

结构性黄土渠道浸水变形离心模型试验有限元分析

The FEM analysis on centrifugal model test of inundation deformation of structural loess canal

胡再强¹, 沈珠江², 谢定义¹

(1. 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048; 2. 南京水利科学研究所, 江苏 南京 210024)

摘要:应用非饱和黄土的结构性模型,采用考虑渗流与变形偶合作用的方法,编制了能够模拟非饱和黄土结构性及湿陷性的平面有限元程序,并对非饱和结构性黄土渠道模型离心试验进行了有限元数值模拟。有限元计算结果和模型试验结果非常接近,并且两者的规律性也相同,验证了非饱和黄土结构性模型的正确性和可靠性。

关键词:结构性黄土;离心模型试验;单相渗流;结构性模型;有限元分析

中图分类号: TU 411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2004)05-0637-04

作者简介:胡再强(1964-),男,陕西周至人,博士,西安理工大学副教授,主要从事黄土力学与工程的研究。

HU Zai-qiang¹, SHEN Zhu-jiang², XIE Ding-yi¹

(1. Institute of Water Resources and Hydro-Electric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China)

Abstract: Based structural model of unsaturated loess and the method in which seepage and deformation is coupled, the plane FEM program which can simulate the structure and collapsibility of loess is proposed. The FEM numerical result simulating the centrifugal test of the unsaturated loess canal model is close to test result, and they have a close regularity. This result verifies that structural model of the unsaturated loess is correct and reliable.

Key words: structural loess; centrifugal model test; one-dimensional seepage; structural model; the FEM analysis

0 引言*

对于各种天然和人工边坡,当外部的水逐渐渗入土坡内部,引起土体的吸力减小,土体抗剪强度降低时,虽然作用在土坡上的荷载没有发生变化,经常也会发生破坏和失稳。对于湿陷性黄土边坡,当外界的水浸入土坡内部时,可引起黄土边坡的湿陷变形和湿陷破坏。由于土体内部吸力的变化与土体内部的水的运动及土体的变形有关,因此对这些问题进行固结计算是必要的。非饱和土固结理论已经有很多作者进行了研究和分析^[1-3]。杨代泉和沈珠江^[5,6]采用双变量理论推导出渗流与变形耦合的非饱和土固结方程式。在这个理论中,位移、孔隙水压力、孔隙气压力以及饱和度作为未知变量,并且引用广义非线性应力-应变本构模型来模拟土骨架的变形特性。陈正汉^[4]在同一时间也推导出基于有效应力原理的渗流与变形耦合的非饱和土固结方程式。他们的理论是严密的,但是,他们的理论公式有很多的变量和参数,很难应用来解决实际工程问题。因此,有必要进行简化和修改。

1 考虑渗流与变形耦合作用的有限元方法

如果建立的控制方程^[5]中忽略温度的变化和水汽

的运动,就可得到对一般非饱和土适用的表达式。此时,水的质量守恒等式:

$$\frac{\partial}{\partial t}(s_r n) = \text{div} \left[\frac{k_w}{\rho_w g} \text{grad} u_w \right] + \frac{\partial}{\partial z} k_w \quad (1)$$

气体的质量守恒等式:

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1 - S_r + c_h S_r) n \rho_a] = \text{div} \left[\frac{\rho_a k_a}{\rho_w g} \text{grad} u_a \right] + c_h \text{div} \left[\frac{\rho_a k_a}{\rho_w g} \text{grad} u_w \right] + \frac{\partial}{\partial z} (c_h \rho_a k_w) \quad (2)$$

式中 c_h 为孔隙空气溶水性系数。

平衡方程式的增量形式:

$$L\{\Delta\sigma^*\} - L\Delta u_a\{I\} + \{\Delta b\} = 0 \quad (3)$$

土-水特性函数的具体表达式:

$$S_r = S_{r0} + (1 - S_{r0}) \left| \frac{u_a - u_w}{s_e} \right|^{-\lambda} \quad (4)$$

渗透系数的基本方程式采用 Fredlund 所建议的公式:

$$k_w = \left| \frac{u_a - u_w}{s_e} \right|^{-\lambda} \quad (5)$$

$$k_a = k_d \left| 1 - \left| \frac{u_a - u_w}{s_e} \right|^{-\lambda} \right|^n \quad (6)$$

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19772019); 陕西高校省级重点实验室重点科研计划资助项目
收稿日期: 2003-09-28

当假定土粒与孔隙水为不可压缩体,孔隙气体的压缩与溶解分别服从波义耳定律与亨利定律,若初始相对孔隙水压力和相对孔隙气压分别为零,则孔隙水和孔隙气体的密度分别为

$$\rho_w = \text{constant},$$

$$\rho_a = \rho_{a0} \left| 1 + \frac{u_a}{u_a + p_a} \right|. \quad (7)$$

本构方程采用黄土结构性本构方程,具体公式见文献[7]。由此,最后的应力应变关系式为

$$\{\Delta\sigma^*\} = [D]_t L^T \{-\Delta U\} - [D]_t [C]_{st} \{I\} (\Delta u_a - \Delta u_w). \quad (8)$$

式中 n 是孔隙率; c_h 是亨利溶解性系数; k_w 和 k_a 分别是水和空气的渗透系数; ρ_w 和 ρ_a 分别是水和空气的密度; b 是体积力; p_a 是空气的大气压力; U 是位移矢量; σ^* 净应力; $[c]_{st}$ 吸力变化有关的切线模量矩阵; $[D]_t$ 是切线刚度矩阵, L 为微分算子,其表达式如下

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}.$$

并且, $L^T \{-\Delta U\} = \{\Delta \varepsilon\}$, 压缩应变假定为正。这样可以得到一系列包含 ΔU , Δu_a , Δu_w 和 ΔS_r 未知量的方程。对于平面应变条件下的矩阵表达式如下

$$\begin{bmatrix} K^{11} & K^{12} & K^{13} & K^{14} & K^{15} \\ K^{21} & K^{22} & K^{23} & K^{24} & K^{25} \\ K^{31} & K^{32} & K^{33} & K^{34} & K^{35} \\ K^{41} & K^{42} & K^{43} & K^{44} & K^{45} \\ K^{51} & K^{52} & K^{53} & K^{54} & K^{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_x \\ \Delta U_y \\ \Delta u_a \\ \Delta u_w \\ \Delta S_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \\ \Delta F_a \\ \Delta F_w \\ \Delta F_s \end{bmatrix}. \quad (9)$$

2 单相流的变形和渗流耦合分析

基于在模拟非饱和土特性时的复杂性和所遇到困难,一般形式的耦合分析仍然还没有被广泛的采用。事实上,很多实际工程问题还只能采用单相孔隙流动的方法来解决。文中,为了简单实用,将采用单相流的耦合分析方法。

在实际工程有两种类型的问题可用单相流的假定来解决。一类是饱和度相对较高,也就是孔隙水压力为正的有关非饱和和堤坝固结问题,此时可通过在饱和土的比奥固结理论中引入可压缩的混合孔隙流体来解决。另一类问题就是把土体中的空气压力假定为大气压力,即土体内的孔隙气体与大气相通的问题,此时可

假定孔隙气压力为零,即 $s = -u_w$, 本文按后一类单相流的类型进行分析计算,此时气体质量守恒等式可忽略,水的质量守恒等式变为

$$\frac{\partial}{\partial t}(s_r n) = \text{div} \left| \frac{k_w}{\rho_w g} \text{grad} \cdot u_w \right| + \frac{\partial}{\partial z} k_w,$$

变为

$$n \frac{\partial S_r}{\partial u_w} \frac{\partial u_w}{\partial t} - S_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \text{div} \left| \frac{k_w}{\rho_w g} \text{grad} \cdot u_w \right| + \frac{\partial}{\partial z} k_w. \quad (10)$$

同时,平衡方程式的增量形式变为

$$L[D]_t L^T \{-\Delta U\} - L[D]_t [C]_{st} \{I\} \Delta u_w = \{\Delta b\}.$$

利用有效应力原理,上式可进一步变为

$$L[D]_t L^T \{-\Delta U\} - L\{I\} \Delta \bar{u}_w = \{\Delta b\}. \quad (11)$$

式中 $\bar{u}_w = \alpha u_w$, 称为等效孔隙压力。以增量形式表示时,

$$\Delta \bar{u}_w = \left| \alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial u_w} u_w \right| \Delta u_w = \alpha' \Delta u_w. \quad (12)$$

如果 $\alpha = \frac{1}{1 + \alpha_s}$ 被应用,就有

$$\alpha = \left| \frac{1}{1 + \alpha_s} \right|^2. \quad (13)$$

对于湿陷性非饱和黄土使用饱和度 s_r 作为未知变量时,相应的等式可变为如下

$$n \frac{\partial S_r}{\partial t} - S_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \text{div} \left| \frac{k_w}{\rho_w g} \text{grad} \cdot u_w \right| + \frac{\partial}{\partial z} k_w, \quad (14)$$

$$L[D]_t L^T \{\Delta U\} - L\{D\}_t [C]_{wt} \{I\} \Delta S_r = \{\Delta b\}.$$

(15)

式中 $[C]_{wt}$ 是由土体饱和度变化引起的切线矩阵。

3 黄土渠道模型浸水数值计算分析

由于离心模型试验和有限元分析是两种完全不同的方法,离心模型试验是一种物理方法;有限元分析则是一种数学力学方法。两种方法的原理和理论基础都不一样,因此一种方法可用以验证另一种方法。为此,本文在已有的有限元计算程序 BISSOC(沈珠江)基础上,应用非饱和黄土的结构性模型,采用单相孔隙流动的方法,编制了适用于结构性黄土的平面问题有限元程序,并用该程序对两种结构性黄土离心模型试验过程进行了有限元模拟。计算中所采用的结构性模型参数如文献[7]所述,。计算所有边界点的水平位移都被固定,底部的边界点的竖向位移也被约束。

3.1 模型1的有限元计算结果

计算中共分6级进行,前4级模拟试验加速过程,后2级模拟浸水过程。对模型渠1由有限元计算分析

所得到的渠道边坡土体内 1[#] 2[#] 3[#] 三个点上吸力随时间的变化过程线如图 1 中虚线所示(1[#] 2[#] 3[#] 点为结构性黄土渠道浸水离心模型试验埋设吸力传感器的位置)。由图可见, 1[#] 点和 2[#] 点的吸力随着时间的增加, 最后降低为零, 3[#] 点的吸力几乎没有降低。有限元计算的变化规律和离心模型试验结果比较接近。

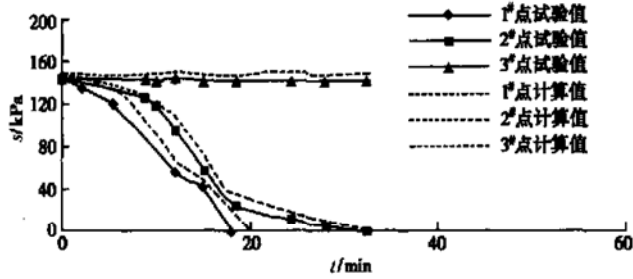


图 1 模型中吸力随时间变化图

Fig. 1 Variation of suction with time in Model No. 1

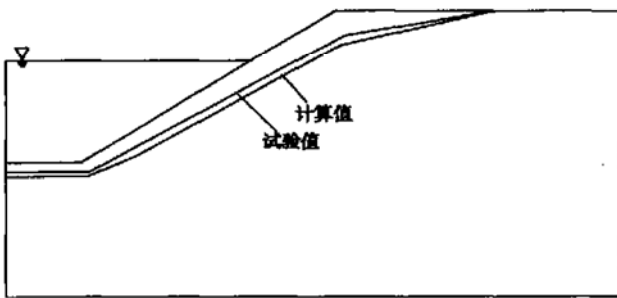


图 2 模型 1 浸水最终变形图

Fig. 2 Ultimate deformation of Model No. 1 due to soakage

对模型 1 由计算的渠道浸水最终变形如图 2 中虚线所示。渠道底部的变形为 18 mm 左右, 渠道顶部的变形量为 13.5 mm, 渠道边坡上水位线附近的变形量为 25 mm。由此可见, 渠道边坡水位附近的变形最大, 渠道底部的变形次之, 渠道坡顶变形量最小。由有限元计算的结果和模型试验结果对比可知, 有限元计算结果和模型试验结果非常接近, 并且两者的规律性也相同。

对模型 1 由有限元计算所得到的浸湿峰面(即吸力为零点的连线)如图 3 所示。浸湿峰面的位置随着时间的增长, 不断向前推移。图中示出的是 5, 10, 18, 32 min(试验结束时间)不同时间的浸湿峰面的位置。渠道里的水通过边坡向土体内入渗, 土体中的吸力降低很快。这与离心模型试验结果比较可知, 它们两者的结果比较接近。

3.2 模型 2 有限元计算结果

模型 2 的计算方法和模型 1 的相同。当把模型渠道浸水有限元分析所得的渠道边坡土体 1[#] 2[#] 3[#] 点吸力随时间的变化关系用虚线示于图 4 中(1[#] 2[#] 3[#]

点为结构性黄土渠道浸水离心模型试验埋设吸力传感器的位置)时, 可以得到, 1[#] 号点在 20 min 2[#] 号点在 27 min 3[#] 号点在 36 min 左右都从初始吸力值降低到零, 说明随着浸湿峰面已到达计算点, 计算点的吸力就很快降低到零。有限元计算结果和离心模型试验结果比较接近, 且规律性相同。

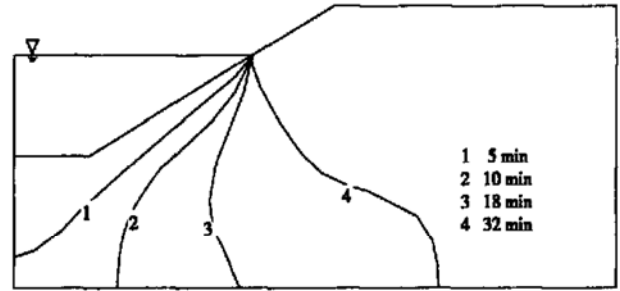


图 3 模型 1 数值计算浸湿峰面图

Fig. 3 Calculated numerical value of soakage edge in Model No. 1

当把模型 2 有限元计算分析所得到的渠道的变形用虚线示于图 5 中, 变形的规律性也和模型 1 一致, 渠底和渠顶小, 渠道坡体靠近水位线附近大。其中渠底为 3.5 mm 左右, 渠顶为 11.0 mm 左右, 渠道坡体中部为 12.5 mm 左右, 和模型试验结果比较接近。

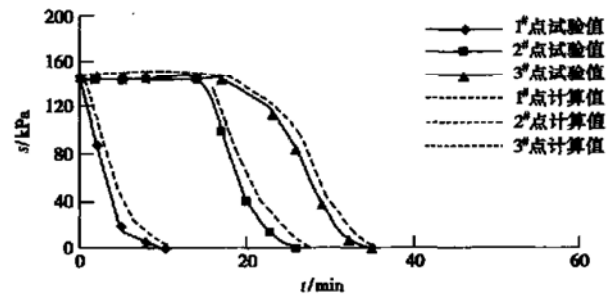


图 4 模型 2 中吸力随时间变化图

Fig. 4 Variation of suction with time in Model No. 2

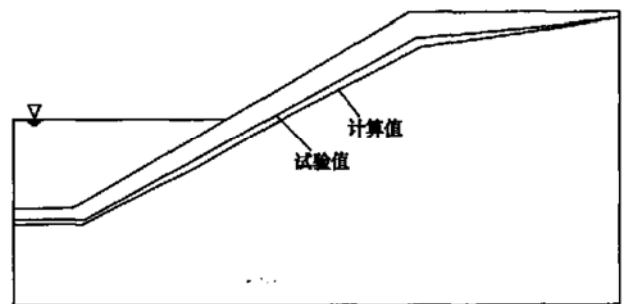


图 5 模型 2 浸水最终变形图

Fig. 5 Ultimate deformation of Model No. 2 due to soakage

当把模型 2 有限元计算分析所得的渠道边坡土体中浸湿峰面示于图 6 中时, 浸湿峰面的发展规律也与模型 1 相似, 图中给出了时间分别为 5, 10, 26, 35 min 时的浸湿峰面的位置。

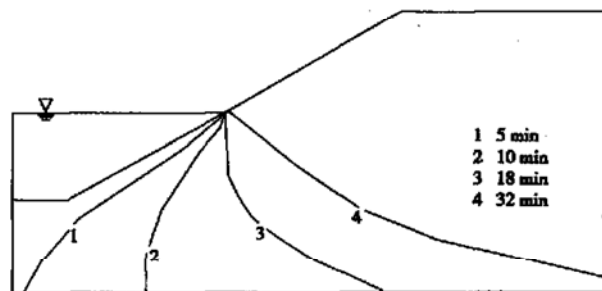


图6 模型2数值计算浸湿峰面图

Fig. 6 Calculated numerical value of soakage edge in Model No. 2

4 结 论

对渠道模型的有限元数值计算结果,无论是渠道边坡土体中吸力随时间变化曲线,还是浸水变形关系,或土体中浸湿峰面的随时间的发展关系,均与离心模型试验的实测结果相当一致。说明非饱和黄土的结构性模型和用单相孔隙流方法编制的有限元数值计算程序能够正确计算和合理模拟非饱和黄土的结构性和湿陷性,可用于解决工程实际问题。

参考文献:

- [1] Gawin D, Biggio P, Schrefler B A. Coupled heat- hydro- mechanical analysis of partially saturated porous materials [J]. Int J Num Meth in Fluids, 1995, 20: 969- 987.
- [2] Thon as H R, He Y. Analysis of coupled heat, moisture and air transfer in a deformable unsaturated soil. Getechnique, 1995, 45 (4): 677- 689.
- [3] Gatmiri B, et al. Numerical approach of elastoplastic consolidation of unsaturated soils [A]. 1st Int Conf on Unsaturated Soils [C]. Paris, 1995. 1057- 1064.
- [4] Chen Z H. Stress theory and axiomatics as well as consolidation theory of unsaturated soils [A]. 1st Int Conf on Unsaturated Soils [C]. Paris, 1995. 659- 702.
- [5] Yang D, Shen Z J. Two- dimensional numerical simulation of generalized consolidation problem of unsaturated soils [A]. 7th Int Conf on Computer Methods and Advances in Geom [C]. Cairns, 1991. 1261- 1266.
- [6] Yang D, Shen Z J. Study on generalized consolidation theory of unsaturated soils [A]. 7th Int Conf on Expansive soils [C]. Dallas, 1992. 158- 162.
- [7] 胡再强. 黄土结构性模型及黄土渠道的浸水变形试验与数值分析 [D]. 西安: 西安理工大学, 2000.

本刊征集论文反馈信息启事

谨向关心和支持本刊的广大读者致以深深的谢意! 由于版面和栏目所限, 有很多读者的力作, 本刊未能选用。当然在遗漏优秀成果的同时不排除可能还有部分有欠成熟的文章在本刊发表。对此本刊均向广大读者致歉! 为了改进本刊工作, 更好地为读者服务, 本刊谨向广大读者征集本刊所载论文的反馈意见:

1. 凡本刊所载论文, 取得良好社会、经济效益或有较高学术价值者, 请将有关说明材料(或复印件)寄送本刊。

2. 凡不成熟的或产生负面影响的文章, 欢迎读者以各种方式将意见反馈本部。

再次向广大读者致谢!

(本刊编辑部)