

一种改进的三维边坡稳定性分析方法

An improved method for three-dimensional slope stability analysis

李同录¹, 王艳霞², 邓宏科¹

(1. 国土资源部岩土工程开放研究实验室, 陕西 西安 710054; 2. 南京工业大学 土木工程学院, 江苏 南京 210009)

摘要: 在现有的边坡稳定性三维极限平衡法分析的基础上, 提出了一种改进方法, 该方法考虑了条间作用力和底滑面剪切力方向对边坡稳定性的影响, 在假定条柱分界面也处于极限平衡状态的前提下, 通过每一条柱三个方向的静力平衡条件, 推导出边坡稳定系数的计算公式。通过模型计算反映出边坡按二维和三维问题分析时的边界条件, 并进一步证实了潘家铮先生提出的极大和极小原理。

关键词: 边坡稳定性; 三维极限平衡法; 滑动面

中图分类号: TU 413. 62 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000- 4548(2003)05- 0611- 04

作者简介: 李同录(1965-), 男, 甘肃正宁人, 1992 年获西安地质学院水文地质工程地质专业理学博士学位, 现为长安大学地质工程系副教授, 主要从事边坡工程 地基工程等方面教学和研究工作。

LI Tong-lu¹, WANG Yan-xia², DENG Hong-ke¹

(1. Opening Research Lab of Geological Engineering, Ministry of National Land Resource, Xi'an 710054, China; 2. College of Civil Engineering, Nanjing Industry University, Nanjing 210009, China)

Abstract: Having reviewed the published three-dimensional models of limit equilibrium analysis, the authors suggested a new approach for three-dimensional slope analysis. The inter-slice forces and the direction of shear force on the sliding surface are taken into account in the new method which supposed the failure mass is in static equilibrium along three directions.

Key words: slope stability; three-dimensional method; sliding surface

0 引言*

三维极限平衡法发展到现阶段, 主要理论模型有三维普通条分法^[1]、三维简化毕肖普法(A. W. Bishop)^[2]、三维简化简布法(N. Janbu)^[3]以及三维斯宾塞法(E. Spencer)^[4]等。综观这些方法, 都是基于二维极限平衡法分析时所获得的经验, 多沿用了二维的假设条件。其所作的假定, 主要涉及以下几个方面^[5]: ①对滑面的形状作出假定, 如假定滑体对称, 滑裂面为旋转椭球面等; ②放松静力平衡要求, 求解过程中仅满足部分力和力矩平衡要求; ③对条间作用力的方向、作用点位置以及分布的假定。

现有三维极限平衡法的理论模型, 还存在以下缺陷: ①在考虑条间力时, 要么完全忽略条间力, 要么只考虑极少一部分条间力; ②在考虑底滑面剪切力的方向时, 假定每一条柱底滑面的剪切力平行于主滑平面, 这与实际情况不符。本文针对这两点, 提出一种改进方法, 提高边坡稳定分析的可靠性。

1 理论模型

1.1 受力分析

坐标系选取及条柱的划分图 1 所示。单一条柱受力图 2 所示。

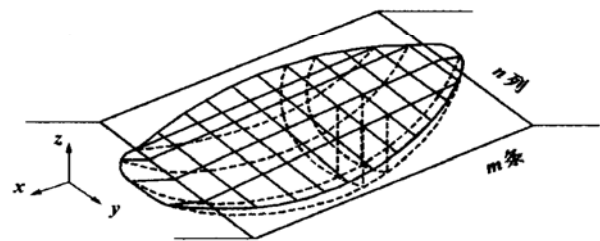


图 1 三维边坡破坏体

Fig. 1 Three-dimensional failure mass of slope

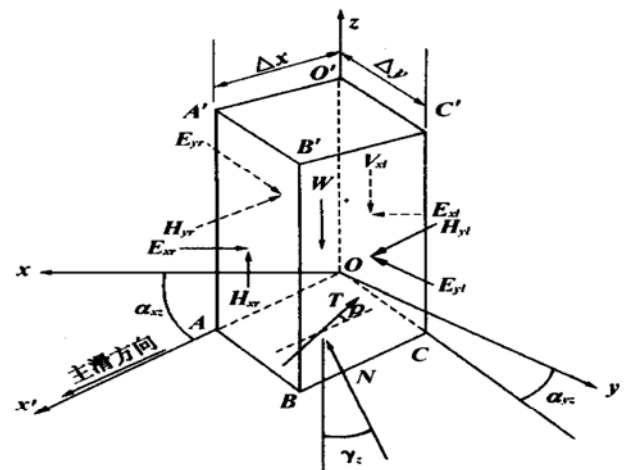


图 2 单一条柱受力图

Fig. 2 Forces acting on a single slice

图2中: $E_{xl}, E_{xr}, E_{yl}, E_{yr}$ 分别为作用在 $O'C'OC$ $A'B'AB$ $B'C'BC$ $A'O'AO$ 面上的法向力; $H_{xl}, H_{xr}, H_{yl}, H_{yr}$ 分别为作用在 $O'C'OC$ $A'B'AB$ $B'C'BC$ $A'O'AO$ 面上的剪切力; N 为作用在底滑面的法向力, 其方向角分别为 α, β 和 γ_z ; T 为作用在底滑面上的剪切力。

1.2 稳定系数的定义

和传统的边坡稳定分析方法一样, 引入稳定系数 f 的定义。如果滑面上的抗剪强度指标 $\tan \varphi$ 和 c 按下式缩减, 滑面上处处达到极限平衡:

$$T = \frac{cA + N \tan \varphi}{f} \quad (1)$$

1.3 条间力的假定

(1) 作用在平行于 yOz 平面的界面, 即 $O'C'OC$ 和 $A'B'AB$ 面上的条间剪力竖直向下, 忽略作用在该面上的水平向剪力。

(2) 作用在平行于 xOz 平面的界面, 即 $B'C'BC$ 和 $A'O'AO$ 面上的条间剪力平行于底滑面。

(3) 所有条柱的分界面也处于极限平衡状态, 即条间法向力和剪力也满足摩尔-库仑条件。

1.4 底滑面剪切力方向的假定

对底滑面剪切力方向的假定, 根据陈祖煜先生的建议^[6], 假定作用在底滑面的剪切力 T 与主滑方向 Ox' 轴的夹角为 ρ 。规定剪切力在 y 轴的分量为正时 ρ 为正值。假定对每一列与 xOz 平行 (y 为常量) 的条柱, 底滑面上的剪力方向 ρ 取相同的数值, 但不同列的剪切力 T 与 Ox' 轴的夹角, 用一个假定的分布函数 $f(y)$ 表示, 即 $\rho = f(y)$ 。当 $y = 0$ 时, $f(y)$ 接近于 0, 靠近左右两端的 $f(y)$ 视滑面左右对称情况分别取不同数值。由于 ρ 为 T 与 Ox' 轴的夹角, 因此其值应在 $-\pi/2 \sim \pi/2$ 之间, 且 $f(y)$ 应满足如下条件:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\pi}{2} \leq f(y) < 0 & \quad y < 0 \\ f(y) = 0 & \quad y = 0 \\ 0 < f(y) \leq \frac{\pi}{2} & \quad y > 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

设 n_x, n_y 和 n_z 为底滑面法线的方向余弦, m_x, m_y 和 m_z 为切向力 T 的方向余弦, 在已知滑面位置的情况下, 确定了 ρ 后, m_x, m_y 和 m_z 即为已知。

2 求解稳定系数

为了简化推导过程, 暂不考虑地震力等外部荷载, 只考虑重力作用下均质土坡的静力平衡, 外部荷载可以直接叠加到最终公式中。

(1) 条柱底滑面和两个侧面满足摩尔-库仑准则, 故有

$$T = \frac{(N - uA) \tan \varphi + cA}{f} \quad (3)$$

$$H_y = \frac{E_y \tan \varphi + cA_{yz}}{f} \quad (4)$$

$$H_x = \frac{E_x \tan \varphi + cA_{xz}}{f} \quad (5)$$

式中 E_x, H_x 分别为平行于 yOz 面的法向力和剪力; E_y, H_y 分别为平行于 xOz 面的法向力和剪力; A_{xz}, A_{yz} 分别为平行于 xOz 和 yOz 面的条柱侧面的面积。

(2) 每一条柱 x 方向力平衡

$$N \cos \alpha - Tm_x = (H_{yl} - H_{yr}) \cos \alpha_z + (E_{xl} - E_{xr}) \quad (6)$$

(3) 每一条柱 y 方向力平衡

$$N \cos \beta - Tm_y = E_{yl} - E_{yr} \quad (7)$$

(4) 每一条柱 z 方向力平衡

$$W = N \cos \gamma_z + Tm_z + (H_{yl} - H_{yr}) \sin \alpha_z + (H_{xl} - H_{xr}) \quad (8)$$

令

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_y &= E_{yl} - E_{yr} \\ \Delta H_y &= H_{yl} - H_{yr} \\ \Delta E_x &= E_{xl} - E_{xr} \\ \Delta H_x &= H_{xl} - H_{xr} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将式(4) (5)代入式(9)得

$$\Delta H_y = \frac{\Delta E_y \tan \varphi + c(A_{xzl} - A_{x zr})}{f} \quad (10)$$

$$\Delta H_x = \frac{\Delta E_x \tan \varphi + c(A_{yzl} - A_{yzr})}{f} \quad (11)$$

由式(7)得

$$\Delta E_y = N \cos \beta - Tm_y \quad (12)$$

将式(12)代入式(10)得

$$\Delta H_y = \frac{(N \cos \beta - Tm_y) \tan \varphi + c(A_{xzl} - A_{x zr})}{f} \quad (13)$$

将式(9) (13)代入式(6)得

$$\Delta E_x = N \cos \alpha - Tm_x - \frac{(N \cos \beta - Tm_y) \tan \varphi + c(A_{xzl} - A_{x zr})}{f} \cos \alpha_z \quad (14)$$

将式(14)代入式(11)得

$$\Delta H_x = [N \cos \alpha - Tm_x - (N \cos \beta - Tm_y) \frac{\tan \varphi}{f} + \frac{c}{f} \cdot (A_{xzl} - A_{x zr}) \cos \alpha_z] \frac{\tan \varphi}{f} + \frac{c}{f} (A_{yzl} - A_{yzr}) \quad (15)$$

将式(3)代入式(13)和(15), 再将式(13)和(15)代入式(8), 整理得

$$N = \frac{W - m_b}{m_a} \quad (16)$$

式中

$$m_a = \cos \gamma_z + m_c (\cos \beta \sin \alpha_{kz} + \cos \alpha - m_c \cos \beta \cos \alpha_{kz}) + m_c (m_z - m_y m_c \sin \alpha_{kz} - m_x m_c + m_y m_c^2 \cos \alpha_{kz}), \quad (17)$$

$$m_b = \frac{cA}{f} (m_z - m_y m_c \sin \alpha_{kz} - m_x m_c + m_y m_c^2 \cos \alpha_{kz}) + \frac{c(A_{xz}l - A_{yzt})}{f} (\sin \alpha_{kz} + m_c \cos \alpha_{kz}) + \frac{c(A_{yz}l - A_{yzt})}{f}, \quad (18)$$

$$m_c = \frac{\tan \varphi}{f}. \quad (19)$$

(5) 整个滑体沿 x 方向的力平衡

$$\sum_y \sum_x T m_x = \sum_y \sum_x N \cos \alpha, \quad (20)$$

将式(3)代入式(20), 整理得稳定系数的计算公式为

$$f = \frac{\sum_y \sum_x (N \tan \varphi + cA) m_x}{\sum_y \sum_x N \cos \alpha}, \quad (21)$$

该式右端也包含稳定系数 f , 因此需要叠代计算。各条块与边界相邻一侧的侧面受力和面积均为 0 或给一确定的值, 在此条件下可以保证结果是收敛的。

3 算例及讨论

为了对提出的计算模型进行验算并与其他各种方法进行比较, 笔者编制了程序对一简单边坡模型进行了稳定性计算。

采用算例为一无水状态下的均质重力土坡, 坡高 40 m, 坡度 45° (见图 3), 假定滑面为旋转椭球面, 滑体横向宽度为 w 。

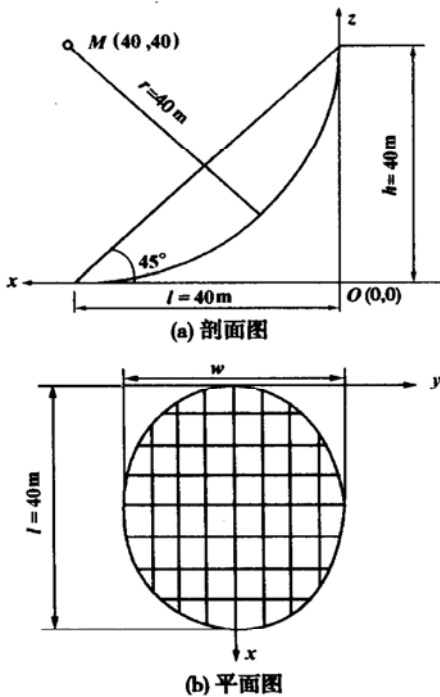


图 3 计算模型的剖面 and 平面图

Fig. 3 Section and plane of calculation model

设滑面方程为 $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{a^2} = 1$, 其中 (x_0, z_0) 为球心 (x, z) 坐标, a, b 为两个旋转半径。

假定滑面通过坡脚和坡顶, 主滑面的滑弧半径为 40 m, 故在滑面方程中 $a = x_0 = z_0 = 40$ m。当滑体宽度为 w 时, 由图 3 可知, 椭球通过点 $(20, w/2, 20)$, 代入椭球方程, 可得 $2b = \sqrt{2}w$, 所以, 当给定宽度时, 滑动面方程为已知。

为分析滑体宽度对稳定系数的影响, 分别取不同 w 值 (20, 40, 60, 80, 100, 120, 240, 320 m) 的滑体进行稳定性验算。滑体等间距分割, 坐标系及条块分割如图 3 所示。滑体土容重给定值 $\gamma = 22$ kN/m³, 滑面的强度指标取 $c = 30$ kPa, $\varphi = 30^\circ$ 进行计算, 部分计算结果见表 1, 将上述计算结果绘制成曲线见图 4。

表 1 三维极限平衡法计算结果

Table 1 Calculated results of the slope stability with three-dimensional limit equilibrium method

w/l	三维普通条分法	三维简化毕肖普法	三维简化简布法 1	三维简化简布法 2	三维斯宾塞法	本文三维方法
1	1.15	1.30	1.25	1.25	1.34	1.48
2	1.14	1.22	1.17	1.16	1.24	1.34
3	1.14	1.20	1.16	1.15	1.22	1.29
6	1.15	1.19	1.14	1.13	1.21	1.26
8	1.15	1.19	1.14	1.13	1.21	1.26

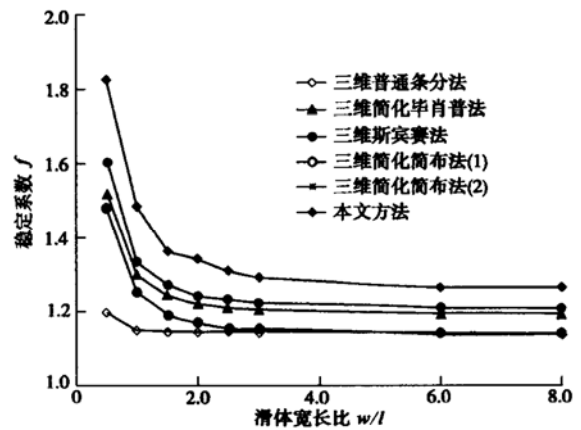


图 4 滑体不同宽长比的稳定性计算结果

Fig. 4 The safety factors varying with the ratio of width to length

从图 4 可以看出, 无论采用何种方法, 当滑体的宽度与长度远远大于其沿滑动方向的长度时, 稳定系数逐渐变小; 当 $w/l > 2$ 时, 稳定系数的变化逐渐变缓; 在 $w/l > 4$ 以后, 几乎不再变化, 此时, 边坡稳定问题接近于二维平面问题。

从表 1 计算结果还可以看出, 三维普通条分法由于没有考虑侧向力, 稳定系数偏小。Hungri 所提出的三维简化毕肖普法和简化简布法以及国内学者冯树仁的简化简布法^[7], 由于三者都考虑了条间力对稳定系数的影响, 所得的稳定系数较普通三维条分法有较大

提高。由于三者的基本原理相同,只是求解过程不同,因此三种方法所求得的稳定系数相差不大,其中,三维简化毕肖普法考虑了力矩平衡,其所得的稳定系数较后两者偏大。

本文方法假定条间力处于极限平衡状态,得出的稳定系数较其他方法的计算结果都偏大,这一结果也尽合理。该模型对条间力的假定采用了类似于萨尔玛(S. K. Samra)的方法^[8],但在萨尔玛法中,可以不是垂直分条,而且分条方式对稳定系数有影响,一般要搜索稳定系数最小的分条模式,而且条间不允许出现拉张力。本文采用的垂直条分法得到的不一定是最小稳定系数,在三维计算中,分条模式对稳定性计算结果的影响还有必要作进一步讨论。总之,在边坡稳定性分析时,条间力对稳定性有很大影响,不考虑条间力的作用所计算得到的稳定系数偏于保守。

为研究滑裂面剪力的方向对稳定系数的影响,笔者对剪力与 Ox' 轴夹角 ρ 的分布函数 $f(y)$ 给定一定函数进行计算。在对称轴处, $\rho = 0$; 两侧随着与对称轴距离的增大, ρ 增大。对 $f(y)$ 的分布取如下函数:

$$\rho = f(y) = \lambda \frac{y(i, j) - y_0}{w} \quad (22)$$

式中 y_0 为滑体中轴的坐标; w 为滑体的宽度; λ 为一系数,其值在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之间。

笔者给定 $c = 30 \text{ kPa}$, $\varphi = 30^\circ$, 分别以 $w/l = 0.5$ 和 1.0 为例, λ 从 0° 到 90° 取值,计算了剪切力方向对稳定性的影响,结果如图 5 所示。

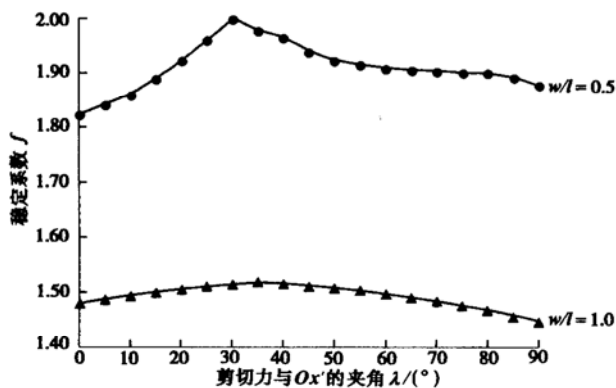


图 5 剪切力方向对稳定系数的影响

Fig. 5 The calculated safety factors with variation of direction of shearing force on the sliding surface

由图 5 可见,稳定系数随着 λ 的不断增大,先增大到一个极值,后又减小。这一结果可用潘家铮先生的

最大原理来解释,即当滑坡体和滑面确定时,滑面上的反力及滑体内力能自行调整,以发挥最大的抗滑力,同时也说明,底滑面剪切力 T 的方向对稳定系数有显著影响。

4 结 论

(1) 三维极限平衡法目前尚处于理论研究阶段,本文针对目前一些理论模型的不足提出了一种改进方法,其主要特点是考虑了侧向力及底滑面剪力方向对边坡稳定性的影响,相当于对二维萨尔玛法的扩展。

(2) 基于一个给定滑动面的理想边坡模型,利用本文方法和其他方法进行了稳定性计算和比较。本文在考虑侧向力的情况下,稳定系数较其他方法大。但无论采用哪种方法,当滑体比较狭长,尤其是 $w/l < 2$ 时,侧向作用对边坡的稳定性有很大影响,滑体三维效应非常明显,此时的边坡稳定问题必须作为三维问题来分析。

(3) 滑动面上剪力方向对稳定系数有显著影响,随着剪力方向与对称轴夹角的增大,稳定系数先达到一个极值,随后又减小,这一结果可用潘家铮先生的最大原理来解释,即当滑坡体和滑面确定时,滑面上的反力及滑体内力能自行调整,以发挥最大的抗滑力。

参考文献:

- [1] Hovland H J. Three-dimensional slope stability analysis of slope [J]. J Geotech Eng Div, ASCE, 1977, **103**: 971- 986.
- [2] Hungr O. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three-dimensions [J]. Geotechnique, 1987, **37**: 113- 117.
- [3] Hungr O, Salgado F M, Byrne P M. Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis [J]. Can Geotech J, 1989, **26**: 679- 686.
- [4] Xing Z. Three-dimensional stability analysis of concave in plan view [J]. J of Geotech Eng, ASCE, 1988, **114**: 658- 671.
- [5] 高德彬,王艳霞,王 丽,李同录. 边坡稳定性分析方法综述 [A]. 地球探测科学与技术新进展 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2002. 93- 99.
- [6] 陈祖煜,等. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法 [J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(5): 525- 529.
- [7] 冯树仁,等. 边坡稳定性的三维极限平衡分析方法及应用 [J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(6): 657- 661.
- [8] 钱家欢,殷宗泽. 土工原理与计算 (第 2 版) [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996. 324- 327.