

# 考虑硬壳层作用的软土地基临塑荷载计算

## Calculation of proportional limit load for soft clay foundation involving the effect of dry crust

王晓谋

(长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064)

**摘要:**应用土力学理论和叠加原理,深入分析了软土地基上硬壳层的作用,推导出考虑硬壳层厚度和强度影响的软土地基临塑荷载计算公式,并提出了该公式计算结果的最大值界限,从而可保证这一公式应用于实际工程的可靠性。

**关键词:**软土地基;硬壳层;临塑荷载

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2002)06-0720-04

**作者简介:**王晓谋(1953-),男,陕西乾县人,博士,副教授,主要从事土力学与地基基础方面的教学和研究工作。

WANG Xiaomou

(Institute of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

**Abstract:** With the help of the theory of soil mechanics and principle of superposition, the analysis is conducted deeply in the effect of dry crust on soft clay foundation, and the proportional limit load formula of soft clay foundation involving the effect of dry crust is derived. The paper also puts forward the maximum limit of the result calculated by the formula, which will ensure the reliability of the formula applied.

**Key words:** soft clay foundation; dry crust; proportional limit load

## 1 硬壳层作用的分析\*

具有硬壳层的软土地基在荷载作用下,硬壳层与其下的软土层形成一整体的承力体系,软土层的承载力与硬壳层有着密切的关系。当硬壳层的平面范围足够大时,一方面硬壳层的存在限制了其下软土层向四周挤出及周围软土向上鼓起,使软土层需要较大的外荷载才能使其发生剪切变形;另一方面,硬壳层本身密度较大,具有一定的刚度,因此,它可分担荷载产生的一部分剪力,即在一定的荷载剪力作用下不产生剪切变形或变形很小,使得硬壳层与其下软土层间的荷载传递方式有了变化,此时的硬壳层已有了类似板体的作用,此作用也可称为硬壳层的“壳体效应”<sup>[1]</sup>。壳体效应可使外荷载传到较大的软土面积上,使其下软土层上的附加应力低于按经典扩散方法计算出的附加应力,且分布更加均匀,分布的范围更大<sup>[2]</sup>。正是上述两原因,使得具有硬壳层的软土地基承载力大于无硬壳层的软土地基承载力。

由以上分析可以肯定,硬壳层越厚、越坚硬,其壳体效应就越强,其下软土层承载力的提高就越显著。因此,硬壳层的厚度和强度是影响其下软土层承载力和沉降量的两个重要因素。在实际工程当中,当软土层上面有硬壳层存在时,只要硬壳层有一定厚度,都应充分利用硬壳层的作用<sup>[3]</sup>,只要外荷载在软土地基的临塑荷载范围之内,就可以满足设计要求,沉降也就可控制在容许范围之内。

当软土地基顶面存在硬壳层时,如何计算软土地

基的承载力,至今还是一个没有能定量解决的问题,笔者试图对这一问题进行探讨。

## 2 临塑荷载公式推导

### 2.1 解决问题的思路

由于问题的复杂性,为了便于推导公式,将求解有硬壳层软土地基临塑荷载转化为求解考虑了硬壳层作用影响后下卧软土层的临塑荷载(因为软土地基硬壳层一般较薄,为1~3m)。求解考虑硬壳层作用的软土地基临塑荷载公式分两步进行:①先将硬壳层自重视为大面积均布荷载和路堤自重简化为条形均布荷载一起作为外荷载加在软土地基上求其临塑荷载,其计算公式为式(11);②再计算考虑硬壳层的强度和厚度作用后,将条形均布荷载向下卧软土层传递时,通过摩擦作用传递到条形均布荷载作用宽度以外的力,如式(12)所示,因此荷载作用范围单位宽度减少的 $\Delta p$ 如式(13)所示。将两个步骤计算结果叠加,就可得到考虑硬壳层作用的软土地基临塑荷载计算式(15)。

### 2.2 公式推导

#### (1) 基本假定

①忽略硬壳层本身的压缩变形;②将硬壳层视为大面积均布荷载 $\gamma_0 h$ 作用于软土地基上(见图1(b));

#### (2) 塑性区边界方程的推导

本文将具有硬壳层的软土地基在路堤自重作用如

图 1(a) 所示情况简化为图 1(b), 在半无限体表面作用大面积均布荷载  $\gamma_0 h$  和条形均布荷载  $p$ 。因为路堤在长宽方向的比  $L/B \geq 10$ , 故本问题按平面应变问题对待。

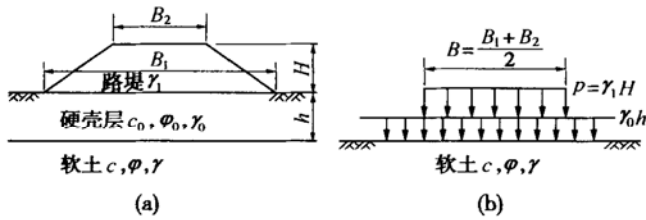


图 1 硬壳层作为大面积均布荷载示意图

Fig. 1 The dry crust as unlimited uniform load

为了推导临塑荷载的计算公式, 这里先求地基土中塑性区边界的表达式。使用叠加原理, 把图 1(b) 分解为图 2(a) (b) 两种情况, 即在地基表面分别作用大面积均布荷载  $\gamma_0 h$  和条形均布荷载  $p$  的情况。

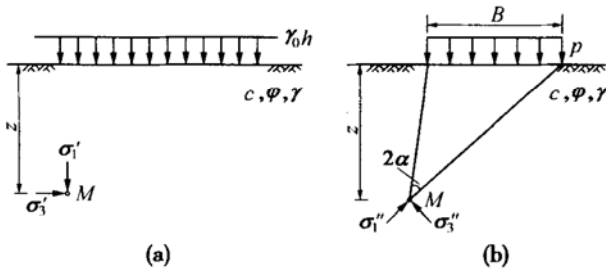


图 2 塑性区边界方程推导

Fig. 2 Derivation of equation of plastic zone

在地基表面条形均布荷载  $p$  作用下, 计算土中任意点  $M$  由  $p$  引起的最大与最小主应力  $\sigma_1''$  及  $\sigma_3''$  时, 可由土力学中土体表面作用条形均布荷载  $p$  时,  $z$  深度处用视角表示的  $M$  点的主应力公式来计算<sup>[4]</sup>:

$$\begin{matrix} \sigma_1'' \\ \sigma_3'' \end{matrix} = \frac{p}{\pi}(2\alpha \pm \sin 2\alpha) \quad (1)$$

在硬壳层与软土自重作用下,  $M$  点产生的最大主应力应为垂直压应力  $\sigma_1' = \gamma_0 h + \gamma z$ , 最小主应力为水平压应力  $\sigma_3' = K_0(\gamma_0 h + \gamma z)$ , 其中  $K_0$  为软土的静止侧压力系数, 一般情况下  $K_0$  都是小于 1 的。由于  $\sigma_1'$  与  $\sigma_1''$ ,  $\sigma_3'$  与  $\sigma_3''$  的方向不一致, 故其不能代数相加。这里考虑到研究的对象是软土地基, 软土地基处于流塑状态, 为简化计算, 可近似地假定  $K_0$  为 1, 则  $\sigma_1' = \sigma_3'$ , 即土的自重软土地基中引起的任何方向压力都是相等的。这样, 两部分应力就可以代数相加,  $M$  点两主应力为  $\sigma_1 = \sigma_1'' + \sigma_1'$ ,  $\sigma_3 = \sigma_3'' + \sigma_3'$ , 在  $M$  点的大小主应力分别为

$$\begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} = \frac{p}{\pi}(2\alpha \pm \sin 2\alpha) + (\gamma_0 h + \gamma z) \quad (2)$$

假定  $M$  点的应力已达到极限平衡, 根据摩尔-库

仑强度理论, 土中某点处于极限平衡状态, 其主应力之间应满足下述条件:

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)/2}{(\sigma_1 + \sigma_3)/2 + c \cdot \cot \varphi} \quad (3)$$

将公式(2)代入(3)得

$$\sin \varphi = \frac{\frac{p}{\pi} \sin 2\alpha}{\frac{p}{\pi} 2\alpha + \gamma_0 h + \gamma z + c \cdot \cot \varphi} \quad (4)$$

整理后得

$$z = \frac{p}{\gamma \pi} \left( \frac{\sin 2\alpha}{\sin \varphi} - 2\alpha \right) - \frac{c \cdot \cot \varphi}{\gamma} - \frac{\gamma_0 h}{\gamma} \quad (5)$$

式(5)是以  $z$  和  $\alpha$  为变量的塑性区图形方程。若已知条形均布荷载的宽度  $B$ 、荷载  $p$ 、软土硬壳层的厚度  $h$ 、抗剪强度指标  $c_0$ ,  $\varphi_0$  和容重  $\gamma_0$  以及软土的抗剪强度指标  $c$ ,  $\varphi$  和容重  $\gamma$  时, 假定不同的视角  $2\alpha$  值代入式(5), 求出相应的深度  $z$  值, 把一系列由对应的  $2\alpha$  与  $z$  值决定其位置的点连起来, 就得到条形均布荷载  $p$  作用下土中塑性区的边界线, 也就可绘出塑性区的发展范围。

### (3) 临塑荷载和临界荷载计算公式

在条形均布荷载  $p$  作用下, 计算地基中塑性区开展的最大深度  $z_{\max}$  值时, 可以对  $\alpha$  求导数, 并令此导数等于零, 即

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{2p}{\gamma \pi} \left( \frac{\cos 2\alpha}{\sin \varphi} - 1 \right) = 0 \quad (6)$$

由此解得

$$\cos 2\alpha = \sin \varphi \quad (7)$$

$$2\alpha = \pi/2 - \varphi \quad (8)$$

将式(8)中的  $2\alpha$  值代入式(5), 即得地基中塑性区开展最大深度的表达式:

$$z_{\max} = \frac{p}{\gamma \pi} \left( \cot \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi \right) - \frac{c \cdot \cot \varphi}{\gamma} - \frac{\gamma_0 h}{\gamma} \quad (9)$$

由式(9)就可得到相应的条形均布荷载  $p$  的表达式:

$$p = \frac{\pi}{\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} \gamma z_{\max} + \frac{\pi}{\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} \gamma_0 h + \frac{\pi \cdot \cot \varphi}{\cot \varphi + \varphi - \pi/2} \cdot c \quad (10)$$

式(10)是计算临塑荷载和临界荷载的基本公式。

如令  $z_{\max} = 0$  代入式(10), 此时的  $p$  即为临塑荷载  $p_{cr}$ ,  $p_{cr}$  的计算公式为

$$p_{cr} = \frac{\pi}{\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} \gamma_0 h + \frac{\pi \cdot \cot \varphi}{\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} \cdot c \quad (11)$$

式(11)是仅考虑了硬壳层自重对其下卧软土地基

作为大面积均布荷载影响的临塑荷载计算公式,因此,在此基础上,下面再考虑并计算硬壳层抗剪强度和厚度对提高其下卧软土地基临塑荷载的影响。

(4) 考虑硬壳层抗剪强度影响后的临塑荷载计算公式

为了便于推导式(11),在将硬壳层简化为作用在软土地基上的大面积均布荷载时,未考虑硬壳层本身的抗剪强度的影响。而实际上硬壳层的抗剪强度不同,对下卧软土地基的临塑荷载值的影响也不同,为了考虑这一因素的影响,把硬壳层视为一土板,因硬壳层的重量已在前面计算过了,这里不再考虑其重量。在均布条形荷载作用下,宽度为  $B$  的硬壳层向下滑动时,硬壳层的抗剪强度可以发挥出来<sup>[5]</sup>,如图3所示,考虑到一般硬壳层较薄,而且  $\varphi$  值都比较小,故这里近似地认为  $\varphi_0 = 0$  (偏于安全),这时作用在每个面上向上的合力为  $Q$ ,  $Q = c_0 h$ ,两个面上向上的合力为

$$2Q = 2c_0 h \quad (12)$$

即硬壳层可将  $2Q = 2c_0 h$  的力通过滑面传到  $B$  宽度以外,从而使作用在  $B$  宽度范围内软土表面的荷载平均减小了  $\Delta p$ :

$$\Delta p = \frac{2c_0 h}{B} \quad (13)$$

将式(13)代入式(11)就成为如下的形式:

$$p_{cr} - \frac{2c_0 h}{B} = \frac{\pi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \gamma_0 h + \frac{\pi \cdot \cot \varphi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \cdot c \quad (14)$$

因此,考虑了硬壳层抗剪强度影响的  $p_{cr}$  计算公式即为

$$p_{cr} = \frac{\pi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \gamma_0 h + \frac{\pi \cdot \cot \varphi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \cdot c + \frac{2c_0 h}{B} \quad (15)$$

式(15)即是全面考虑了硬壳层作用的软土地基临塑荷载公式。

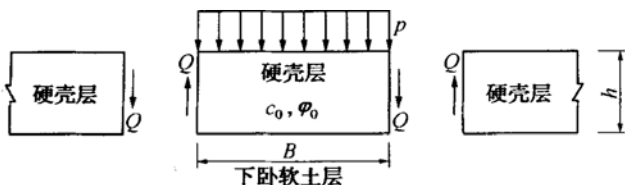


图3 硬壳层传力分析

Fig. 3 Analysis for force transferred in dry crust

从  $\frac{2c_0 h}{B}$  一项可以看出,当荷载作用宽度  $B$  一定时,硬壳层的抗剪强度指标  $c_0$  和硬壳层的厚度  $h$  越大,硬壳层对  $p_{cr}$  的提高越大;从  $\frac{2c_0 h}{B}$  中还可以看出,

当  $c_0$  和  $h$  一定,荷载作用宽度  $B$  越小,硬壳层对  $p_{cr}$  的提高越大;  $B$  越大,硬壳层对  $p_{cr}$  的提高越小。

### 3 临塑荷载最大值界限及临塑荷载公式应用

#### 3.1 临塑荷载最大值界限

式(15)是如图4(b)所示具有硬壳层的软土地基临塑荷载公式,为了保证式(15)的可靠性,这里分析图4所示3种地基临塑荷载的大小,从图示3种地基实际的工程性质分析可知,图4(b)所示地基的临塑荷载应大于图4(a)所示与硬壳层下软土地基有相同性质地基的临塑荷载,图4(b)所示地基的临塑荷载应小于图4(c)所示与硬壳层有相同性质地基的临塑荷载。即使图4(b)所示地基的硬壳层较厚,式(15)所计算的图4(b)所示地基临塑荷载也不能大于图4(c)所示地基的临塑荷载,因此,图4(c)所示地基的临塑荷载就是式(15)计算的图4(b)所示具有硬壳层的软土地基临塑荷载最大值界限。

令  $h = 0$ , 式(15)就变为土力学中计算均质地基的临塑荷载公式:

$$p_{cr} = \frac{\pi \cdot \cot \varphi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \cdot c \quad (16)$$

图4中3种地基的临塑荷载应有以下关系:

$$\begin{aligned} \frac{\pi \cdot \cot \varphi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \cdot c &< \frac{\pi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \gamma_0 h + \\ \frac{\pi \cdot \cot \varphi}{\cot \varphi_+ \varphi_- - \frac{\pi}{2}} \cdot c + \frac{2c_0 h}{B} &< \frac{\pi \cdot \cot \varphi_0}{\cot \varphi_0 + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}} c_0 \end{aligned} \quad (17)$$

#### 3.2 考虑硬壳层作用影响的软土地基临塑荷载公式应用及分析

##### (1) 实例计算

已知图4所示地基的有关计算指标为  $c_0 = 23$  kPa,  $\varphi_0 = 10^\circ$ ,  $\gamma_0 = 18.8$  ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ),  $c = 15$  kPa,  $\varphi = 4^\circ$ ,  $\gamma = 18$  ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ), 荷载作用宽度为  $B$ , 硬壳层厚度为  $h$ 。

将  $c$ ,  $\varphi$ ,  $c_0$ ,  $\gamma_0$  的值代入式(15), 则有

$$p_{cr} = \frac{18.8\pi h}{\cot 4^\circ + \frac{\cot 4^\circ \times \pi}{180^\circ} - \frac{\pi}{2}} + \frac{15\pi \cdot \cot 4^\circ}{\cot 4^\circ + \frac{4^\circ \times \pi}{180^\circ} - \frac{\pi}{2}} + \frac{2 \times 23}{B} h \quad (18)$$

将  $c$ ,  $\varphi$  值代入式(16), 则有

$$p_{cr} = \frac{15\pi \cdot \cot 4^\circ}{\cot 4^\circ + \frac{4^\circ \times \pi}{180^\circ} - \frac{\pi}{2}} = 52.62 \text{ kPa} \quad (19)$$

将  $c_0$ ,  $\varphi_0$  值代入式(16), 则有

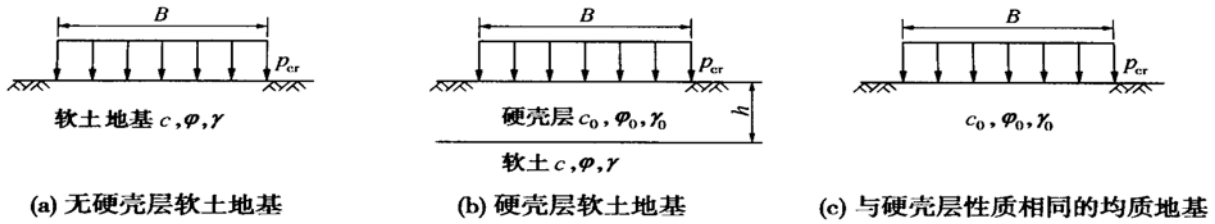


图 4 不同地基的临塑荷载

Fig. 4 The proportional limit loads of different foundation

$$p_{cr} = \frac{23\pi \cot 10^\circ}{\cot 10^\circ + \frac{10^\circ \times \pi}{180^\circ} - \frac{\pi}{2}} = 95.79 \text{ kPa} \quad (20)$$

(2) 分析

将式(19)和式(20)计算结果,表示在图5的坐标里,分别是图5中的水平线 a 和水平线 b。根据式(18)可以计算荷载宽度 B 不同时的 p\_cr 要达到 b 线时所需的硬壳层厚度 h,图(5)表示出了 B=1, 2, 5, 10, 40 m 时, p\_cr 要达到 b 线随硬壳层厚度 h 的变化规律。可以看出 c\_0 一定时, B 越大, p\_cr 随硬壳层厚度增长的速率越小, B 越小, p\_cr 随硬壳层厚度增长的速率越大。因此,在利用硬壳层时,一定要考虑荷载宽度 B 的影响。实际设计时,用式(15)计算的考虑了硬壳层作用的软土地基临塑荷载,以式(16)计算的与硬壳层有同样性质的均质地基的临塑荷载为最大值界限,如图5中 b 线所示。

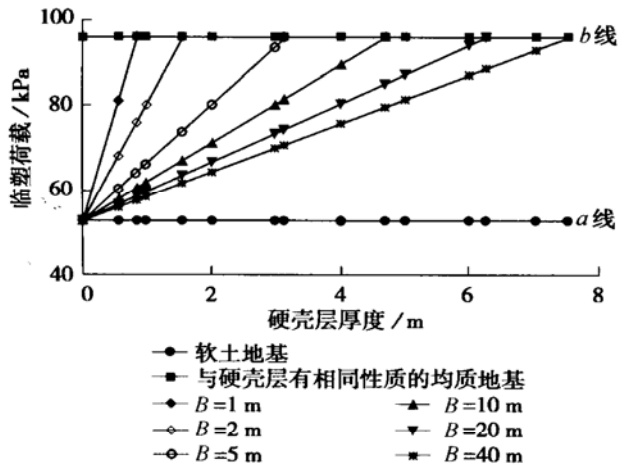


图 5 考虑硬壳层影响的临塑荷载

Fig. 5 The proportional limit load involving the effect of dry crust

### 4 讨 论

本文推导具有硬壳层的软土地基临塑荷载公式时,将硬壳层的自重视为作用在软土地基上的大面积均布荷载,忽略了硬壳层本身的压缩变形,而硬壳层厚度较大时,硬壳层本身也会有压缩变形。但因为路堤是逐级填筑,随着硬壳层压缩变形的产生,随后的路堤填土就会将这部分压缩变形填平,因此,不会给软土地

基上修筑路堤带来工程质量上的问题。

由于路堤荷载是分级施加的,在每一级荷载作用下,软土地基都会产生固结,与此同时产生强度增长。而本文公式推导时,路堤荷载是作为一次性荷载施加的,所以式(15)的计算结果是偏于安全的。

### 5 结 语

(1) 对于软土地基有硬壳层存在时,应充分利用硬壳层的作用,当路堤自重不超过具有硬壳层的软土地基的临塑荷载时,这样的软土地基可不进行处理,这既节省资金,也可加快工程进度。

(2) 本文提出的考虑硬壳层作用的软土地基临塑荷载计算公式使用了最大值界限以后是安全可靠的,解决了此类地基临塑荷载的计算问题,这一计算方法可以推广到具有软弱下卧层地基的情况。

(3) 本文提出的条形均布荷载作用下的考虑硬壳层作用的软土地基临塑荷载计算公式可以近似地用于矩形均布荷载情况,其结果是偏于安全的。

(4)  $\frac{2c_0}{B}h$  一项综合考虑了硬壳层土的强度、硬壳层厚度和荷载作用宽度等因素。从  $\frac{2c_0}{B}h$  一项可看出,硬壳层的抗剪强度  $c_0$  和硬壳层厚度  $h$  越大,硬壳层对  $p_{cr}$  的提高越大;从  $\frac{2c_0}{B}h$  中还可以看出,当硬壳层的厚度  $h$  和抗剪强度一定时,荷载作用宽度  $B$  越小,硬壳层对  $p_{cr}$  的提高越大;  $B$  越大,硬壳层对  $p_{cr}$  的提高越小。

### 参考文献:

[1] 李善波. 软土地基表层硬壳的利用与工程实践[J]. 建筑技术, 2001, 31(3): 166- 167.  
 [2] 王晓谋. 河滩相软土地基的变形规律及硬壳层作用研究[D]. 西安: 长安大学, 2001.  
 [3] 黄熙龄, 秦宝玖, 等. 地基基础的设计与计算[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1981.  
 [4] 洪毓康. 土质学与土力学(第二版)[M]. 北京: 人民交通出版社, 1987.  
 [5] 陈仲颐, 等. 土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.