

考虑岩土介质随机特性的工程场地地震动随机场分析

The analysis of coherency function of earthquake ground motion considering stochastic effect in site media

李杰, 廖松涛

(同济大学 建筑工程系, 上海 200092)

摘要: 将随机结构正交展开理论和随机振动分析的虚拟激励原理运用于场地波动有限元分析, 形成了一种可以考虑岩土介质随机特性对工程场地地震动相干函数影响的分析方法。实例分析表明, 场地介质随机特性将在场地卓越频率附近显著降低迟滞相干函数值。在进行工程场地地震动随机场研究时应当考虑场地介质随机特性的影响。

关键词: 地震动场; 相干函数; 正交展开; 虚拟激励; 随机介质

中图分类号: TU 311; O 3

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2002)06-0685-05

作者简介: 李杰(1957-), 男, 河南沈丘人, 长江学者奖励计划特聘教授, 主要从事生命线工程系统、工程结构抗震等方面的研究工作。

LI Jie, LIAO Song-tao

(Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: With the introduction of the orthogonal expansion method and the pseudo-excitation method into the wave finite element analysis of complex site, a method with which the effect of the random site media on the coherency function of earthquake ground motion can be considered is proposed in this paper. The numerical examples show that the stochastic media of the site tends to reduce the lagged coherency function in the vicinity of the predominant frequency. This diminution phenomena resulted from the random site media should be considered in the coherency function research.

Key words: earthquake ground motion; coherency function; orthogonal expansion; pseudo-excitation; stochastic media

1 引言*

地震动空间变化规律对大尺度结构的地震响应有着重要影响。为进行大型工程结构地震响应分析, 要求事先确定工程场址的地震动随机场。目前, 这一工作通常是利用密集台阵地震记录, 通过统计分析获取反映地震动空间变化的经验相干函数模型^[1,2]。但是通过统计回归方式获得的相干函数模型, 仅仅反映强震观测台阵的地质地形条件, 难以符合实际工程场址的具体条件。为了能够获得较为符合实际工程场址条件的地震动随机场分布信息, 近年来逐渐出现采用理论分析方法进行的研究工作^[3,4]。

由随机介质中波动传播理论可知, 传播介质的随机性将使波动在传播过程中发生散射, 这正是产生地震动非相干效应的原因之一。1997年, Zerva和Harada通过研究发现: 局部场地介质的随机特性将显著影响迟滞相干函数, 土层物理参数的随机变化使局部场地卓越频率附近的迟滞相干函数值减少^[5]。2000年, Horike和Takeuchi通过对一实际场地进行的现场观测和数值分析发现: 地震动高频段相干性损失可以有效地由场地波速的随机模型进行解释^[6]。这同样说明, 场地介质的随机特性是影响地震动空间变化的一个重

要因素。然而, 由于上述理论研究是在简单的理论抽象模型基础上开展的工作, 因此很难反映实际工程场址的种种复杂因素(如地形变化、分层介质等等)。笔者认为, 为了解决实际复杂工程场址的地震动随机场预测问题, 必须发展基于随机波动分析的数值模拟方法。基于这一认识, 笔者近年来进行了系列的相关研究工作^[7-9]。本文即为这一工作中的一个组成部分。文中研究了场地介质随机特性对地震动迟滞相干函数的影响, 提出了一种考虑工程场地介质随机特性的地震动相干函数数值分析方法, 该方法将正交展开理论与虚拟激励原理扩展到波动有限元分析之中, 直接计算分析得到波动观测量的谱结构, 并由之获取相干函数的信息。论文还给出了若干实际工程场地的分析结果。

2 确定性波动有限元分析

自20世纪60年代以来, 波动问题研究中的数值方法得到了极大的发展, 其中波动有限元分析方法由于功能强大、描述材料介质灵活等优点在复杂场地波

* 基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(59825105)

收稿日期: 2002-01-02

动分析领域中得到广泛的应用^[10]。单纯从场地介质的离散、形函数的选择以及动力矩阵的集成等方面而言,波动有限元分析技术与一般结构动力有限元方法并没有实质性的差别。但在对工程场地进行波动有限元分析时,由于要从无限域中截取一个有限计算区域,因此在计算区域的边界处需要采用特殊的技术模拟外行波场。这种依据数学方法经人为引入的边界一般称之为人工边界,它构成了有限元波动模拟技术的鲜明特征。

本文考虑二维波动分析问题,对工程场地进行有限元离散后,可以写出运动控制方程的波动有限元矩阵形式:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = R(t) \quad (1)$$

式中 M 、 C 以及 K 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, $R(t)$ 为外激励。采用文献[10]发展的多次透射人工边界,有如下以内部结点位移表示的人工边界节点位移关系式:

$$\hat{u}_0^{p+1} = \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N T_j \hat{u}_j^{p+1-j} \quad (2)$$

式中 N 为人工边界的透射阶数; C_j^N 为组合计算公式; $\hat{u}_0^{p+1}$ 表示人工边界节点位移向量; $\hat{u}_j^{p+1-j}$ 为与 $\hat{u}_0^{p+1}$ 相对应的由人工边界节点及内部节点位移所组成的向量,注意两者的维数一般不同:它们的上标表示计算时刻,下标为离散网格节点的坐标; T_j 是联系计算点与网格节点之间位移的插值矩阵,与计算时所选取的人工波动 C_a 有关。

采用上述人工边界和动力方程,可以按照常规有限元动力分析方法进行场地波动反应分析。

3 随机介质场地随机波动分析的正交展开方法

具有随机介质场地的随机波动有限元运动控制方程可以近似写成如下形式^[11]:

$$\left| M_0 + \sum_{i=1}^{N_m} M_i b_i \right| \ddot{u} + \left| C_0 + \sum_{i=1}^{N_c} C_i b_i \right| \dot{u} + \left| K_0 + \sum_{i=1}^{N_k} K_i b_i \right| u = R(t) \quad (3)$$

式中 M_0 、 C_0 、 K_0 分别为场地介质的均值质量矩阵、均值阻尼矩阵及均值刚度矩阵; N_m 、 N_c 、 N_k 分别为质量随机场、阻尼随机场和刚度随机场所考虑的独立随机变量个数; M_i 、 C_i 、 K_i 分别为场地介质的均方差质量矩阵、均方差阻尼矩阵和均方差刚度矩阵; $R(t)$ 为确定性或随机性的载荷矢量; $\ddot{u}$ 、 $\dot{u}$ 、 u 为随时间变化的随机加速度、随机速度以及随机位移矢量,其随机特性同

时来源于场地介质随机参数和随机外荷载。

在随机泛函空间中,将随机位移响应 u 展开为以正交多项式为基函数的截断级数形式^[12]:

$$u(b, \zeta, t) = \sum_{0 \leq l_1, l_2, \dots, l_R \leq N} X_{l_1 l_2 \dots l_R}(\zeta, t) \prod_{j=1}^R H_{l_j}(b_j) \quad (4)$$

式中 b 代表来源于介质参数的随机特性; ζ 表示来源于外荷载的随机特性; $X_{l_1 l_2 \dots l_R}(\zeta, t)$ 为待定函数; R 为所考虑独立随机变量的总的个数; 随机速度介质响应 $\dot{u}$ 和加速度响应 $\ddot{u}$ 可以根据求导法则进行类似的展开。

正交多项式具有如下的递推关系式和正交性质:

$$b \Phi_N(b) = \alpha_N \Phi_{N-1}(b) + \beta_N \Phi_N(b) + \gamma_N \Phi_{N+1}(b) \quad (5)$$

$$E \left| \prod_{j=1}^{N_k} H_{l_j}(b_j) \prod_{j=1}^{N_k} H_{k_j}(b_j) \right| = \begin{cases} 1 & l_j = k_j \\ 0 & l_j \neq k_j \end{cases} \quad (6)$$

将式(4)中及相应速度、加速度展开式代入随机结构动力平衡方程式(3),并注意上述正交多项式的正交性质,可以在期望算子意义上形成等价于原随机动力方程的扩阶系统方程^[11]:

$$A_M \ddot{X} + A_C \dot{X} + A_K X = P(t) \quad (7)$$

由于正交多项式的总组合数为 $M_R = \prod_{s=1}^R (N_s + 1)$ (其中 R 为所考虑独立随机变量个数之和, N_s 为每个随机变量按正交多项式展开所截断项数),式(7)中扩阶矩阵的阶数 p 为 M_R 和实际结构自由度数 n 之乘积。 A_M 、 A_C 和 A_K 分别称为扩阶质量矩阵、扩阶阻尼矩阵和扩阶刚度矩阵。

同理,可以对多次透射人工边界公式(2)进行类似的正交展开,最后得到如下的扩阶透射边界公式:

$$X_{l_1 l_2 \dots l_R}(t) \Big|_0^{p+1} = \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N T_j X_{l_1 l_2 \dots l_R}(t) \Big|_0^{p+1-j} \quad (8)$$

总共可得到 M_R 个相似的表达式,其中上下标的意义和公式(2)相同。

根据扩阶方程及扩阶透射边界公式可以求解相应的扩阶待定函数 $X_{l_1 l_2 \dots l_R}(t)$,利用式(6)所表示的正交多项式基函数系性质,可以写出波动观测量的均值以及方差等统计特征,兹不赘述。

4 考虑场地随机介质的地震动场相干函数分析

在地震动随机场的研究中,地震动互功率谱密度函数可以由相应的自谱密度和标准化互功率谱密度函数完全确定,后者即地震动场相干函数。根据随机过

程理论的基本概念,对于*i, j*两点地震动,它们之间的相干函数 $\gamma_{ij}(\omega)$ 的严格数学定义为

$$\gamma_{ij}(\omega) = \begin{cases} \frac{S_{ij}(\omega)}{\sqrt{S_{ii}(\omega)S_{jj}(\omega)}}, & \text{当 } S_{ii}(\omega)S_{jj}(\omega) \neq 0 \\ 0 & \text{当 } S_{ii}(\omega)S_{jj}(\omega) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中 $S_{ij}(\omega)$ 为两点地震动随机过程之间的互功率谱密度; $S_{ii}(\omega)$ 和 $S_{jj}(\omega)$ 分别为对应于*i, j*两点的自功率谱密度。

由于互功率谱密度为复函数,所以相干函数亦为复函数。由相干函数的定义可知,场地介质随机特性对地震动相干函数的影响分析实际上是考察场地介质随机特性所引起的波动观测量之间谱结构的改变。为此,应考虑上述随机波动有限元列式的外激励 $R(t)$ 具有随机特性的情形。

仔细分析扩阶方程系统方程和扩阶透射边界可知,式(7)~(8)在形式上已转化为确定性系统的随机振动分析,原则上可以用任何相应成熟的算法进行求解。本文采用林家浩提出的随机振动分析的虚拟激励方法^[13]。这一方法把随机激励下的结构响应分析问题转换为随频率变化的确定性虚拟振源作用下的结构动力时程反应分析问题,从而简化了运算。由于虚拟激励法不需将结构的频率响应函数显式表达,以及其处理非平衡激励或随机场激励的简便性,使以前某些难以处理的复杂随机振动分析问题可以用比较简单的方式实现。

为了分析场地两点的地震动相干函数信息,本文将虚拟激励原理应用于式(7)~(8),直接得到 $X, \dot{X}$ 以及 $\ddot{X}$ 等时域随机过程矢量的时变功率谱密度矩阵。例如,位移响应矢量的功率谱密度矩阵可写为

$$S_{xx}(\omega, t) = X^*(\omega, t)X^T(\omega, t) \quad (10)$$

式中右端项为扩阶系统在确定性虚拟激励作用下的位移响应量。其中 $X(\omega, t)$ 是确定性虚拟激励作用下扩阶系统的分析结果,可以运用各种时程积分方法计算而得,“*”代表取复数共轭,“T”代表对矩阵进行转置运算。

根据计算得出的扩阶系统响应的自功率谱密度与互功率谱密度函数,再利用正交基函数系的正交特性,即可从扩阶系统反应分量的功率谱还原出实际结构的功率谱、方差等统计信息^[12]。以位移响应为例,响应均值为

$$E[Y(b, \zeta, t)] = \sum_{\substack{0 \leq l_1 \leq V \\ l_1 \leq l_2 \leq R}} E[X_{l_1 l_2 \dots l_R}(\zeta, t)] \cdot E\left[\prod_{j=1}^R H_{l_j}(b_j)\right] = E[X_{\infty \dots \infty}(\zeta, t)] \quad (11)$$

对具有零均值的地震输入而言,响应均值矢量为

零矢量。相关函数矩阵为

$$\begin{aligned} E[Y(b, \zeta, t_1)Y^T(b, \zeta, t_2)] &= \sum_{\substack{0 \leq l_1 \leq V \\ l_1 \leq l_2 \leq R}} \sum_{\substack{0 \leq l_1 \leq V \\ l_1 \leq l_2 \leq R}} E[X_{l_1 l_2 \dots l_R}(\zeta, t_1)X_{l_1 l_2 \dots l_R}^T(\zeta, t_2)] \cdot \\ &E\left[\prod_{j=1}^R H_{l_j}(b_j)\prod_{j=1}^R H_{l_j}(b_j)\right] \\ &= \sum_{\substack{0 \leq l_1 \leq V \\ l_1 \leq l_2 \leq R}} E[X_{l_1 l_2 \dots l_R}(\zeta, t_1)X_{l_1 l_2 \dots l_R}^T(\zeta, t_2)] \end{aligned} \quad (12)$$

经过一系列推导,最终可以写出随机介质场地在随机激励下位移响应的功率谱密度矩阵:

$$[S_{YY}(b, \zeta, \omega, t)] = \sum_{\substack{0 \leq l_1 \leq V \\ l_1 \leq l_2 \leq R}} \{X_{l_1 l_2 \dots l_R}(\omega, t)\}^* \{X_{l_1 l_2 \dots l_R}(\omega, t)\}^T \quad (13)$$

式中右端项为扩阶系统在虚拟激励作用下的扩阶系统的确定性谱和响应。

将计算得到的波动观测量的谱密度代入地震动相干函数定义式(9),即可获得所求的地震动相干函数。

5 实例分析

例1 考虑一个具有随机介质的工程场地,采用多次透射人工边界将场地分离出宽220 m、高100 m的计算区域,场地在坐标为(50, 50)的*M*处有一有限带宽白噪声随机振源,在*X*与*Y*方向同时作用相同大小的激励,如图1所示。假定该场地介质参数中弹性模量为均匀随机场,并采用指数型相关结构^[14],相关尺度取为100.0 m,质量密度为2000 kg/m³,泊松比为0.167,均值弹性模量为 3.524×10^8 Pa,其相应变异系数为0.2,均值剪切模量为 1.51×10^8 Pa,场地的均值SV波波速为274 m/s,均值P波波速为435 m/s,在实际工程中属于二类场地土。采用10 m × 10 m的有限元网格将计算区域进行离散。

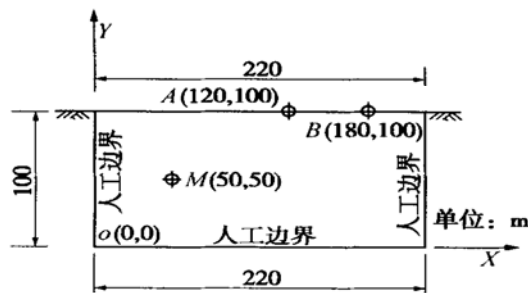


图1 弹性半空间随机场地计算模型

Fig. 1 The computing model for elastic semi-space stochastic site

本文建议方法最后所得的相干函数计算结果见图2,图2中参考点为图1中的点*A*,其中曲线分别对应各点与点*A*之间的相干函数值,符号*D*表示两点之间的距离,在图2中绘出了距离为10 m到60 m的相干

函数曲线, 其中图 2(a) 为迟滞相干函数值。

从图 2(a) 可以看出, 迟滞相干函数值随两点之间的距离增大而逐渐减小, 而且当频率小于某一特定值时所有的迟滞相干函数均可近似视为单位 1。频率超过该特定值后, 迟滞相干函数均随频率的增大而逐渐减小, 亦即波长愈短, 场地介质随机特性对其影响愈大, 超过某一波长范围, 介质随机特性的影响即可忽略不计。虽然该算例的一点振源尺度远小于实际地震动, 但本算例计算所得到的定性趋势与从实际密集地震台阵统计回归得到的迟滞相干函数特性基本保持一致。这说明, 相干函数的非相干效应部分可以由地震波在随机介质中的散射来揭示。图 2(b) 为相干函数的相角变化, 然而, 图中各曲线变化紊乱, 似无规律可循。

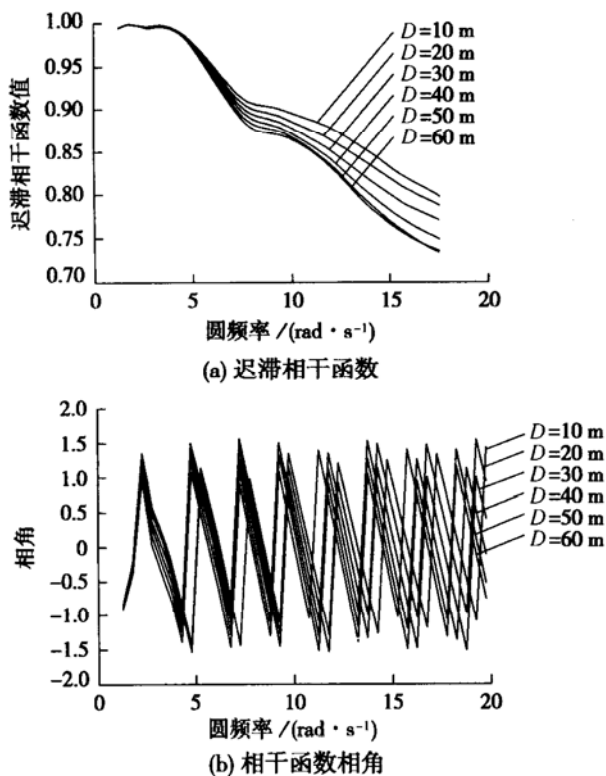


图 2 一点振源下弹性半空间随机介质自由表面相干函数计算结果

Fig. 2 The coherency function in the free surface of the elastic semi-space with stochastic media under single point vibration source

例 2 考虑局部场地对地震动影响时, 常将地震动视为从基岩处垂直向上入射, 在目前分析相干函数的局部场地效应时亦经常采用这样的假定^[5], 在例 1 的基础上, 分析了基岩垂直入射地震波的情形。与例 1 相同, 以人工透射边界将场地分离出宽 220 m、高为 100 m 的计算区域, 随机波动在与基岩接触的结点上采用位移方式输入, 并假定各结点波动输入是同步的。以有限带宽白噪声作为位移输入谱。场地土的均值物

理参数、有限单元网格大小、场域独立随机变量保留个数等均与例 1 相同, 仅弹性模量随机场的变异系数变动为 0.1。图 3 给出了 A 点的加速度响应自谱密度, 以及迟滞相干函数和相干函数相角。

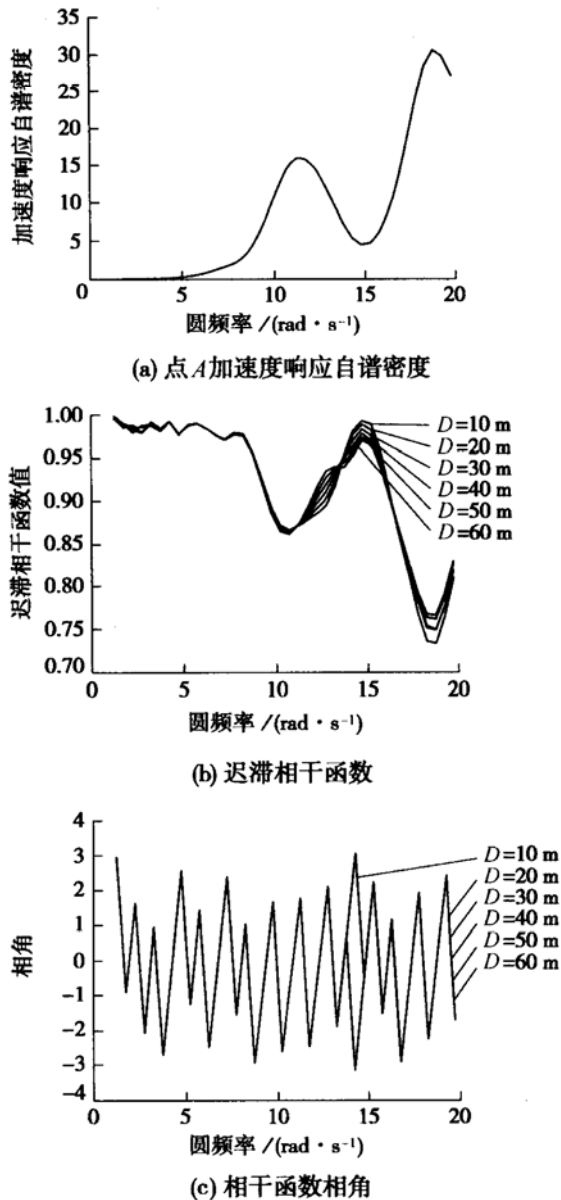


图 3 基底垂直入射时场地自由表面相干函数分析结果

Fig. 3 The coherency function in the free surface under vertical incidence

从图 3(a) 可以看出, 单一土层场地有多个卓越频率, 这是由于考虑随机介质影响时, 场地本身具有不同的波动传播速度, 波经过基岩和自由表面的来回反射, 在稳态时将出现多个卓越频率。更有意思的是, 计算得到的迟滞相干函数值在各个场地卓越频率附近均有不同程度的降低, 这与 Zerva 和 Harada 依据单自由度系统得到的分析结果在性质上是一致的。而且容易看出: 场地卓越频率所对应的响应自谱密度的峰值愈高, 迟滞相干函数的降低幅度愈大。同时, 即使在非卓越频率附近, 局部场地介质的随机特性本身将使高频部

分的迟滞相干函数值有所减小,这是 Zerva 和 Harada 所采用的单自由度系统所无法揭示的。与例 1 类似的是,对相干函数相角图似乎无法发现明显的规律。

6 结 语

在随机结构正交展开理论和波动有限元分析基础上,提出了一种能够考虑场地介质随机特性的工程场地地震动随机场的计算分析方法。通过对考虑场地介质随机特性的实例分析结果表明:对于局部场地,在邻近卓越频率处的迟滞相干函数值将因为介质随机特性而有显著降低。因此,在进行地震动相干函数研究时,应当考虑场地随机介质特性的影响,不能简单地以随频率增大而降低的指数函数形式来笼统描述地震动相干函数。

应当指出,震源机制、传播介质及途径等也会造成地震动相干函数的显著变化。本文主旨,仅在研究局部场地介质的影响。显然,将这种研究和对前两种因素的研究相结合,可以构成对地震动场相干函数的更完整认识。

参考文献:

- [1] Schneider J F, Stepp J C, Abrahamson N A. The spatial variation of earthquake ground motion and effects of local site conditions [A]. Proceedings Tenth World Conference on Earthquake Engineering [C]. Rotterdam: A A Balkema, 1992. 967- 972.
- [2] Spudich P. Recent seismological insights into the spatial variation of earthquake ground motions [A]. New Developments in Earthquake Ground Motion Estimation and Implications for Engineering Design Practice [C]. ATC35- 1, 1994. 13- 31.
- [3] Kiureghian A D. A coherency model for spatially varying ground motions [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1996, 25(1): 99- 111.
- [4] Luco J E, Wong H L. Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1986. 14: 891- 908.
- [5] Zerva A, Harada T. Effect of surface layer stochasticity on seismic ground motion coherence and strain estimates [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1997, 16: 445- 457.
- [6] Horike M, Takeuchi Y. Possibility of spatial variation of high frequency seismic motions due to random velocity fluctuation of sediments [J]. Bulletin of the Seismological Society of American, 2000, 90(1): 48- 65.
- [7] Li J, Liao S T. Response analysis of stochastic parameter structures under non stationary random excitation [J]. Computational Mechanics, 2001, 27(1): 61- 68.
- [8] Liao S T, Li J. A stochastic approach to site response component in seismic ground motion coherency model [A]. Proceeding of the 10th International Soil Dynamics & Earthquake Engineering [C]. Philadelphia, 2001.
- [9] 廖松涛, 李杰. 工程场地随机地震波动分析方法研究 [J]. 同济大学学报, 2002, 30(2): 173- 176.
- [10] 廖振鹏. 工程波动理论导引 [M]. 北京: 科学出版社, 1996.
- [11] 李杰. 随机结构系统——分析与建模 [M]. 北京: 科学出版社, 1996.
- [12] 李杰. 复合随机振动分析方法研究 [J]. 力学学报, 1996, 28(1): 66- 74.
- [13] 林家浩. 随机地震响应的确定性算法 [J]. 地震工程与工程振动, 1985, 5(1): 89- 94.

欢迎订阅 2003 年《勘察科学技术》

《勘察科学技术》是由冶金勘察研究总院主办的面向全国工程勘察行业的学术-技术类双月刊,是中国科技论文统计源期刊,中国科学引文数据库来源期刊,美国 SCI 数据库引用期刊,中国地质文摘引用期刊,中国学术期刊(光盘版)、中国期刊网、万方数据系统科技期刊群全文收录期刊。多次被评为河北省优秀科技期刊,曾获得河北省优秀科技期刊特等奖。

《勘察科学技术》主要向读者介绍工程地质与岩土工程,环境地质,水文地质与地下水资源及评价,测量工程,水文、工程物探与钻探,岩土钻凿工程,岩石、土与水质试验的科研成果、生产经验、工程实录以及新理论、新技术、新方法等。

《勘察科学技术》真诚面对读者、作者、各界朋友,精心处理作者来稿,讲究时效,刊登周期短。本刊立论严谨,科学性、实用性、信息量大、覆盖面广,编排规范标准,面向全国各地、各

部门从事岩土工程勘察科学技术工作的人员,能满足科研、生产、教学不同层次读者的需求。本刊刊名已取得注册商标专用权(商标注册证:第 990297 号)。

《勘察科学技术》创刊于 1983 年,国内外公开发行人。每双月 20 日出版,16 开,64 页,每册定价 5.0 元,全年 30.0 元(含邮费),刊号:CN13- 1100/TF,ISSN1001- 3946,广告经营许可证号:1306024000013,编辑部自办发行。

欢迎单位及个人订阅、投稿,欢迎刊登广告。欲订者(新订户)请向本刊编辑部索取订单(常年随时满足读者的订阅要求),老订户请留意本刊 2002 年第 5、6 期中附送的征订单及标签。

地址:河北省保定市东风中路 43 号;邮编:071067;电话:(0312) 3020887。