

# 预制桩竖向承载力的分项系数研究

## Study on partial factor of vertical bearing capacity of precast pile

赵春风<sup>1</sup>, 卢隆宾<sup>2</sup>, 徐超<sup>1</sup>, 高大钊<sup>1</sup>

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 上海世茂房地产有限公司, 上海 200122)

**摘要:** 考虑荷载规范给定的分项系数约束条件下, 对上海地区预制桩桩基竖向承载力3种确定方法进行了可靠性分析, 并推导出对应于各方法的抗力分项系数的理论公式。

**关键词:** 预制桩; 分项系数; 可靠性

**中图分类号:** TU 473.13      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2003)02-0154-03

**作者简介:** 赵春风(1964-), 男, 安徽人, 1998年在同济大学获工学博士学位, 副教授。从事桩基础、软土地基变形控制及岩土工程可靠度等的教学和科研工作。

ZHAO Chunfeng<sup>1</sup>, LU Longbin<sup>2</sup>, XU Chao<sup>1</sup>, GAO Daizhao<sup>1</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Shimao Real Estate Limited Company, Shanghai 200122, China)

**Abstract:** The reliability analysis has been made for the three methods to define the vertical bearing capacity of precast pile in foundation design code of Shanghai under the confining condition of the load code. The theoretic formulas of partial factors of the resistance for the three methods have been derived.

**Key words:** precast pile; partial factor; reliability

## 1 预制桩的设计表达式<sup>①</sup>

我国颁布的GBJ 68—84《建筑结构设计统一标准》是以概率理论为基础的极限状态设计方法, 设计表达式以各种标准值和分项系数来表示, 它是制定各类结构规范及地基基础规范时应遵守的准则<sup>[1]</sup>。如何结合地基基础的特点, 提出各设计参数, 是亟待解决的问题。

按总安全系数方法设计桩基, 当承受中心荷载时, 由试桩及分层参数计算单桩容许承载力 $N_d$ 的设计表达式分别为<sup>[2]</sup>

$$N_d = \frac{Q_u}{K}, \quad (1)$$

$$N_d = \frac{1}{K} (Q_p A_p + U_p \sum_{i=1}^n Q_i l_i), \quad (2)$$

式中  $N_d$  为单桩竖向容许承载力(kN);  $Q_u$  为单桩竖向极限承载力(kN);  $K$  为总安全系数;  $Q_p$  为极限端阻力(kPa);  $Q_i$  为第*i*层土桩侧极限摩阻力(kPa);  $A_p$  为桩端全断面面积( $m^2$ );  $U_p$  为桩周长(m);  $l_i$  为第*i*层土的厚度(m);  $n$  为桩所穿过的土层数。

当采用分项系数方法设计桩基时, 将总安全系数分解为荷载和抗力两部分分项系数。桩顶荷载由恒载和活载组成, 两者的变异系数不同, 因而分别用不同的分项系数乘以相应的荷载标准值。由于桩所穿过的土层往往具有不相同的桩侧摩阻力统计参数, 应采用不同的分项系数。如桩所穿过的土层有*n*个, 那么具有*n+3*个分项系数的设计表达式为

$$\gamma_G Q_{Gk} + \gamma_L Q_{Lk} \leq \frac{Q_{pk} A_p}{\gamma_p} + U_p \sum \frac{Q_{i,k} l_i}{\gamma_i}, \quad (3)$$

对试桩情况则为

$$\gamma_G Q_{Gk} + \gamma_L Q_{Lk} \leq \frac{Q_{uk}}{\gamma_R}, \quad (4)$$

式中  $\gamma_G$ ,  $\gamma_L$ ,  $\gamma_p$ ,  $\gamma_i$  和  $\gamma_R$  分别代表恒载、活载、桩端阻力、侧摩阻力和总抗力的分项系数;  $Q_{Gk}$ ,  $Q_{Lk}$ ,  $Q_{pk}$ ,  $Q_{i,k}$  和  $Q_{uk}$  分别代表恒载、活载、桩端阻力、侧摩阻力和总抗力的标准值。

## 2 分项系数的定义及确定原则

在利用JC法进行可靠度分析时, 设计验算点坐标为

$$X_i^* = \bar{X}_i (1 - \alpha_i \beta \delta_i). \quad (5)$$

在基本变量已标准化的空间, 坐标原点(各变量的均值点)到失效界面的最短距离即为可靠度指标 $\beta$ , 而该最短线段同失效界面的交点即为设计验算点, 这样, 可以定义设计验算点坐标即为设计值。如设该设计变量的标准值为 $X_{ik}$ , 则抗力分项系数定义为

$$\frac{1}{\gamma_i} = \frac{X_i^*}{X_{ik}}, \quad (6)$$

由式(5)、(6)可得

$$\frac{1}{\gamma_i} = \frac{\bar{X}_i}{X_{ik}} (1 - \alpha_i \beta \delta_i). \quad (7)$$

<sup>①</sup> 基金项目: 上海市建委科技委建设基金资助项目(A9702154); 上海市重点学科基金资助项目(沪教委科[2001]44号)  
收稿日期: 2002-05-24

### 3 分项系数的计算方法

为使所得分项系数能与现行荷载规范配套,采用荷载规范规定的统计参数,把上部结构规范的荷载分项系数用于桩基荷载分项系数,即恒载和活载的分项系数分别为1.20和1.40,荷载的统计参数如下:恒载的变异系数为0.07;活载分两种情况,持久性楼面活载如办公楼为0.292,住宅为0.229,对预制桩而言,几何尺寸可简化为确定性变量。因而只需考虑荷载与抗力的变异性,又由于荷载系数组合已设定,因而只需讨论单桩竖向承载力(即抗力)的变异性因素;另一方面,由于不考虑桩径的变异性,因而极限状态方程为线性方程。下面分别推导出对应于上海市标准确定单桩竖向承载力各方法的分项系数<sup>[2]</sup>。

#### 3.1 由试桩结果计算单桩竖向承载力的分项系数

式(4)中令荷载比 $\rho = Q_{Lk}/Q_{Gk}$ ,并同式(1)联立求解可得

$$\frac{1+\rho}{Y_G + \rho Y_L} = \frac{Y_R}{K}, \quad (8)$$

由式(8)可知,在荷载分项系数给定的前提下,对不同的总安全系数和荷载比可得相应的抗力分项系数,见表1。此结果同我国行业标准推荐的由静载荷试验法确定单桩承载力的分项系数值相吻合<sup>[3]</sup>。

表1  $Y_R$  值

Table 1 Values of  $Y_R$

$\rho$	$Y_R$	
	$K = 1.7$	$K = 2.0$
0.2	1.38	1.62
0.5	1.34	1.58
1.0	1.31	1.54

#### 3.2 由经验公式计算单桩竖向承载力的分项系数

抗力分项系数共有 $n+1$ 个,分别为 $n$ 个桩侧摩阻力分项系数和一个桩端阻力分项系数。在求分项系数时,涉及到如何取抗力标准值问题,标准值视情况取均值或取概率分布的某一置信概率的分位值,为方便起见,本文取均值。这样由式(7)可得

$$Y_i^{-1} = 1 - \beta \delta_i \cos \theta_i (i = 1, 2, \dots, n+1), \quad (9)$$

$$\text{又 } \cos \theta_i = \sigma_i / \sigma_z, \quad (10)$$

式中 $\sigma_i$ 为某一抗力分量的标准差; $\sigma_z$ 为功能函数的标准差。

式(10)代入式(9)并令 $\sigma_R$ 为总抗力标准差,得

$$Y_i^{-1} = 1 - \beta \delta_i^2 \frac{\sigma_R}{\sigma_z \delta_R} \cdot \rho_i, \quad (11)$$

式中 $\rho_i = m_i/m_R$ 为某一抗力分量均值与总抗力均值之比值。

$$\text{令 } \Delta_i = \beta \delta_i^2 \frac{\sigma_R}{\sigma_z \delta_R} \cdot \rho_i, \quad (12)$$

当参与统计的子样确定之后,对任一抗力分项, $\frac{\sigma_R}{\sigma_z \delta_R}$ 为常数,故而

$$\frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\delta_i^2 \rho_i}{\delta^2 \rho}, \quad (13)$$

$$Y_i^{-1} = 1 - \Delta_i, \quad (14)$$

用 $n+1$ 项分项系数表示的第 $i$ 项分项系数为

$$Y_i^{-1} = 1 - \frac{\delta_i^2 \rho_i}{\delta^2 \rho_{n+1}} (1 - Y_{n+1}^{-1}), \quad (15)$$

共有 $n$ 个方程,再加上闭合条件:

$$\sum_{i=1}^{n+1} Y_i^{-1} \rho_i = Y_R^{-1}, \quad (16)$$

共计有 $n+1$ 个方程,可解出 $n+1$ 个抗力分项系数,经推导可得

$$Y_i^{-1} = 1 - (1 - Y_R^{-1}) \frac{\sigma_i^2 \rho_i \sum_{i=1}^{n+1} \rho_i^2}{\left| \sum_{i=1}^{n+1} (\delta_i \rho_i)^2 \right|^2}. \quad (17)$$

在已知桩及土层的统计参数情况下,就可算出桩侧摩阻力和桩端阻力,进而可以求出 $\delta$ 和 $\rho$ ,代入式(17)即可求得每个抗力分量的分项系数。

#### 3.3 按静力触探比贯入阻力计算单桩竖向承载力的分项系数

由于由静力触探比贯入阻力 $P_s$ 估算单桩极限承载力公式为线性组合,因而抗力分项系数主要取决于由 $P_s$ 估算的桩侧摩阻力和桩端阻力的变异系数。

##### (1) 桩侧摩阻力的分项系数

第 $i$ 层土的侧摩阻力按规范可写成

$$Q_i = U_{f,i} f_i, \quad \delta_{Q_i} = \delta_{f_i}, \quad (18)$$

式中 $\delta_{f_i}$ 为第 $i$ 层土桩侧摩阻力的变异系数,而 $f_i$ 又可写成

$$f_i = a + b P_{s,i}, \quad (19)$$

$a, b$ 取值为:浅层土, $a = 15$  kPa, $b = 0$ ; $\bar{P}_{s,i} \leq 1000$  kPa的黏性土, $a = 0, b = 0.05$ ; $\bar{P}_{s,i} > 1000$  kPa的黏性土, $a = 25$  kPa, $b = 0.025$ ;粉性土或砂土, $a = 0, b = 0.02$ 。

由式(19)可得

$$\begin{aligned} \sigma_{f_i} &= b \sigma_{P_{s,i}} \\ \delta_{f_i} &= \left| \frac{b \bar{P}_{s,i}}{a + b \bar{P}_{s,i}} \delta_{P_{s,i}} \right|. \end{aligned} \quad (20)$$

由于土性的相关性,为使所取 $P_s$ 值相互独立,同时不至于由于少取值而造成统计结果的统计误差,应按土层相关距离来取值再进行统计,这样获得的方差

为点方差, 最后按一维随机场理论获得均值方差和变异系数<sup>[6]</sup>, 即式(20)如用点方差变异系数表示则为

$$\delta_i = \frac{b\bar{P}_{si}}{a + b\bar{P}_{si}} \dot{\delta}_{p_{si}} \sqrt{\delta_{l_0}}, \quad (21)$$

式中  $\dot{\delta}_{p_{si}}$  为第  $i$  层土静力触探比贯入阻力点方差所对应的变异系数;  $\delta_{l_0}$  为第  $i$  层土的相关距离;  $l_i$  为第  $i$  层土的厚度。再考虑到场地的变异性, 最终可得侧摩阻力的变异系数  $\delta_t$  为

$$\delta_t = (\delta_{f_i}^2 + \delta_{h_i}^2)^{1/2}, \quad (22)$$

其中  $\delta_{h_i}$  为场地的变异系数。

由于实际工程中, 一般场地的静力触探孔数不会很多, 因而可用随机变量理论平均值方差的方法来近似计算空间均值方差。最后由式(7)并令抗力标准值为均值, 可得桩侧摩阻力的分项系数为

$$\gamma_i^{-1} = 1 - \beta \delta_t \cos \theta_i. \quad (23)$$

## (2) 桩端阻力的分项系数

桩端阻力按规范可以写成

$$Q_p = \alpha_p A_p P_{sb}, \quad (24)$$

$$\delta_{Q_p} = \dot{\delta}_{p_{sb}}. \quad (25)$$

在桩端全截面以上 8 倍桩径范围内的  $P_s$  平均值计为  $P_{s1}$ , 在桩端全截面以下 4 倍桩径范围内的  $P_s$  平均值计为  $P_{s2}$ , 那么  $P_{sb}$  应为<sup>[4]</sup>

$$P_{sb} = \frac{P_{s1} + \alpha P_{s2}}{2} \quad (P_{s1} \leq P_{s2}), \quad (26)$$

$$P_{sb} = P_{s2} \quad (P_{s1} > P_{s2}), \quad (27)$$

式中  $\alpha$  为折减系数, 可查表。

将式(26)、(27)代入式(25)可得

$$\delta_{Q_p} = \frac{(\dot{\delta}_{p_{s1}}^2 P_{s1}^2 + \alpha^2 \dot{\delta}_{p_{s2}}^2 P_{s2}^2)^{1/2}}{P_{s1} + \alpha P_{s2}} \quad (P_{s1} \leq P_{s2}), \quad (28)$$

$$\delta_{Q_p} = \dot{\delta}_{p_{s2}} \quad (P_{s1} > P_{s2}). \quad (29)$$

如用点方差  $\dot{\delta}_{p_{s1}}$  和  $\dot{\delta}_{p_{s2}}$  代替均值方差  $\delta_{p_{s1}}$  和  $\delta_{p_{s2}}$ , 则上两式可改写为

$$\delta_{Q_p} = \frac{(\dot{\delta}_{p_{s1}}^2 \frac{\delta_{01}}{2d} P_{s1}^2 + \alpha^2 \dot{\delta}_{p_{s2}}^2 \frac{\delta_{02}}{d} P_{s2}^2)^{1/2}}{2(P_{s1} + \alpha P_{s2})} \quad (P_{s1} \leq P_{s2}), \quad (30)$$

$$\delta_{Q_p} = \frac{1}{2} \dot{\delta}_{p_{s2}} \left| \frac{\delta_{02}}{d} \right|^{1/2} \quad (P_{s1} > P_{s2}), \quad (31)$$

式中  $d$  为圆桩直径或方桩边长;  $\delta_{01}$ ,  $\delta_{02}$  分别为桩端横截面上、下土层的相关距离加权平均值。考虑到场

地的变异系数  $\delta_{h_p}$ , 可得端阻力的变异系数  $\delta_p$  为

$$\delta_p = \frac{1}{2} \left| \frac{(\dot{\delta}_{p_{s1}}^2 \frac{\delta_{01}}{2d} P_{s1}^2 + \alpha^2 \dot{\delta}_{p_{s2}}^2 \frac{\delta_{02}}{d} P_{s2}^2)^{1/2}}{(P_{s1} + \alpha P_{s2})^2} + \frac{4 \delta_{h_p}'}{n} \right|^{1/2} \quad (P_{s1} \leq P_{s2}), \quad (32)$$

$$\delta_p = \frac{1}{2} \left| \dot{\delta}_{p_{s2}}^2 \frac{\delta_{02}}{d} + \frac{4 \delta_{h_p}^2}{n} \right|^{1/2} \quad (P_{s1} > P_{s2}), \quad (33)$$

最后由式(7)并令抗力标准值为均值, 可得桩端阻力的分项系数为

$$\gamma_p^{-1} = 1 - \beta \delta_p \cos \theta_p, \quad (34)$$

式中方向余弦为

$$\cos \theta_i = \frac{Q_i \delta_i}{[(0.07 Q_G)^2 + (0.29 Q_L)^2 + (Q_p \delta_p)^2 + \sum_{i=1}^n (Q_i \delta_i)^2]^{1/2}},$$

$$\cos \theta_p = \frac{Q_p \delta_p}{[(0.07 Q_G)^2 + (0.29 Q_L)^2 + (Q_p \delta_p)^2 + \sum_{i=1}^n (Q_i \delta_i)^2]^{1/2}} \quad (35)$$

再按场地统计出抗力的均值及变异系数, 同时考虑恒载和活载的比例关系以及总安全系数  $K$  和闭合条件, 即可由式(23)和式(34)计算出各抗力分项系数值。

## 4 结语

本文详细给出了荷载规范给定的分项系数前提下, 上海地区 3 种确定预制桩单桩竖向承载力由总安全系数设计方法过渡为分项系数设计方法的理论公式, 在由静力触探比贯入阻力确定单桩竖向承载力中, 利用一维随机场理论, 充分考虑了土性的相关性, 所得结果可供规范转轨时参考。

值得说明的是, 本文没有考虑计算模式的不定性, 而是利用原规范的计算模式。

## 参考文献:

- [1] GBJ 68—84, 建筑结构设计统一标准[S].
- [2] DBJ 08-11-89, 地基基础设计规范[S].
- [3] JGJ 94—94, 建筑桩基技术规范[S].
- [4] 同济大学岩土工程研究所土力学研究室. 桩基础的可靠性研究[R]. 上海: 同济大学, 1992. 33-62.
- [5] 赵春风, 叶观宝, 等. 由 CPT 确定灌注桩极限承载力的可靠性研究[J]. 岩土力学, 1999, 20(1): 65-69.
- [6] Vanmarcke E H. Probabilistic modeling of soil profile[J]. ASCE, 1977, 103: 1227-1246.