^T & K_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_b \end{Bmatrix} = \{F_b\}, \quad (1)$$

式中 M 和 K 分别代表对应于非约束自由度的质量矩阵和刚度矩阵, M_c 和 K_c 为对应于非约束自由度和约束自由度之间的耦合矩阵, M_b 和 K_b 为对应于支座处约束自由度的质量矩阵和刚度矩阵。在求解式(1)时, 通常将 u_1 分解为拟静态位移 u_s 和动态位移 u_d , 即

$$u_1 = u_s + u_d, \quad (2)$$

其中拟静态位移为

$$u_s = -K^{-1}K_c u_b = -R u_b, \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)中, 并整理得

$$M \ddot{u}_d + (1 + i2\xi) K u_d = (MR - M_c) \ddot{u}_b, \quad (4)$$

如果各单元的滞后阻尼比不同时, 则式(4)右边还将出现阻尼力项, 但通常阻尼力相对于惯性力来说是一个小量, 可以忽略不计。当采用集中质量矩阵时, 则 $M_c = 0$ 。此时式(4)可表示为

$$M \ddot{u}_d + (1 + i2\xi) K u_d = MR \ddot{u}_b, \quad (5)$$

在零初始条件下, 对式(2)、式(3)和式(5)作 Fourier 变换, 可得频域运动方程

$$U_1 = U_s + U_d, \quad (6)$$

$$U_s = -K^{-1}K_c U_b, \quad (7)$$

$$[-\omega^2 M + (1 + i2\xi)K]U_d = -\omega^2 M K^{-1}K_c U_b. \quad (8)$$

求解式(8)得各自由度的动态位移反应, 然后代入式(6), (7)即可得各自由度的绝对位移反应。

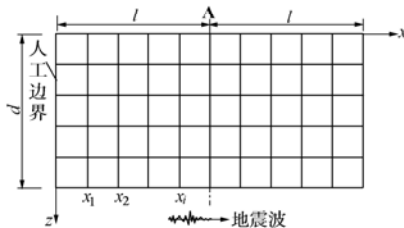


图1 土层有限元计算模型

Fig. 1 Finite element model of soil layer

2 地震动输入

在进行多点输入地震反应分析时, 式(1)中 u_b 在各支座的地震波可完全不同。在当前对基岩地震波的分布规律尚缺乏深入认识的情况下, 文中采用行进地震波假定, 即土层地震输入为行波输入。同时, 在分析行波效应时, 不考虑输入地震波的波幅衰减效应, 仅考虑各激振点相位差的影响。

基于上述假定, 在有限元模型中, 如入射起始点的地震波位移时程为 $u_{b0}(t)$ 时, 那么在地震波传播方向上, 与入射点相距 x_i 某点处的水平方向位移时程为

$$u_{bi}(t) = u_{b0}(t - x_i/c), \quad (9a)$$

式中 c 为地震波的行进速度。同时令各激振点垂直方向位移为零, 即

$$w_{bi}(t) = 0, \quad (9b)$$

对式(9)作 Fourier 变换即可得频域下基岩表面各点处的位移 U_b ,

$$U_b(\omega) = U_{b0}(\omega) \exp(i\omega t)$$

$$[1 \ 0 \ \cdots \ \exp(-i\omega \frac{x_i}{c}) \ 0 \ \cdots \ \exp(-i\omega \frac{2l}{c}) \ 0]^T. \quad (10)$$

在行波激励作用下, 求解频域运动方程, 可得节点绝对位移复反应。当激振频率为 ω 时, 土层表面中点 A 处水平方向和垂直方向绝对位移相对于土层底面水平方向绝对位移的放大系数为 $\beta_U(\omega)$, $\beta_W(\omega)$ 为

$$\beta_U(\omega) = |U_t(\omega)/U_b(\omega)|, \quad (11a)$$

$$\beta_W(\omega) = |W_t(\omega)/U_b(\omega)|, \quad (11b)$$

式中 $U_t(\omega)$, $W_t(\omega)$ 为在激振频率为 ω 时, A 点的水平方向和垂直方向的位移反应。

3 半空间上均匀土层地震反应波动解

对于层状土层, 在体波入射情况下可通过求解波动方程得到其解析解。因此, 对于同一土层, 通过比较波动解和有限元解间的误差来分析有限元法近似解的精确性。如土层的材料参数为常数, 则行波输入下土层的地震反应分析即为土层底面运动已知情况下, 半空间上的均匀土层的地震反应。土层和基岩的材料阻尼采用滞后阻尼模型, 即 $G^* = (1 + i2\xi)G$ 。由于在有限元法进行土层地震反应计算中不考虑输入地震波的波幅衰减效应, 因此, 取基岩中阻尼 $\xi^R = 0$ 。下文先介绍土层地震反应的理论解^[10]。图2表示在 P 波入射下, 基岩上一厚度为 d 的均匀土层各物理量的定义。下面采用这样的符号假定, 基岩中的各物理量用上标为 R 表示, 均匀土层中的各物理量用上标为 L 表示。

当 P 波以 ψ_p^R 入射时, 入射波的余弦 m_p^R 为

$$m_p^R = \cos \psi_p^R, \quad (12)$$

则场地的相速度 c 和波数 k 为

$$c = c_p^R / m_p^R, \quad k = \omega / c. \quad (13)$$

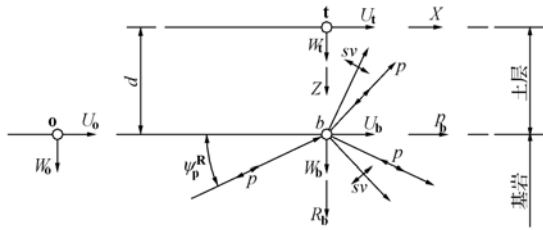


图 2 半空间上均匀土层平面内运动定义

Fig. 2 Nomenclature of homogeneous layer on half-space for in-plane motion

若基岩中阻尼 $\xi^R = 0$, 则 c 和 k 为实数, 于是运动沿水平方向不发生衰减, 此时相速度即为视波速。根据 Snell 定律, 可确定土层的 ψ_p^L 和 ψ_{sv}^L , 即

$$c = \frac{c_p^*}{m_p^L} = \frac{c_s^*}{m_{sv}^L} \quad (14)$$

其中 $m_p^L = \cos \psi_p^L$, $m_{sv}^L = \cos \psi_{sv}^L$, 当土层中存在阻尼的情况, 则 ψ_p^L 和 ψ_{sv}^L 为复数。

在水平波输入下均匀土层的有限元分析实际上就是在土层底面垂直方向位移 $W^b=0$ 条件下的土层地震反应。此时, 均匀土层运动方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{t} \cos ksd \sin ktd + \left(\frac{3-t^2}{1+t^2} (1 - \cos ksd \cos ktd) + s \sin ksd \cos ktd \right) \frac{1+2s^2t^2}{st(1+t^2)} \sin dsd \sin ltd \right) \\ \left(\frac{3-t^2}{1+t^2} (1 - \cos kds \cos ktd) + \left(\frac{1}{s} \sin lsd \cos ktd + \frac{1+2s^2t^2-t^2}{st(1+t^2)} \sin ksd \sin ktd \right) t \cos ksd \sin ktd \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t \\ iW_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -s \sin ksd - \frac{1}{t} \sin ktd \\ -\cos ksd + \cos ktd \end{Bmatrix} U_b \quad (15)$$

式中 $s = -i\sqrt{1-1/(m_p^L)^2}$, $t = -i\sqrt{1-1/(m_{sv}^L)^2}$ 。

从上式可知, 当土层的底面运动和相速度已知时, 则土层的地震反应与基岩的性质无关, 而仅与土层的性质有关。求解式 (15) 即可得土层表面水平方向和垂直方向绝对位移相对于土层底面水平方向绝对位移的放大系数 $\beta_U(\omega) = |U_t(\omega)/U_b(\omega)|$, $\beta_W(\omega) = |W_t(\omega)/U_b(\omega)|$ 。

4 参数影响数值分析

对同一土层分别采用波动方法和有限元方法进行计算, 其中波动方法所得土层反应为准确值。在有限元方法中, 土层长深比 l/d 取为不同的数值, 将所得的土层反应的近似结果与波动方法的计算结果相比较, 则有限元方法近似分析结果的相对误差可表示为

$$e = \frac{|a| - |a^*|}{|a^*|} \times 100\% \quad (16)$$

式中 a 和 a^* 为土层顶面在各频率下的放大系数。其中 a 为有限元方法分析结果, a^* 为波动方法分析结果。对于匀质土层, 在随后的分析中采用以下参数来描述相对误差的影响因素: 无量纲频率 $\bar{\omega} = \omega d / c_s$; 计算土层长深比 l/d ; 土层 P 波速和相速度之比 $\bar{c}_p = c / c_p^L$; 土介质的滞后阻尼系数 ξ 。人工边界采用两种人工边界形式, 即自由边界和 Lysmer 边界^[6]。

图 3 和图 4 分别表示在不同波速比作用下, 由式 (15) 所得土层水平方向和垂直方向放大系数 β_U , β_W 和无量纲频率 $\bar{\omega}$ 的关系曲线, 其中 $\xi = 0.1$ 。

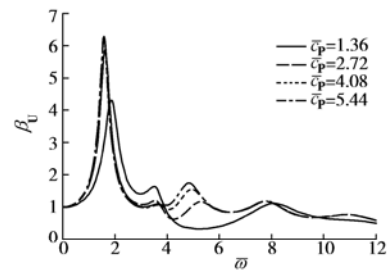


图 3 水平方向土层表面放大系数

Fig. 3 Horizontal amplification coefficient on surface of soil layer

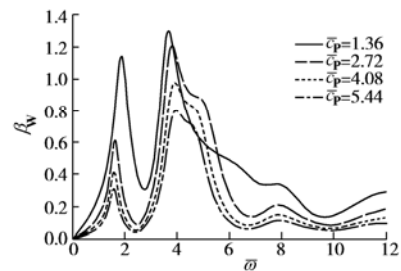


图 4 垂直方向土层表面放大系数

Fig. 4 Vertical amplification coefficient on surface of soil layer

与一致输入下土层的地震反应^[9]相比, 在水平波输入作用下, 水平方向放大系数出现频率漂移现象, 即在有限的传播速度下, 水平方向放大系数 β_U 的第一个峰值不出现在无量纲频率 $\bar{\omega} = \pi/2$ 处, 而是高于 $\pi/2$ 。但水平方向放大系数 β_U 的峰值出现频率随着 $\bar{c}_p$ 的增大而减少, 当 $\bar{c}_p \rightarrow \infty$ 时, 即为一致输入情况下的土层反应, 此时峰值出现频率 $\bar{\omega} = \pi/2$; 此外, β_U 的峰值随着 $\bar{c}_p$ 的增大而增大。垂直方向放大系数 β_W 则与 β_U 相反。由图 4 可知, 当 $\bar{c}_p$ 较小时, 土层将会产生较大的竖向反应。

图 5 给出土层表面水平方向放大系数 β_U 和无量纲频率 $\bar{\omega}$ 的关系曲线, 其中包括波动解和有限元解取 $l/d=8$, $l/d=20$ 两种情况。在计算中, 波速比 $\bar{c}_p = 2.72$, 土介质的滞后阻尼系数 $\xi = 0.1$, 以及有限元的人工边界采用自由边。从中可以看出, 当 $l/d=8$ 时, 用有限

元法所得结果与波动解结果有明显差别。而随着 l/d 增大有限元解将会收敛到波动解。图 6 给出 $l/d=8$ 时有限元解和波动解的绝对误差 $\Delta\beta_U = \beta_U^* - \beta_U$ 随无量纲频率 $\bar{\omega}$ 的变化曲线。同时为清楚地看出绝对误差峰值出现的频率, 在图中同时给出 $\beta_U^* - \bar{\omega}$ 曲线。 $\Delta\beta_U$ 峰值出现频率在 $\beta_U^* - \bar{\omega}$ 曲线峰值频率附近。

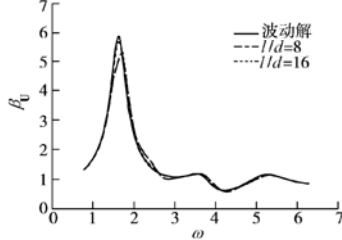


图 5 有限元解和波动解土层放大系数变化曲线

Fig. 5 Variation of amplification coefficient on surface of soil layer obtained from FEM and wave-theory analysis

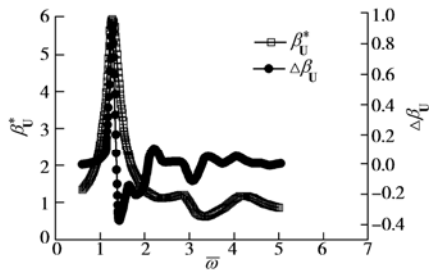


图 6 波动解和数值解的绝对误差

Fig. 6 Errors of analytic and numerical results

实际的地震波可视为多频率成分的简谐波迭加而成, 由图 3 可知, 对于不同的激振频率, $\beta_U^* - \bar{\omega}$ 曲线第一个峰值频率处土层反应放大系数最大。这表明当简谐波分量的激振频率处在该频率附近时, 它所引起的土层地震反应分量在土层的地震反应起主要控制作用。由于 $\Delta\beta_U$ 峰值出现频率在 $\beta_U^* - \bar{\omega}$ 曲线峰值频率附近, 因此在随后的分析主要考察 $\Delta\beta_U$ 峰值出现频率处放大系数的变化规律。

图 7 为水平方向放大系数相对误差随 l/d 的变化情况, 其中 $\bar{c}_p = 2.72$, $\xi = 0.1$, 人工边界分别采用自由边界和 Lysmer 边界。此图显示了与一致输入下两种人工边界随 l/d 变化相同的变化规律, 即当 l/d 达到一定程度时, 有限元的解都会收敛到解析解。由计算结果可知, 在有限元计算中, 两种人工边界型式对土层范围的选取影响不大。图 8 为采用自由边界下水平方向和垂直方向误差变化曲线。此图表明水平方向和垂直方向放大系数收敛基本同步, 即当水平方向有限元解收敛时, 则垂直方向也将同时收敛。因此在随后分析时, 可以采用任意一种边界情况, 分析其中一个方向的收敛情况即可。

图 9 为不同波速比 $\bar{c}_p$ 下水平方向放大系数相对误差随计算土层 l/d 的变化情况。其中人工边界采用

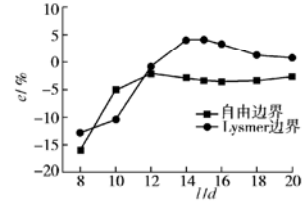


图 7 不同人工边界误差变化曲线

Fig. 7 Variation of error for different artificial boundary

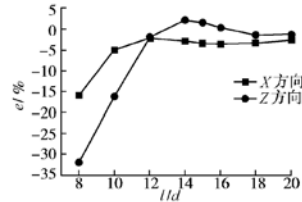


图 8 水平(X)和垂直(Z)方向误差变化曲线

Fig. 8 Variation of horizontal (X) and vertical (Z) Error

自由边界, 土介质的滞后阻尼系数 $\xi = 0.1$ 。对于不同波速比, 当 $l/d \geq 12$ 时, 有限元的计算结果与精确解的误差都可以控制在 5% 以内。也就是说, 波速比 $\bar{c}_p$ 对于 l/d 取值影响不大。当 $\bar{c}_p \rightarrow \infty$ 时, 即为一致输入情况下的土层反应, 因此一致输入所得到的土域计算范围选取的计算结果可直接用于行波输入分析。

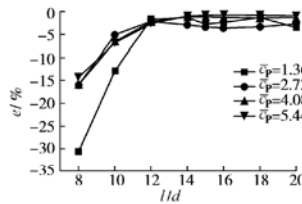


图 9 不同波速比下误差变化曲线

Fig. 9 Variation of error for different ratio of wave velocities

综上所述, 在行波谐振激励下, 土层表面在产生水平运动的同时, 还将产生较大垂直运动, 且有限元解的水平 and 垂直分量的收敛速度相当。与一致输入下土层范围分析结果相同, 对某一确定阻尼比, 有限元解要想得到良好的计算结果, 主要控制因素是 l/d 。由于行波传播速度对土层范围的选取影响不大, 而且, 当传播速度 $\bar{c}_p \rightarrow \infty$ 时, 即为一致输入情况下的土层反应, 因此一致输入所得到的结果可直接用于行波输入。一致输入下土层计算范围的选取详见文献[8, 9]。

5 算 例

下面采用文献[9]中分析过的算例, 计算一跨河谷土层, 河谷两边土层不等高, 河谷左边土层厚度为 30 m, 右边土层厚度为 24 m, 河谷跨度为 51 m。有限元模型的具体参数如图 10 所示。土的剪切波速 $c_s^L = 217.94$ m/s, 土层阻尼比 $\xi = 0.1$ 。分析整个结构系统在 El-Centro 波, Taft 波和人工波作用下的土层地震反应。所有输入地震波的峰值统一调整为 0.1 g。其

中人工边界采用自由边界。由前面分析可知,在进行有限元分析时,当土层范围取的足够大时,有限元所得的计算结果收敛到波动解。对于不规则场地土层地震反应,要想获得解析解还相当困难,因此在对河谷土层的有限元计算过程中,把计算土层长深比为 40 的计算结果作为土层反应的精确解。为验证前面土层范围取值的有效性,下面主要分析计算土层长深比为 $l/d=l_1/d_1=l_2/d_2=12$ 相对于长深比为 $l/d=l_1/d_1=l_2/d_2=40$ 的土层表面 A 点和 B 点绝对加速度反应峰值相对误差。

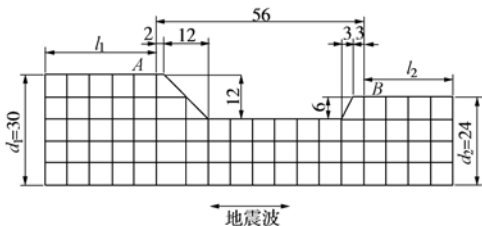


图 10 河谷土层有限元计算模型(m)

Fig. 10 Finite element model for cross-section of river (m)

表 1 为地震波分别从左向右传播和从右向左传播作用下, A 点和 B 点长深比 $l/d=12$ 相对于 $l/d=40$ 的绝对加速度反应峰值的相对误差,其中输入地震波传播波速 $c=1000\text{ m/s}$ 。由表中数据可知,当 $l/d=12$ 时, A 点和 B 点的地震反应相对误差均小于 5%,可满足工程需要。因此,采用谐振分析所得的土层范围取值进行土层地震反应的有限元分析,计算结果具有很好的数值稳定性。表 2 和表 3 为在行波输入作用下,土层的地震反应峰值。比较一致输入^[9]和行波输入的计算结果可知,行波输入将会激起较大的竖向振动,因此,对于大跨度结构,有必要进行多点输入地震反应分析。

表 1 相对误差

Table 1 Relative errors		单位: %		
输入地震波		1	2	3
从左向右传播	水平方向	A	0.34	-0.64
		B	-0.68	2.53
	垂直方向	A	-4.96	-0.63
		B	-2.10	3.97
从右向左传播	水平方向	A	0.45	-3.27
		B	3.21	1.44
	垂直方向	A	-3.93	0.03
		B	3.79	-3.60

6 结 语

- (1) 对于行波输入情况,因行波传播速度对于计算土层 l/d 取值影响不大,因此一致输入所得的土层计算范围取值的结果可直接用于行波输入。
- (2) 由行波输入下河谷地形地表土层反应的计算结果可知,采用一致输入分析,可能会低估土层表面地震动水平加速度分量和竖向加速度分量。因此对于大跨度结构,有必要进行多点输入地震反应分析。

表 2 A 点和 B 点绝对加速度反应峰值 (从左向右传播)

Table 2 Peak of total acceleration response at point A and B		(propagation from left to right) 单位: (m · s ⁻²)		
输入地震波		1	2	3
水平方向	$l/d=12$	A	3.384	2.659
		B	1.876	1.743
	$l/d=40$	A	3.373	2.676
		B	1.889	1.70
垂直方向	$l/d=12$	A	0.632	0.610
		B	0.575	0.497
	$l/d=40$	A	0.665	0.614
		B	0.588	0.478

表 3 A 点和 B 点绝对加速度反应峰值 (m/s²) (从右向左传播)

Table 3 Peak of total acceleration response at point A and B		(m/s ²)(propagation from right to left)		
输入地震波		1	2	3
水平方向	$l/d=12$	A	1.726	1.687
		B	2.211	2.965
	$l/d=40$	A	1.719	1.744
		B	2.143	2.923
垂直方向	$l/d=12$	A	0.603	0.632
		B	0.535	0.589
	$l/d=40$	A	0.628	0.631
		B	0.515	0.611

注:表中输入地震波:(1) El Centro 波;(2) Taft 波;(3) 人造波

参考文献:

[1] 廖振鹏.地震小区划——理论与实践[M].北京:地震出版社,1989.

[2] 范立础,袁万城,胡世德.上海南浦大桥纵向地震反应分析[J].土木工程学报,1992,25(3): 1-8.

[3] 冯启民,胡聿贤.空间相关地面运动的数学模型[J].地震工程与工程振动,1981,1(3): 1-8.

[4] Kiureghian A D, Neuenhofer A. A coherency model for spatially varying ground motions[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1996,25:99-111.

[5] 刘晶波,吕彦东.结构—地基动力相互作用问题分析的一种直接方法[J].土木工程学报,1998,31(3): 55-64.

[6] Lysmer J, Kulemeyer R L. Finite dynamic model for infinite media[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1969, 95(4): 759-877.

[7] 廖振鹏,黄孔亮,杨柏坡,袁一凡.暂态波分析的透射边界条件[J].中国科学, A 辑,1984,(6): 556-564.

[8] 楼梦麟,潘旦光,范立础.土层地震反应分析中侧向人工边界影响的数值研究[J].同济大学学报,2003,31(7): 757-761.

[9] 潘旦光,楼梦麟,董 聪.一致输入下土层的地震反应分析[J].待刊.

[10] Wolf J P. Dynamic soil-structure interaction[M]. Englewood Cliffs, Inc, Pretice-Hall, New Jersey, 1985.