

循环荷载作用下软黏土变形特性研究 On the deformation of soft clay subjected to cyclic loading

钟辉虹^{1,2}, 黄茂松¹, 吴世明¹, 张亦静²

(1. 同济大学 地下系, 上海 200092; 2. 株洲工学院 土木系, 湖南 株洲 412008)

摘要:通过对饱和软黏土进行一系列应力控制的循环三轴试验, 结合各向同性弹塑性界面模型数值模拟, 得出了软黏土在不排水条件下受循环荷载作用时的累积残余变形规律。

关键词:软黏土; 循环三轴试验; 累积残余变形; 界面塑性; 数值模拟

中图分类号: TU 411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2002)05-0629-04

作者简介: 钟辉虹(1968-), 男, 湖南株洲人, 讲师, 同济大学地下系在读博士生。

ZHONG Hui-hong^{1,2}, HUANG Mao-song¹, WU Shi-ming¹, ZHANG Yi-jing²

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Zhuzhou Institute of Technology, Zhuzhou 412008, China)

Abstract: Based on the results of one-way stress-controlled undrained cyclic triaxial tests and numerical simulations using an isotropic elastoplastic bounding surface model, the evolution of the accumulated residual deformation of soft clay is presented.

Key words: soft clay; cyclic triaxial test; accumulated residual deformation; bounding surface plasticity; numerical simulation

1 引言*

我国东部沿海地区广泛分布着软黏土, 软土路基的沉降病害问题十分突出, 如高速公路路面因路基下沉而致开裂, 地铁的长期沉降等, 因此, 对软土路基因过往车辆而受到反复加载条件下的变形问题进行研究具有十分重要的意义。

为了模拟软黏土因过往车辆而受到反复加载的情形, 笔者对饱和重塑软黏土试样进行了一系列等向固结应力控制的循环三轴试验, 得出了多组固结不排水循环三轴试验结果。在此之后, 运用黏土不排水循环响应弹塑性界面模型来模拟应力控制的黏土循环受荷响应, 并将预测结果和试验结果进行对比分析, 得出了软黏土在循环荷载作用下的变形规律, 为实际工程中的沉降控制设计提供了参考依据。

2 循环三轴试验研究

在室内将黏土制备成饱和重塑试样, 测得其初始孔隙比 $e_0 = 1.099$ 。由静三轴试验得最大偏应力比 $M_e = 0.93$, $M_c = 1.29$, M_e 和 M_c 分别是 $p-q$ 平面内轴向拉伸和压缩条件下临界状态线的斜率, 二者可统一表示成 $M = (q/p)_f$ 。通过压缩试验得出 $e - \lg p$ 坐标下土样的压缩和回弹直线, 其斜率(取正值) $\lambda = 0.25$, $\kappa = 0.05$ 。材料泊桑比 $\nu = 0.20$, $G = 12550.0 \text{ kPa}$ 。

将试样分为 2 组, 在施加循环荷载之前, 对试样进行各向同性固结, 固结应力分别为 50 kPa(第 1 组)和 100 kPa(第 2 组)。固结 24 h 完毕后随即在 σ_1 方向施加 $q_d/2$ 的静载, q_d 为动应力全幅值, 其目的是避免试

样在循环加载过程中产生双向剪切, 从而与路基土的实际受荷情况相似。之后进行循环荷载试验, 所加荷载为正弦波形, 频率为 1 Hz, 即 $q(t) = 0.5q_d \sin 2\pi t$, 其中 $q(t)$ 为任意 t 时刻的轴向动荷载值, 见图 1。循环三轴试验结果列于表 1。从表 1 可以看出: ①随着动应力水平的增加, 累计应变也相应增大, 且当应力水平增加到一定程度时, 土样由强化状态转变为破坏状态; ②达到破坏时的循环次数及动应力水平与试样循环受剪前的应力历史有关。

表 1 循环三轴试验结果

Table 1 Results of cyclic triaxial tests

试样	固结应力 / kPa	试样尺寸/mm (高×直径)	q_d / kPa	N / 次	ϵ_f^c / %	备注
第 1 组	50	100.30×50.13	5.0	20000	0.11	强化
		100.30×50.20	15.0	20000	0.28	强化
		100.40×50.10	20.0	20000	0.89	强化
		100.32×50.15	22.8	20000	1.57	强化
		100.10×50.14	25.0	20000	2.95	强化
		100.40×50.16	27.8	5000		破坏
第 2 组	100	100.10×50.13	8.5	20000	0.10	强化
		100.60×50.20	17.0	20000	0.15	强化
		100.40×50.13	25.0	20000	0.35	强化
		100.30×50.15	32.9	20000	0.70	强化
		100.20×50.14	38.0	20000	1.15	强化
		99.99×50.13	45.0	20000	3.00	强化
		100.20×50.20	50.0	2000		破坏

由于循环次数 $N = 10000$ 和 20000 时试验量测出的轴向应变 ϵ_f^c 相差不超过 5%, 故以 $N = 20000$ 次时的实测值作为试验稳定值。

* 基金项目: 教育部科学技术研究重点资助项目; 上海市重点学科建设资助项目

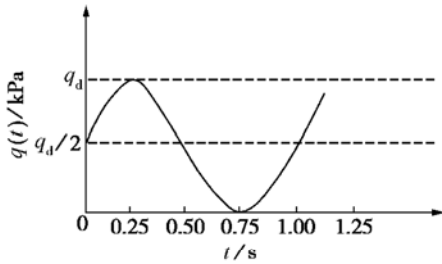


图1 循环荷载谱
Fig.1 Cyclic loading spectrum

3 循环荷载下黏土的弹塑性模型

迄今为止,研究土体动荷载作用下变形特性的本构模型有3大类,即边界面模型、套叠屈服面模型及基于广义塑性理论的弹塑性模型。1975年,Dafalias和Popov以及Krieg首先提出适用于金属材料的边界面模型^[1,2],此后被推广应用于岩土材料^[3,4]。套叠屈服面模型的概念首先由Mroz以及Iwan所建立^[5,6],在此基础上Prevost提出了适用于岩土材料的运动硬化嵌套面本构模型^[7],国内也有一些学者在这方面作了深入研究^[8,9]。广义塑性理论由Zienkiewicz和Mroz建立^[10],在此基础上进一步提出了具体的模型^[11]。

上述边界面模型的基本特点是:在应力空间中有一个边界面限定了应力点和内套屈服面移动的几何边界,该边界或采用椭圆形(如Mroz等的模型^[12]),或采用两段椭圆曲线和一段双曲线组成的边界面(如Dafalias等的模型^[4]),还有的采用两段椭圆曲线和一段正弦曲线组成的边界面(如Robert等的模型^[13])。而套叠屈服面模型则为描述土体真实动力特性提供了极大的普遍性和灵活性,弥补了经典弹塑性理论在模拟中性变载、旋转剪切应力路径下土体变形时的无能为力。广义塑性理论弹塑性模型则不需要明确定义屈服面和塑性势面,可认为是边界面模型的进一步简化。

以上3类模型均可较好地描述土体的应力-应变关系,但在具体应用时仍存在一定的困难,这主要表现在:①本构方程的数学表达式相当复杂,难以从数值方法中找出一种稳定而精确求解应力点的算法;②数值计算时需要对所有屈服面的位置、尺寸及塑性模量进行记忆,对计算机的内存要求过高;③模型涉及较多的参数和内变量,且有的缺乏明确的物理意义,因此难以通过常规试验得到这些模型参数或内变量的初值。

本文在各向同性边界面塑性理论的基础上,提出了一个简单的边界面模型,其特点是理论公式简单,易于编程计算;同时,模型涉及的参数较少,绝大多数具有明确的物理意义,可通过常规试验得到这些模型参数;另外,还对塑性模量插值函数做了一些研究。

3.1 一般弹塑性公式

文中除特别注明外,应力均指有效应力,其符号以压为正;相应地,轴向应变也是以压为正。应力、应变不变量表示如下:

$$p = \frac{\sigma_{kk}}{3}; s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}; q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (1)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}; J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{ik} s_{ki}$$

$$\epsilon_v = \epsilon_{kk}; e_{ij} = \epsilon_{ij} - \frac{\epsilon_v}{3} \delta_{ij}; \epsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij}} \quad (2)$$

将一点的应变率张量分解成弹性部分和塑性部分,并写成如下形式:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (3)$$

式中 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 为弹性分量, $\dot{\epsilon}_{ij}^e = [D_{ijkl}^e]^{-1} \sigma_{kl}$, D_{ijkl}^e 为弹性模量张量,且被表示成体积模量 K 和剪切模量 G 的函数:

$$D_{ijkl}^e = \left[K - \frac{2}{3} G \right] \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (4)$$

其中 $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$; $G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$; δ_{ij} 是 Kronecker 符号,亦称换名算子。此处, $p = \sigma_{kk}/3$; κ 为孔隙比与对数平均压力 $(e - \lg p)$ 平面中回弹曲线的斜率。

3.2 边界面方程

在建立本构模型时,为了推导简单,但又尽可能模拟土的受荷响应,边界面采用图2中所示的椭圆,而且经过应力原点,其数学方程式如下:

$$F = \frac{\bar{q}^2}{M_0^2} - \bar{p} p_c + \bar{p}^2 = 0 \quad (5)$$

式中 \bar{p} , \bar{q} 均为对应于“像应力”状态 $\bar{\sigma}_{ij}$ 的应力不变量。此处“像应力” $\bar{\sigma}_{ij}$ 是根据径向映射法则得到的,如图2所示,对于任意实际应力状态 σ_{ij} ,在边界面上存在唯一的“像应力”状态 $\bar{\sigma}_{ij}$ 与之对应,且径向映射法则被表示成 $\bar{\sigma}_{ij} = b \sigma_{ij}$, $b = \delta_0 / (\delta_0 - \delta)$, δ , δ_0 的几何意义见图2。 p_c 为椭圆与 p 轴的交点,它是模型的内变量。 M_0 为确定边界面在主偏应力空间中形状的参数,

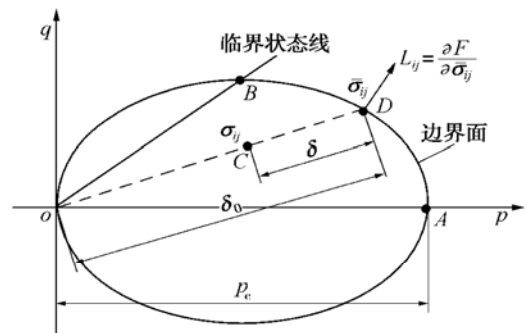


图2 边界面及其应力变量几何解释示意图

Fig.2 Schematic illustration of bounding surface and geometrical interpretation of stress variables

$M_0 = \frac{2mM_c}{(1+m) - (1-m)\sin 3\theta}$, 其中 m 为土材料参数, 它表示偏应力平面内轴对称拉伸与轴对称压缩时临界状态线的斜率比, 即有 $m = M_c/M_c$ 。为保证边界面的外凸性, 参数取值范围为 0.7~1.0。Lode 角 θ 与 J_2 和 J_3 有关, 且有 $-\frac{\pi}{6} \leq \theta = \frac{1}{3} \arcsin \frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \leq \frac{\pi}{6}$ 。鉴于本文模型是对循环三轴压缩试验的模拟, 故 $\theta = 30^\circ$, 代入 M_0 计算公式得出 $M_0 = M_c$ (常数)。

3.3 塑性流动法则和内变量硬化规律

(1) 塑性流动法则

式(3)中, 塑性应变率的方向由塑性流动法则给出, 并被表示成

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij} &= \langle \dot{\phi} \rangle R_{ij} \\ \dot{\phi} &= \frac{1}{K_p} L_{ij} \dot{\sigma}_{ij} = \frac{1}{\bar{K}_p} L_{ij} \dot{\bar{\sigma}}_{ij}; R_{ij} = L_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\langle \cdot \rangle$ 是 Macauley 运算符号, 即当 $\dot{\phi} > 0$ 时, $\langle \dot{\phi} \rangle = \dot{\phi}$, 当 $\dot{\phi} \leq 0$ 时, $\langle \dot{\phi} \rangle = 0$, 这意味着在应力控制的循环剪切过程中, 卸载将不产生塑性变形, 只存在弹性变形; K_p 和 \bar{K}_p 分别为当前应力状态之塑性模量和像应力状态之塑性模量, 二者之间可以通过一个函数联系起来, 其推导详见下文; L_{ij} 表示塑性加载方向, 在本文模型中假定塑性流动方向(由 R_{ij} 表示)与塑性加载方向重合(相关联流动法则)。

由式(2)和式(6)得出

$$\dot{\epsilon}_s^p = \langle \dot{\phi} \rangle \frac{\partial F}{\partial p}; \dot{\epsilon}_v^p = \langle \dot{\phi} \rangle \frac{\partial F}{\partial q} \quad (7)$$

(2) 内变量 p_c 的硬化规律

由黏土压缩性特征可知, 在各向同性压缩条件下, p_c 与塑性体积应变率 $\dot{\epsilon}_v^p$ 之间有如下关系:

$$\frac{\dot{p}_c}{p_c} = \frac{(1+e_0)\dot{\epsilon}_v^p}{(\lambda-\kappa)} \quad (8)$$

3.4 连续性条件和塑性模量

对方程(5)运用连续性条件 $F = 0$ 得到

$$\frac{\partial F}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial F}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial F}{\partial p_c} \dot{p}_c = 0 \quad (9)$$

将式(5) (8)代入式(9), 并考虑式(6), 经一系列数学运算得出边界面应力状态 $\bar{\sigma}_{ij}$ 对应的塑性模量 \bar{K}_p 为

$$\bar{K}_p = (2\bar{p} - p_c) p_c \bar{p} \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \quad (10)$$

将实际应力状态塑性模量 K_p 与边界面应力状态塑性模量 \bar{K}_p 之间写成如下函数关系:

$$K_p = \bar{K}_p + p_a \zeta \left[(2\bar{p} - p_c)^2 + 4 \left| \frac{\bar{q}}{M_0} \right|^2 \right] \left| \frac{\delta_0}{\delta_0 - \delta} \right|^\Psi - 1 \quad (11)$$

式中 右边第 2 项为插值函数项; $\Psi = \Psi_0 \exp(-\xi \epsilon_s^p)$,

$\epsilon_s^p = \int \dot{\epsilon}_s^p$, 它表示循环过程中累积塑性偏应变的大小; ζ, ξ, Ψ_0 均为模型常数; p_a 为大气压强 (kPa)。

由式(11)可知, 当实际应力状态位于边界面上时 (见图 2), $\delta_0/(\delta_0 - \delta) = 1$, 于是 $K_p = K_{pmin} = \bar{K}_p$, 但由式(6)知道, K_{pmin} 所对应的塑性应变速率将取最大值; 当实际应力状态正好位于应力原点, 则 $\delta_0/(\delta_0 - \delta) = \infty, K_p = K_{pmin} = \infty$, 此时不产生塑性应变。可见, 当应力水平较低时, K_p 值较大, 而对应的塑性应变速率 $\dot{\epsilon}_s^p$ 则较小, 这正好解释了低应力水平下试样所表现的循环稳定性。随着应力水平的增大, $\delta_0/(\delta_0 - \delta)$ 减小, 同时 $\epsilon_s^p = \int \dot{\epsilon}_s^p$ 增大, $\Psi = \Psi_0 \exp(-\xi \epsilon_s^p)$ 减小, 故 K_p 减小, 此时塑性应变速率 $\dot{\epsilon}_s^p$ 将增大, 即塑性应变速率加速发展。

3.5 增量型弹塑性本构理论

将方程(6)中的第 3 式代入第 2 式, 再代入第 1 式可得出塑性应变率分量 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$, 计入弹性应变率部分, 可得到如下增量型应力应变关系:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= D_{ijkl}^ep \dot{\epsilon}_{kl} \\ D_{ijkl}^ep &= D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijrs}^e L_{rs} L_{mn} D_{mnkl}^e}{K_p + L_{ab} D_{abpq}^e L_{pq}} \end{aligned} \quad (12)$$

方程(12)即是普遍形式的弹塑性本构关系, 注意它是以有效应力形式给出的, 考虑到不排水条件, 且假设土颗粒和孔隙水均不可压缩, 则有

$$\dot{\epsilon}_{kk} = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_3 \quad (13)$$

将方程(13)代入(12)得

$$\dot{p} = \dot{\sigma}_{kk}/3 = K \dot{\epsilon}_v^p \quad (14)$$

式中 K 为体积模量, $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ 。

根据有效应力原理得

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + u \dot{\delta}_{ij} \quad (15)$$

式中 $\dot{\sigma}_{ij}$ 为总应力。将方程(14)代入(15)得

$$\dot{u} = \dot{p} - \dot{p} \quad (16)$$

至此, 推导出了一组用于描述重塑黏土在不排水条件下应力控制循环加载动力响应本构方程, 包括有效应力-弹塑性应变以及孔隙压力的变化规律。

4 模型理论预测结果和实测结果对比

模型参数 Ψ_0, ζ 和 ξ 反映了前期变形历史对循环加载响应的影 响, 它们可通过对试样加载/卸载条件下得出的应力-应变关系曲线和孔隙压力-应变关系曲线以及 $p-q$ 平面内有效应力路径的最佳模拟来标定。 $\zeta = 10.0, \xi = 1.225, \Psi_0 = 1.0$ 。

采用循环迭代法便可求出第 N 次循环终止时土

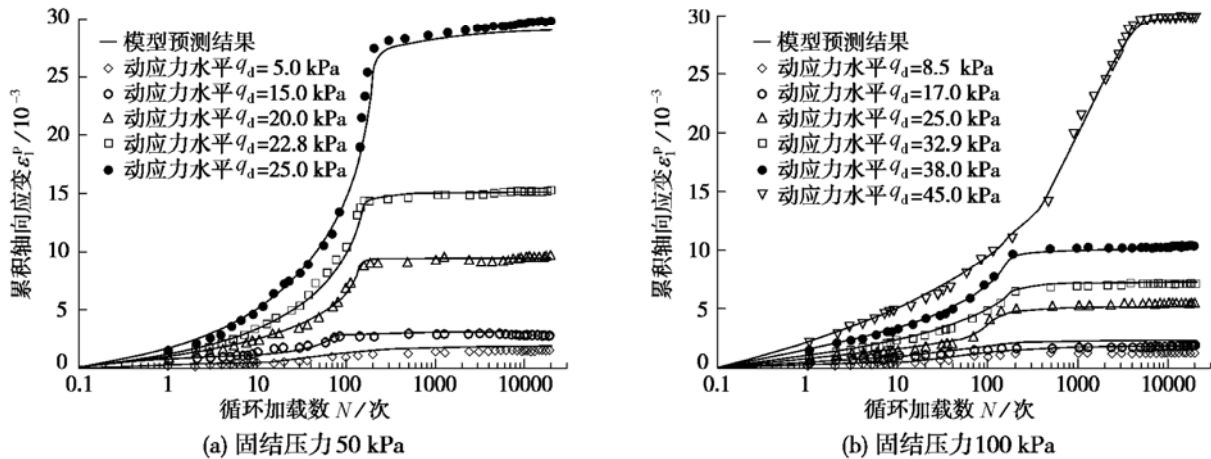
图3 ϵ_p^p 随循环加载次数 N 变化曲线

Fig. 3 Plastic strain versus number of loading cycles

中一点的累积轴向塑性(残余)应变。固结压力为 50 和 100 kPa 两组试验结果的模型预测曲线见图 3。

由图 3 可见,模型预测结果与试验结果相当吻合,并可得出以下几点结论:①在给定的围压和动应力水平下,随着循环次数 N 的增加,累积轴向残余应变 ϵ_p^p 逐渐增大,且当动应力水平较低时,循环达到一定次数后累积轴向残余应变值趋于稳定($\epsilon_p^p \sim \lg N$ 曲线趋于平缓),即试样达到塑性体硬化;②对于给定的循环加载次数 N ,若动应力水平增大,则累积残余应变值相应增大,然而当动应力水平增大至某一量值时,土样则由塑性体硬化转变为塑性体软化并达到破坏状态;③随着循环次数 N 的增加,塑性体积应变增大(压缩),考虑到不排水循环剪切条件,即土样总体积保持不变,故可推断必有一个相应的弹性体积增加(膨胀),而这意味着平均有效应力在减小,进而导致不排水抗剪强度下降;④比较图 3(a)、(b) 还发现,土样循环受剪前的应力历史对其后的受力行为有着显著的影响,具体来说,对于相同的动应力水平和循环加荷次数,若剪前所受固结应力水平较高,则累积残余应变较小,反之则较大。

5 结 语

通过对饱和软黏土一系列应力控制的循环三轴试验,结合各向同性弹塑性界面模型数值模拟,得出了软黏土在不排水条件下受循环加载时的塑性变形规律,即随循环次数增加,累积塑性(残余)变形也将增加,且当动应力幅值较低时,土样呈强化并达到变形稳定,但当动应力水平增大到某一量值并经过 N 次(N 随动应力水平变化)循环受剪后将达到破坏。另外,土循环受剪前的应力历史对其后的受力行为也有显著影响。

参考文献:

- [1] Dafalias Y F, Popov E P. A model of nonlinearly hardening materials for complex loading[J]. Acta Mechanica, 1975, 21: 173- 192.
- [2] Krieg R D. A practical two-surface plasticity theory[J]. J Appl Mech, ASME, 1975, 42: 641- 646.
- [3] Dafalias Y F. Bounding surface plasticity(I): mathematical formulation and hypoplasticity[J]. J Engng Mech, ASCE, 1986, 112(9): 966- 987.
- [4] Dafalias Y F, Herrmann L R. Bounding surface plasticity(II): application to isotropic cohesive soils[J]. J Engng Mech, ASCE, 1986, 112(12): 1263- 1291.
- [5] Mroz Z. On the description of anisotropic workhardening[J]. J Mech Physics Solids, 1967, 15: 612.
- [6] Iwan W D. On a class of model for the yielding behavior of continuous and composite systems[J]. J Appl Mech, ASME, 1967, 34: 612.
- [7] Prevost J H. Plasticity theory for soils stress-strain behavior[J]. J Engng Mech Div, ASCE, 1978, 104(5): 1177- 1196.
- [8] 王建华, 要明伦. 软黏土不排水循环特性的弹塑性模拟[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(3): 11- 18.
- [9] 徐干成, 谢定义, 郑颖人. 饱和砂土循环动应力应变特性的弹塑性模拟研究[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 1- 12.
- [10] Zienkiewicz O C, Mroz Z. Generalized plasticity formulation and application to geomechanics[A]. Desai C S, Gallagher R H. Mechanics of Engineering Materials[C]. Wiley, 1984. 665- 679.
- [11] Zienkiewicz O C, Leung K H, Pastor M. Simple model for transient soil loading in earthquake analysis (I): basic model and its application[J]. Int J Numer Analyt Methods Geomech, 1985, 9: 453- 476.
- [12] Mroz Z, Norris V A, Zienkiewicz O C. Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elastoplastic deformation soils[J]. Geotechnique, 1979, 29(1): 1- 34.
- [13] Liang R Y, Ma Fenggang. Anisotropic plasticity model for undrained cyclic behavior of clay[J]. J Geotech Engng, ASCE, 1992, 118: 229- 265.