

考虑可逆与不可逆剪胀的粗粒土动本构模型

A new cyclic constitutive model for granular soil considering reversible and irreversible dilatancy

张建民, 罗 刚

(清华大学 土木水利学院岩土工程研究所, 北京 100084)

摘 要: 在界面塑性理论的框架内, 建立了一个新的粗粒土动本构模型。在模型中, 剪胀体应变由一个可逆的体应变分量和一个不可逆的体应变分量构成。前者取决于当前剪应力的方向和大小, 后者主要取决于剪切作用的历史, 它们分别服从不同的剪胀规律。建立了描述可逆剪胀与不可逆剪胀体应变的数学表达式, 探讨了可逆和不可逆剪胀体应变分量对应力应变关系的影响, 并通过数值模拟与试验结果的对比对模型进行了初步验证。

关键词: 粗粒土; 循环; 本构模型; 可逆剪胀; 不可逆剪胀

中图分类号: TU 4 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2005)02-0178-07

作者简介: 张建民(1960-), 男, 博士, 清华大学教授, 岩土工程研究所所长, 从事岩土工程的教学和研究工作。

ZHANG Jian-min, LUO Gang

(Institute of Geotechnical Engineering, School of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A new cyclic constitutive model for granular soil material has been presented within the general framework of bounding surface plasticity. In this model the volumetric strain due to stress-dilatancy for a granular material is composed of reversible and irreversible dilatancy components. The former is characterized by its reversibility and dependency on the magnitude and direction of the current shear stress, and conversely, the latter by its irreversibility and dependency on past shear history. New mechanisms and formulation have been presented for description of the reversible and irreversible dilatancy. Influence of the irreversible and reversible dilatancy component on the stress-strain response was also investigated. The effectiveness of the model was verified with comparison between the calculated and observed results.

Key words: granular soil; cyclic; constitutive model; reversible dilatancy irreversible dilatancy;

0 引 言

合理地解决岩土地震工程的边值问题要求建立概念简单、可靠有效的动本构模型。过去的几十年里, 在试验观察和理论研究的基础上, 发展了众多的动本构模型。这些模型可以分为两大类: 非线性弹性模型和弹塑性模型。与非线性模型相比, 弹塑性模型能够更好地模拟土在循环荷载作用下的应力应变响应。这些模拟通常是在引入了一定的材料假设和简化条件的基础上进行的。它们对复杂循环荷载作用下, 从低密度到高密度, 从小应变到较大应变条件下体应变累积规律的模拟能力仍然是有限的。

界面模型提出以来, 已用于多种材料, 如金属^[1-5]、混凝土^[6-7]和土^[8-16]。界面模型由于对粗粒土复杂的微观滑移作了简化及其模型的灵活性, 能够较好地模拟粗粒土的应力应变响应。与传统的弹塑性模型不同的是, 界面模型允许在界面(与传统的屈服面对应)内发生塑性变形, 避免了从弹性状态到弹塑性状态的突变, 能够更好地描述界面内的应力应

变响应。

本文在界面塑性理论的框架内, 建立了一个新的粗粒土动本构模型。该模型是在王志良等人提出的各向同性界面模型的基础上建立起来的^[16]。在该模型中, 引入了可逆剪胀与不可逆剪胀以及循环应力应变异向性的概念^[17-22], 并建立了相应的数学表达式。数值模拟结果与试验结果的对比表明, 建立的模型能够较好地描述循环排水条件下粗粒土的应力应变响应, 特别是体应变的累积特点。

1 模型描述

1.1 应力应变变量定义

在本文中, 所有的应力均指有效应力。平均有效应力 p 和广义剪应力 q 分别定义为

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3, \quad (1)$$

$$q = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} / \sqrt{2}, \quad (2)$$

有效应力比 η 定义为 q/p , 体应变和广义剪应变分别

了各个剪切循环内累积的体积应变的峰值随循环剪切次数变化的曲线，它表明了存在着一个随着循环剪切次数增长而单调增长的、不可逆的体积应变分量，将其简记为 $\epsilon_{vd,ir}^p$ 。如果从总的体积应变 ϵ_{vd}^p 中扣除掉不可逆剪胀分量 $\epsilon_{vd,ir}^p$ 的值，可得到一个新的体积应变分量 ($\epsilon_{vd}^p - \epsilon_{vd,ir}^p$)，简记为 $\epsilon_{vd,re}^p$ 。图 2 中绘制出了 $\epsilon_{vd,re}^p$ 随循环剪切次数变化的关系，它表明新的体应变分量在整个循环剪切过程中的变化是可逆的。

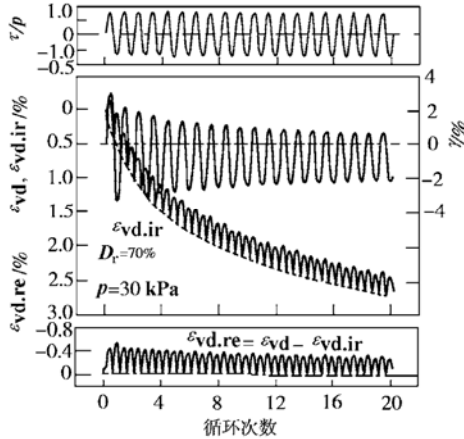


图 2 砂土剪胀的可逆和不可逆变化

Fig.2 Variation in reversible and irreversible dilatancy components during cyclic drained shear test under a constant confining stress

上述的试验观察表明，砂土的剪胀体应变是由一个完全可逆的体应变分量 $\epsilon_{vd,re}^p$ 和一个不可逆的体应变分量 $\epsilon_{vd,ir}^p$ 构成的，即^[20,21]

$$\epsilon_{vd}^p = \epsilon_{vd,re}^p + \epsilon_{vd,ir}^p \quad (16)$$

图 3 绘出了图 2 中第 18~20 周次的 $\gamma - \epsilon_{vd,re}^p$ ， $\eta - \epsilon_{vd,re}^p$ 和 $\gamma - \eta$ 的关系曲线。从这些曲线可以看出：
①各曲线受循环剪切次数的影响较小，几乎是重合的，特别是可逆性剪胀分量 $\epsilon_{vd,re}^p$ 呈现出可恢复性的变化；
②可逆性剪胀分量 $\epsilon_{vd,re}^p$ 的大小取决于当时剪应变或剪应力的方向和大小，受循环剪切作用历史的影响很小；
③ $\epsilon_{vd,re}^p$ 的变化速率的绝对值在剪应变 γ 反向减小处或者有效应力比 $|\eta|$ 反向减小以前相对较大。

在试验观察和分析的基础上，本文提出了循环荷载作用下可逆剪胀体应变 $\epsilon_{vd,re}^p$ 的数学表达式，即

$$\dot{\epsilon}_{vd,re}^p = \frac{1}{\mu} \left[\frac{M_0}{C_2} - \frac{q}{p} \cos \delta \right] \dot{\epsilon}_{sd}^p \quad (17)$$

$$C_2 = \exp(\beta_1 \epsilon_{vd,re}^p) \quad (18)$$

式中 M_0 是初次加载过程中的相转换应力比； δ 为剪应力与其增量的夹角； μ 和 β_1 是材料常数。

循环荷载作用下塑性不可逆剪胀体应变 $\epsilon_{vd,ir}^p$ 的变化规律可用下式描述：

$$\dot{\epsilon}_{vd,ir}^p = \frac{d_0 \eta_f}{C_3 \eta_m} \left[\frac{\bar{p}}{p} \right]^{-0.5} \left| \dot{\epsilon}_{sd}^p \right| \quad (19)$$

$$C_3 = \exp(\beta_2 \epsilon_{vd,ir}^p) \quad (20)$$

其中 d_0 为材料常数； β_2 是一个与循环加载历史有关材料常数。

平均有效应力引起的塑性体应变可用下式表示：

$$\dot{\epsilon}_{vc}^p = \frac{1}{K_p} h(p - p_m) \langle \dot{p} \rangle \quad (21)$$

其中 K_p 为与平均有效应力变化率 \dot{p} 相关的塑性体积模量，在本文中采用了 Roscoe 等提出的公式^[24]，即：

$$K_p = \frac{(1 + e_i)p}{c_c - c_s} \quad (22)$$

其中 c_c 和 c_s 分别为 $e - \log p$ 平面内压缩曲线和回弹曲线的坡度。

对于方程 (12) 中与平均有效应力 p 的变化相关联的塑性剪切模量 H_p ，采用了沈珠江提出的公式^[25]：

$$H_p = \frac{(1 + e_i)p\eta_0}{(c_c - c_s)} \quad (23)$$

$$\eta_0 = \frac{1 - K_0}{1 + K_0} = \frac{G}{K} \quad (24)$$

其中 K_0 为侧压力系数。

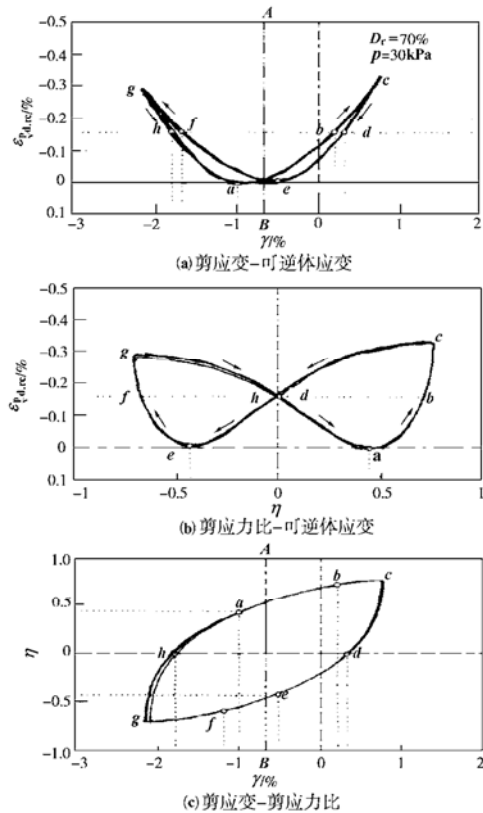


图 3 可逆性剪胀分量的变化规律

Fig. 3 Variation of reversible dilatancy with cyclic shear stress and strain

(3) 循环应力应变的异向性

值得指出的是, 在对称的往返剪应力作用下, 往返剪应变并不对称, 如图 2 所示。类似地, 在对称的等应变幅循环加载试验中也可以观察到, 往返应力幅也不对称。如图 4 所示, 在对称的循环等应变幅作用下, 体应变的变化也呈现出明显的不对称性。本文将以上这种现象定义为“循环应力应变的异向性”。循环应力应变的异向性与初次剪切后土颗粒集合体形成定向排列有关。

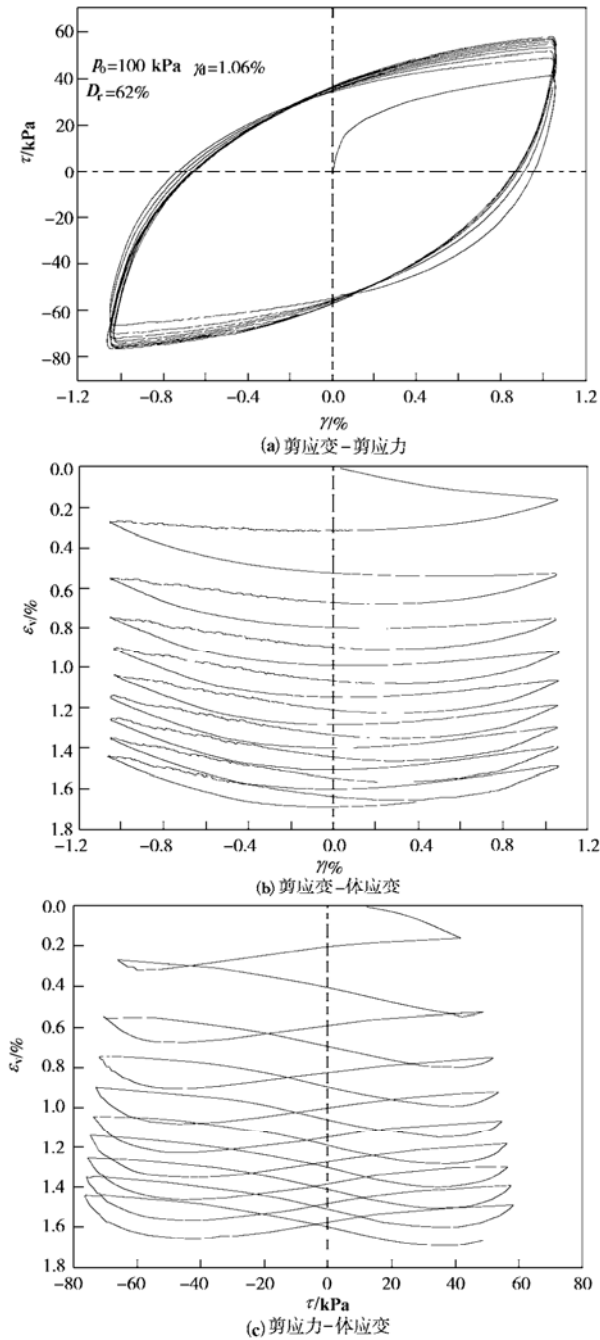


图 4 循环排水扭转试验结果 ($D_r=62\%$)

Fig. 4 Results of cyclic drained torsion shear test ($D_r=62\%$)

为了考虑循环应力应变的异向性, 本文提出了以

下与有效应力比的变化 η 相关的塑性剪切模量公式:

$$H_{\eta} = GhC_1 \left[\frac{\eta_r}{\eta_m} I \left(\frac{\bar{P}}{P} \right)^n - 1 \right], \quad (25)$$

$$C_1 = \exp(\alpha \varepsilon_{vd,ir}^p), \quad (26)$$

其中 h, n 和 α 为模型参数。 C_1 为塑性不可逆剪胀体应变的函数, 根据参数 α 取正、负号, 可以分别反映硬化和软化现象。式 (25) 是在王志良等人提出的塑性剪切模量公式的基础之上改进的, 主要的修改是引入了表示异向性的参数 I 以及模型参数 n 。异向性参数 I 可用下面的公式表示:

$$I = 1 + I_0 \sin \frac{\theta}{2}, \quad (27)$$

其中 θ 为当前剪应力增量方向与最近一次应力反转前的剪应力增量方向的夹角, I_0 为模型参数。

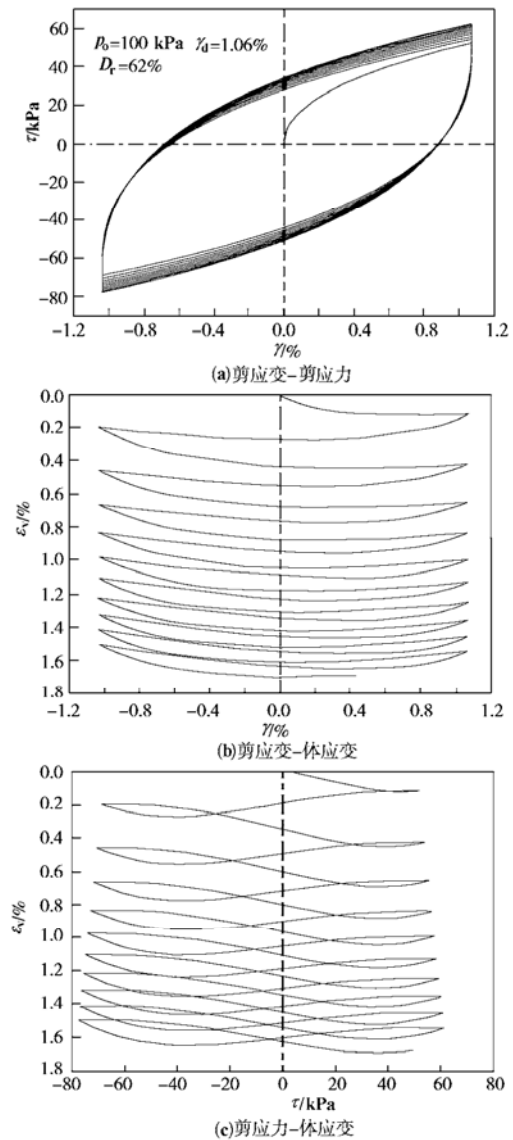


图 5 数值模拟结果 ($D_r=62\%$)

Fig. 5 The results of model simulation ($D_r=62\%$)

2 模型参数的确定

本文提出的模型共有 14 个材料常数, 如表 1 所示。

表 1 模型参数

Table 1 Model parameters for toyoura sand

模型参数	$D_r = 62\%$	$D_r = 69\%$	$D_r = 72\%$
η_f	1.72	1.72	1.72
G_0	70	70	70
ν	0.3	0.3	0.3
h	0.045	0.012	0.030
n	1.6	1.6	1.6
α	30	20	30
I_0	0.1	0.1	0.1
μ	1.8	1.8	1.8
M_0	0.3	0.3	0.3
β_1	200	50	200
d_0	0.025	0.010	0.015
β_2	85	20	75
c_c	0.02	0.02	0.02
c_s	0.01	0.01	0.01

η_f , c_c 和 c_s 是土力学中的经典参数, 可分别由破坏点的有效应力比, 等向压缩曲线坡度和回弹曲线的坡度确定。

考虑一个常 p 试验, 即 $\dot{p}=0$ 。忽略弹性应变, 参数 d_0 和 β_2 可以分别通过拟合 $\varepsilon_{vd,ir}^p - \varepsilon_{sd}$ 曲线的第一周和随后几周确定。参数 d_0 和 β_2 确定之后, 可逆剪胀分量 $\varepsilon_{vd,re}^p$ 可从 ε_{vd}^p 中分离出来, 则参数 M_0 和 β_1 可以分别通过拟合第一周和随后几周的相转换应力点确定, 随后参数 μ 可以通过拟合 $\varepsilon_{vd,re}^p - \varepsilon_{sd}$ 曲线确定。参数 G_0 可由 $\varepsilon - q$ 曲线的起始坡度确定。 G_0 确定后, 选定一个 n 值, 参数 h 和 α 可以通过拟合 $\varepsilon - q$ 曲线确定。泊松比通常认为是常数, 本文中取 0.3。

参数 I_0 可由等应变幅循环荷载试验正反两个方向的应力比幅值之比确定。

3 模型的初步验证

本文的试验是在日本诚研舍制造的气动式静动扭剪三轴仪上进行的。试验用砂为纯净的天然石英砂 ($\rho_s=2.65 \text{ g/cm}^3$, $D_{50}=0.18 \text{ mm}$, $e_{\max}=0.973$, $e_{\min}=0.635$)。试验中采用了严格控制等落高的砂雨法制备试样。为了便于测定剪切过程中试样的体积变化, 采用二氧化碳气体循环后填充脱气水, 然后再通过施加 100 kPa 反压的方法使试样达到饱和状态。测得所有试样的 B 值均等于或者大于 0.96。在均压 p_c 作用下固结完成以后, 给试样施加频率为 0.005 Hz 的、非常缓慢的循环扭剪作用, 以保证试样内的孔隙水有足够的时间排出或者流入。

图 4, 6, 8 分别给出了上述试验条件下测定的试样相对密度为 62%, 69%, 72% 的循环排水扭剪试验

的 $\tau - \gamma$, $\varepsilon_v - \gamma$ 和 $\varepsilon_v - \tau$ 的关系曲线。在试验过程平均有效应力 p 保持常数, 分别为 100, 30, 30 kPa。可以看到, 随着循环次数的增加, 剪应力幅值不断增加; 体应变也在随着循环周次的增加不断累积, 并且每周内体应变的增量在不断减小。

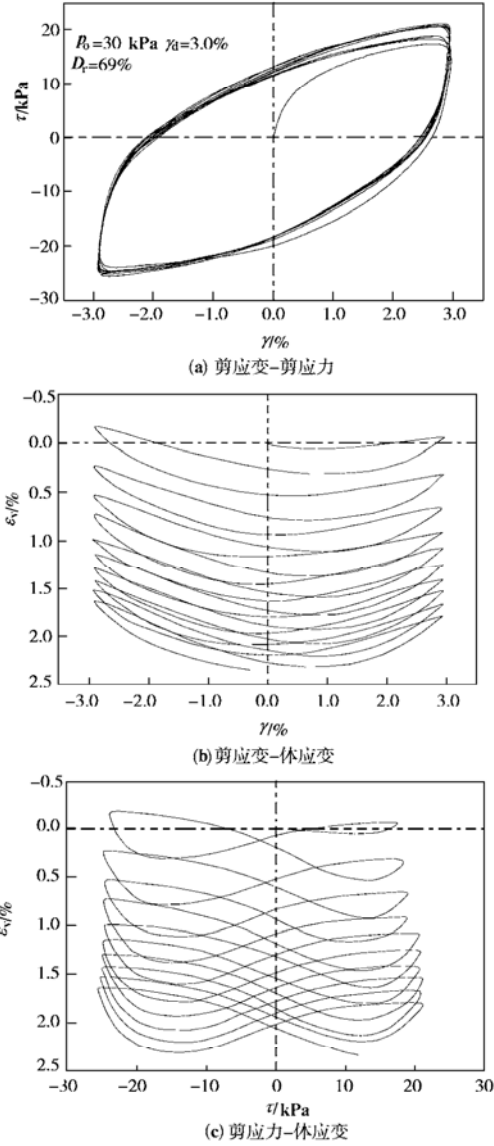


图 6 循环排水扭剪试验结果 ($D_r=69\%$)

Fig. 6 Results of cyclic drained torsion shear test ($D_r=69\%$)

值得指出的是, 随着循环次数的增加, 相转换应力比呈现出不断减小的趋势, 剪胀性也越来越明显。在对称的往返剪应变幅作用下, 往返剪应力呈现出明显不对称的特点, 体积应变的累积也为明显不对称的状态。随着循环次数的增加, 这种不对称性在逐渐减弱, 表明了循环应力应变的异向性随着循环周次的增加在逐渐减弱。

4 结 论

在界面理论的框架内, 发展了一个新的粗粒土

循环本构模型。在模型中, 剪切引起的体积应变由一个可逆的体应变分量和一个不可逆的体应变分量构成。前者主要取决于现时剪应变或剪应力的方向和大小, 后者主要取决于剪切作用的历史, 它们分别服从不同的剪胀规律。数值模拟结果与试验数据的对比表明, 该模型能较好地模拟循环排水条件下的应力应变关系, 特别是体应变的累积规律及循环应力应变的异向性特点。当然, 上述的研究还是初步的, 模型的有效性还需在实践中进一步的检验。

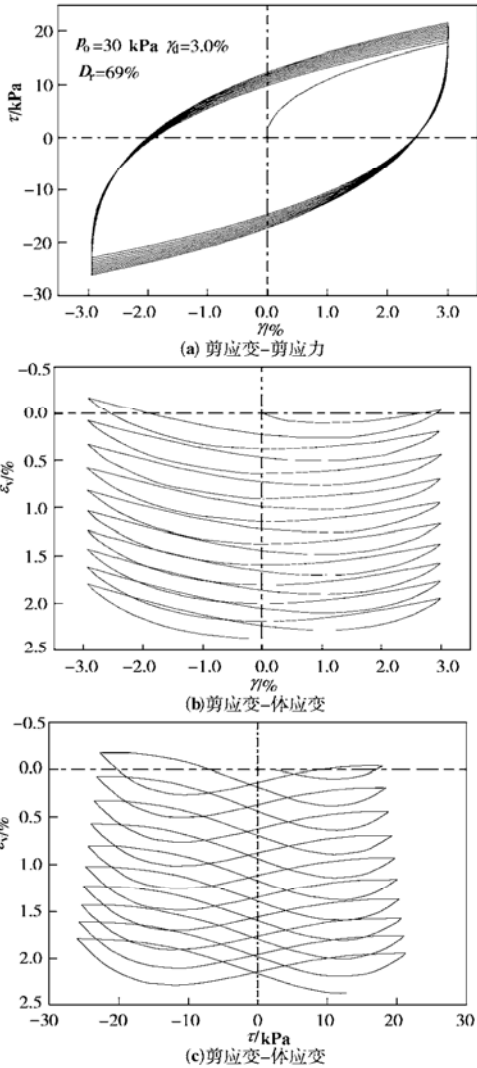
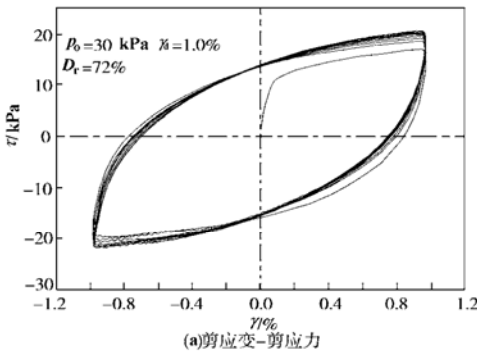
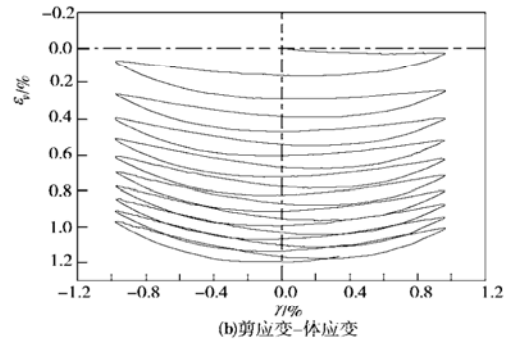


图 7 数值模拟结果 ($D_r = 69\%$)

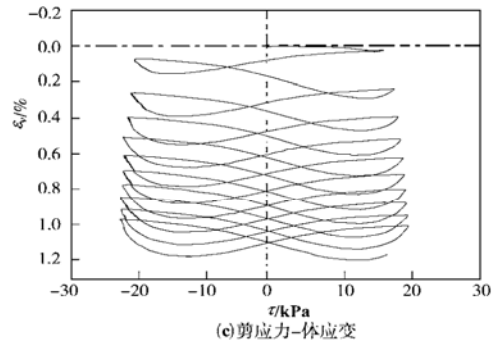
Fig. 7 The results of model simulation ($D_r = 69\%$)



(a)剪应变-剪应力



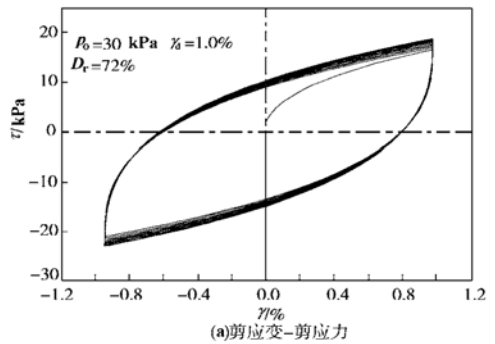
(b)剪应变-体应变



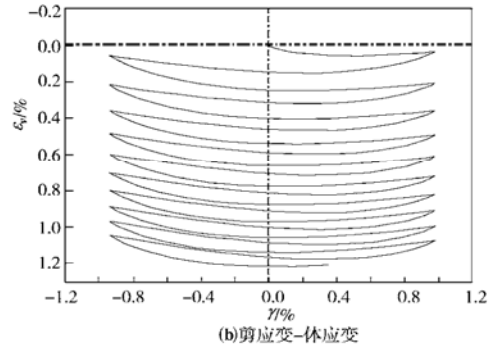
(c)剪应力-体应变

图 8 循环排水扭剪试验结果 ($D_r = 72\%$)

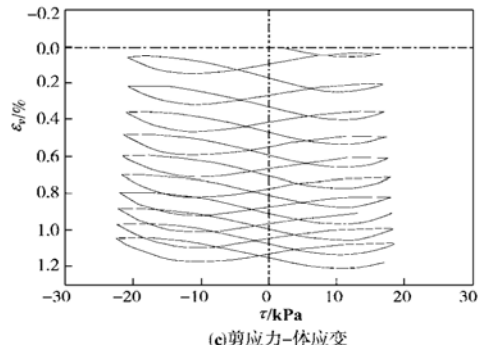
Fig. 8 Results of cyclic drained torsion shear test ($D_r = 72\%$)



(a)剪应变-剪应力



(b)剪应变-体应变



(c)剪应力-体应变

图 9 数值模拟结果 ($D_r = 72\%$)

Fig. 9 The results of model simulation ($D_r = 72\%$)

参考文献:

- [1] Krieg R D. A practical two-surface plasticity theory[J]. Journal of Applied Mechanics, ASME, 1975, **42**: 641 - 46.
- [2] Dafalias Y F, Popov E P. Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity[J]. Journal of applied mechanics, ASME, 1976,**43**: 645 - 51.
- [3] Hashiguchi K. Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition[J]. Journal of Applied Mechanics, ASME, 1980, **47**: 266 - 72 .
- [4] Dafalias Y F. A novel bounding surface constitutive law for the monotonic and cyclic hardening response of metals[A]. 6th International Conference on SmiRT[C]. Paris, France, 1981.
- [5] Tseng N T, Lee G C . Simple plasticity model of two-surface type[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1983,**109**: 795 - 810.
- [6] Fardis M N, Alibe B, Tassoulas J L. Monotonic and cyclic constitutive law for concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1983 **109**, (EM4): 516 - 536.
- [7] Yang B L, Dafalias Y F, Herrmann L R . A bounding surface plasticity model for concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1985,**111**: 359 - 380.
- [8] Aboim C A , Roth W H. Bounding-surface-plasticity theory applied to cyclic loading of sand[A]. Proceeding International Symposium on Numerical Models in Geomechanics[C]. Switzerland.
- [9] Bardet J F. Application of plasticity theory to soil behavior: a new sand model[D]. California Institute of Technology, 1983.
- [10] Dafalias Y F. A model for soil behavior under monotonic and cyclic loading conditions[A]. 5th International conference[C]. West Berlin, Germany, 1979.
- [11] Dafalias Y F, Herrmann L R. Bounding surface formulation of soil plasticity[A]. Soil Mechanics—Transient and Cyclic Loads[M]. Pande G N , Zienkiewicz O C, Eds .Chichester: John Wiley and Sons, 1982.
- [12] Mcvay M , Taesiri Y, Cyclic behavior of pavement base materials[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1985, **111**(1): 1 - 17.
- [13] Mroz Z V A Norris, Zienkiewicz O C. Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deformation of soils[J]. Geotechnique, 1967, **29**, 1 - 34.
- [14] Mroz Z, Zienkiewicz O C. Uniform formulation of constitutive equations for clays and sands[A]. Mechanics of Engineering Materials[M]. Desai C S , Gallagher R H, Eds. Chichester: John Wiley and Sons , 1984.
- [15] Dafalias Y F. Bounding surface plasticity I: Mathematical foundation and hypoplasticity[J]. Journal of Engineering Mechanics, **112** (9): 966 - 987.
- [16] Wang Z L, Dafalias Y F, Shen C K. Bounding surface hypoplasticity model for sand[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990,**116**(5): 983 - 1001.
- [17] Zhang J M, Transient shear strength of saturated sand under cyclic loading considering strain rate effect[J]. Soils and Foundations, 1994, **34**(4): 51 - 65.
- [18] Zhang J M, Shamoto Y, Tokimatsu K. Moving critical and phase-transformation stress state lines of saturated sand during undrained cyclic shear[J]. Soils and Foundations, 1997, **37**(2): 51 - 59.
- [19] Zhang J M, Shamoto Y, Tokimatsu K. Cyclic critical stress states of sand with nonfrictional effects[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1999, **125**(10): 1106 - 1115.
- [20] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(1): 12 - 17.
- [21] Shamoto Y, Zhang J M, Goto S. Mechanism of large post-liquefaction deformation in saturated sand[J]. Soils and Foundations, 1997, **37**(2): 71 - 80.
- [22] Shamoto Y Zhang J M. Evaluation of seismic settlement potential of saturated sandy ground based on concept of relative compression[J]. Soils and Foundations, 1998,**38**(2): 57 - 68.
- [23] Richart F E, Jr Hall J R , Woods R D. Vibrations of soils and foundations[R]. Nanjing: Prentice-Hall Inc Englewood Cliffs, 1970.
- [24] Roscoe K H, Schofield A N, Thurairajah A. Yielding of clays in states wetter than critical[J]. Geotechnique, 1963,**13**(3): 211 - 240.
- [25] 沈珠江. 复杂荷载下砂土液化变形的结构性模型[A]. 五届全国土动力学学术会议论文集[C]. 大连, 1998.