

水平荷载作用下的路面结构应力

The stress of road structure under horizontal load

邓学钧, 李 昶
(东南大学交通学院, 江苏 南京 210096)

摘要: 从一种新的角度重新研究路面结构层受水平荷载作用时的剪应力这一路面专业的经典课题。采用四边形截面轴对称环状单元的有限元方法, 给出了单元刚度矩阵公式、单元划分及结点编号方法。结合路面结构实例计算了受水平荷载作用时剪应力沿深度的分布。通过分析计算结果, 提出水平荷载大小、结构层特性及不同荷载图式等因素对路面结构层中应力产生的作用规律。总结了提高路面抗剪能力应采取的措施。这些结论可以作为设计施工的指导原则。

关键词: 水平荷载; 路面; 最大剪应力

中图分类号: U 416 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2002)04-0427-05

作者简介: 邓学钧(1937-), 男, 江苏扬州人, 教授, 博士生导师, 从事路面工程的教学和科研工作。

DENG Xue-jun, LI Chang

(Civil Engineering Department, Transportation College, South-East University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The shear stress, when vehicle loads is landed on the surface, is a canon subject in highway engineering. This paper deals with it from a new point of view. A special element model, which is axial symmetry and has quadrangle section, is used, and the equation for computing matrix K and the methods of dividing and enumerating of elements are all given. There is an actual pavement structure using this method mentioned above to illustrate the law of stress allocation. Through analyzing the results, The influence of load magnitude, characters of layers and different load patterns on stress in layers are shown. Some methods used for improving the shear resistance are put forward, and they can be taken as the guidance for design and construction.

Key words: horizontal load; road surface; the largest shear stress

1 前 言*

路面结构在车轮水平荷载作用下的应力状态是复杂的, 但是通过假定一定条件, 可以将这一复杂的问题简化。简化后的某些最简单问题, 如: 集中荷载下的半无限弹性半空间体中的应力应变问题, 有经典的理论解答^[1,2], 能得到工程中可以应用的结果。但在荷载或路面结构相对复杂的情况下, 就要用有限元等数值分析方法来研究^[3]。可以采用多种荷载作用形式^[4], 本文采用了最简单的圆形当量荷载^[1]。

本文运用有限元方法分析水平面上及竖向均布荷载作用下, 路面结构层中的应力应变状态。对水平荷载大小和土基模量的影响作了定量分析, 并对比了两种荷载图式下, 路面结构层中应力的变化。通过分析, 确认了水平荷载影响范围的有限性。提出加强路面抗剪能力应着重加强表面结构层及最上面两层之间结合条件的结论, 同时, 在考虑最大剪应力时, 完全可以用轴对称的水平荷载图式代替单向水平荷载图式。这些结论可以指导路面抗剪能力设计。

2 计算模型

路面作用圆形均布垂直荷载时, 作层状弹性体系假定, 这时可以显式地表达出其理论解, 解答的形式比

较复杂。在多层体系上作用竖直和水平综合荷载的情况更加复杂。这时, 用经典力学的方法很难给出显式的应力应变表达式。在这种情况下, 用有限元方法进行计算, 可以得到这种条件下的应力应变规律。

进一步说, 从极坐标的角度来看, 路面上作用任意的轴向, 径向和环向荷载的情况下, 都可以利用有限元方法计算^[5]。得到路面结构层中的应力应变变化规律, 为路面的力学计算服务。

本文针对的是一种较为简单的情况, 即路面上作用均布的水平荷载和垂直荷载时求解应力。这个问题可以抽象为弹性轴对称问题。路面结构本身, 可以抽象为弹性层状体系, 各结构层之间保持连续。它是轴对称且无限大的。圆形的荷载作用区域内分布着轴对称的垂直作用荷载和非轴对称的单向水平荷载。将非轴对称的水平荷载在 θ 方向展开为傅立叶级数, 将其作为轴对称和反轴对称问题来求解, 这样就可以将三维问题分解成一组二维问题。叠加计算结果可以得到应力解答。具体采用的有限元类型是弹性轴对称的, 截面为四边形的环形单元^[5]。这种单元可以很好地适应路面结构形式。这种单元本身又是对平面问题四边形单元的一种发展, 很多方面与其类似, 且相对简单。本文

* 收稿日期: 2001-12-28

采用弹性理论来计算。当然还有其它的一些非线性有限元方法^[6]进行路面或机场结构层的计算。但是,因为荷载本身不大,所有弹性方法可以得到较好的解答。

2.1 位移函数

取出一个环形四边形单元截面 $\dot{y}mp$, 如图 1 所示, 在节点 i 处的位移为

$$\{ \xi_i \} = \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad (1)$$

采用位移函数如下:

$$\begin{aligned} u &= N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m + N_p u_p \\ w &= N_i w_i + N_j w_j + N_m w_m + N_p w_p \end{aligned} \quad (2)$$

对每一结点, 形函数

$$N_n = \frac{1}{4}(1 + f \zeta)(1 + g \eta) \quad (n = i, j, m, p) \quad (3)$$

其中 $\zeta = (r - r_0)/a$, $\eta = (z - z_0)/b$ f 和 g 是符号常数。当 n 取不同的值, f 和 g 取 -1 或 1, 单元的宽度 (x 方向) 和长度 (y 方向) 分别为 $2a$ 和 $2b$ 。

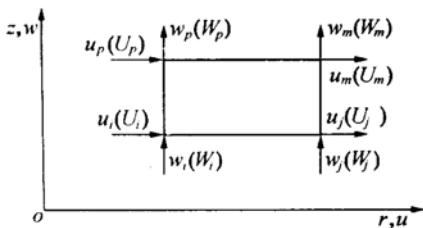


图 1 轴对称四边形单元的结点位移和结点力
Fig. 1 Nodal displacements and forces of axial symmetry quadrangle element

2.2 B 矩阵

计算单元应变时的 B 矩阵如下:

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & \frac{N_i}{r} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{f}{4a}(1 + g\eta) & 0 \\ \frac{(1 + f\zeta)(1 + g\eta)}{4(r_0 + a\zeta)} & 0 \\ 0 & \frac{g}{4b}(1 + f\zeta) \\ \frac{g}{4b}(1 + f\zeta) & \frac{f}{4a}(1 + g\eta) \end{bmatrix} \quad (i, j, m, p) \quad (4)$$

2.3 非轴对称荷载的处理

为了能够进行单向水平荷载的计算, 将其分解成轴对称的和反轴对称荷载的组合。利用傅立叶级数的性质, 将荷载沿角度变化的函数变换成傅立叶级数的形式。这样有对称的荷载项(即含 $\cos(n\theta)$ 的项), 和反对称的荷载项(即含 $\sin(n\theta)$ 的项)。取有限项展开式后,

对每一项进行一次对称或反对称的计算, 最后叠加计算结果, 可以得到结构的应力。下面列出了傅立叶分解后的荷载形式。上标 s 和 t 分别代表对称和反对称的荷载部分。 R, F 和 Q 表示 r, θ 和 z 三个方向上的荷载。

$$\begin{aligned} R &= \sum R_n^s \cos(n\theta) + \sum R_n^t \sin(n\theta) \\ F &= - \sum F_n^s \cos(n\theta) + \sum F_n^t \sin(n\theta) \\ Q &= \sum Q_n^s \cos(n\theta) + \sum Q_n^t \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (5)$$

应注意, 在反轴对称情况下, 一点的应变分量比轴对称时多出了两个剪应变分量。

单元刚度矩阵由普遍公式, 沿整个圆环求体积积分:

$$[k] = 2\pi \iint [B]^T [D] [B] r dr dz \quad (6)$$

若成分块形式, 并令 $e_1 = \frac{\mu}{(1 - \mu)}$, $e_2 = \frac{1 - 2\mu}{2(1 - \mu)}$, $e_3 = \frac{E(1 - \mu)}{2(1 + \mu)(1 - 2\mu)}$, $a_r = \frac{f_r}{4a}(1 + g_r \eta)$, $b_r = \frac{1}{4(r_0 + a\zeta)}(1 + f_r \zeta)(1 + g_r \eta)$, $c_r = \frac{g_r}{4b}(1 + f_r \zeta)$, 则每个子块可表示为

$$k_{rs} = 2\pi \iint [B_r]^T [D] [B_s] r dr dz = 2\pi \iint e_3 \begin{bmatrix} [a_r a_s + b_r b_s + e_1(a_r b_s + e_1(a_r c_s + b_r c_s) + a_s b_r) + e_2 c_r c_s] & [e_1(a_r c_s + b_r c_s) + e_2 c_r a_s] \\ e_1(c_r a_s + c_r b_s) + e_2 a_r c_s & c_r c_s + e_2 a_r a_s \end{bmatrix} r dr dz \quad (7)$$

s 下标的表达式与此类似。对上式作数值积分, 就可以得到单刚矩阵的子块。

2.4 单元划分与结点编号

图 2 是计算对象的简图(分割到径向和深度各 5 m 处)。

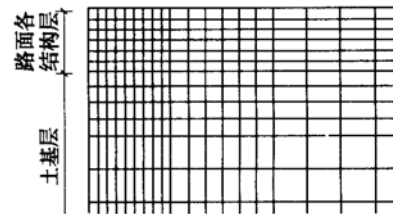


图 2 环截面上单元划分及结点布置示意图

Fig. 2 Node allocation and division of element on ring section

图(1)中, 假设深度方向上共有 n 个结点, $n - 1$ 个单元; 径向有 m 个结点, $m - 1$ 个单元。深度划分以 5 cm 作为划分的基本尺度。但是为了充分反映轮载作用位置附近的应力变化情况, 在轮载半径和顶层路面厚度范围内采用 1 cm 作为划分的基本尺度。然后逐渐向下向外过渡到以 5 cm 为尺度来划分。在 5 m 边缘部分加上固接的支承。单元的计数从轮心作用点开

始, 从上到下, 从里到外。这样划分单元, 横截面上两个方向的长度比最大为 5 倍。如果这个比值太大, 将使计算结果在某些位置失真。从有限元计算的观点来看, 单元横向和纵向长度的比值接近 1 时, 两个方向上的计算结果精确度相近。而单元划分得越细就越能反映局部的应力状态。所以, 在荷载作用位置附近, 单元要划分得尽量密, 而且为了减小边界处理方式对应力的影响, 边界应取在荷载作用位置的一定距离以外, 这样就使计算规模扩大。为了减小规模同时保证边界与荷载作用位置的距离, 采用了长度和宽度不同的单元。从计算的角度来说, 如果计算对象的边界位置相同, 长度和宽度划分得越小, 其比值越接近 1, 得到的结果越精细。

3 计算成果

将单轮荷载看作是作用水平力和垂直力的一个圆形区域。取平行于水平荷载作用方向的直径上荷载圆边缘点下的直线上的点为计算位置, 计算从路面表面到一定深度范围内应力的变化情况。

计算初始条件如下:

(1) 荷载: 胎压(垂直荷载集度)为 0.7 MPa, 荷载圆直径为 10.75 cm, 它是双轮荷载中的一个, 双轮荷载的情况可以由单圆计算结果叠加。因为水平荷载影响范围有限, 在取图示计算点时, 另一圆形荷载的影响很小。水平荷载系数, 即水平荷载与垂直荷载的比值分别取 0.1, 0.3 和 0.5。

(2) 计算实例的路面结构层如图 3 所示。

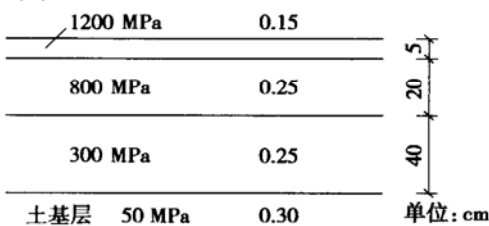


图 3 路面结构示意图

Fig. 3 Illustration of road structure

(3) 连接条件: 假定各结构层间连续。

(4) 计算点位置: 计算点位置如图 4 所示。

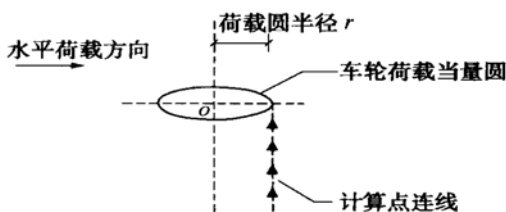


图 4 计算点位置示意

Fig. 4 Illustration of computing points

3.1 水平荷载大小的影响

三种水平荷载情况下的应力随深度变化的曲线见

图 5~ 8, 图中三种图例分别对应于水平荷载系数为 0.1, 0.3 和 0.5 时的三种情况。

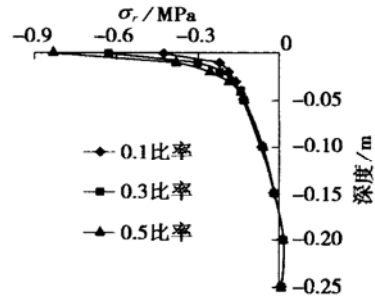


图 5 随深度变化的 σ_r

Fig. 5 σ_r at different depth

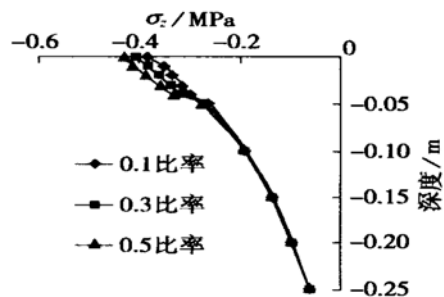


图 6 随深度变化的 σ_z

Fig. 6 σ_z at different depth

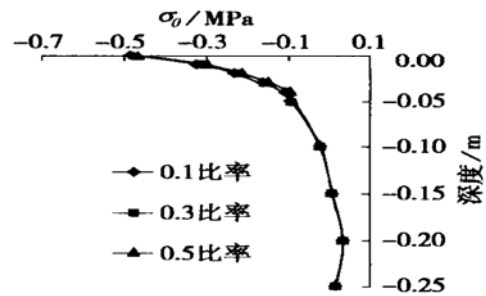


图 7 随深度变化的 σ_θ

Fig. 7 σ_θ at different depth

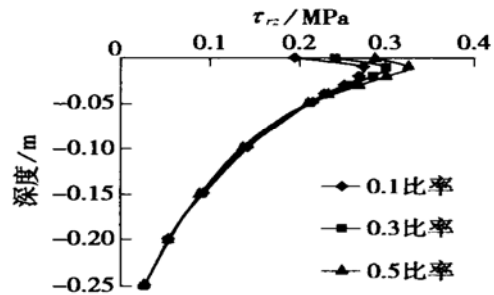


图 8 随深度变化的 τ_{rz}

Fig. 8 τ_{rz} at different depth

3.2 两种荷载图式

为了比较水平荷载的影响范围及特点。采用了图 9 所示的两种荷载图式进行计算(图中未标出竖向均布荷载)。

图 10~ 13 是两种荷载图式下, 计算点应力沿深度

变化的规律(其中水平荷载系数为0.3)。在两种荷载图式下,四个应力分量基本没有变化。且最大应力出现位置及应力变化的转折点位置也没有变化。

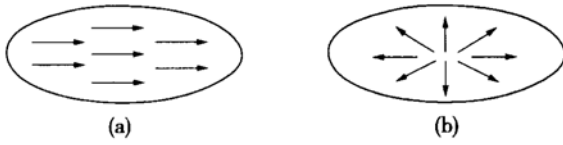


图9 两种不同的水平荷载分布
Fig. 9 Two different patterns of load

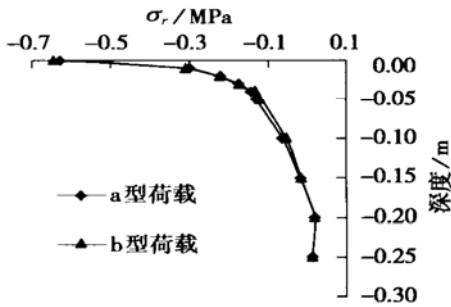


图10 两种荷载图式下 sigma_r 比较图
Fig. 10 sigma_r under two patterns of load

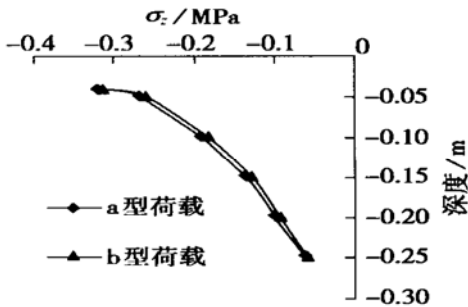


图11 两种荷载图式下 sigma_z 比较图
Fig. 11 sigma_z under two patterns of load

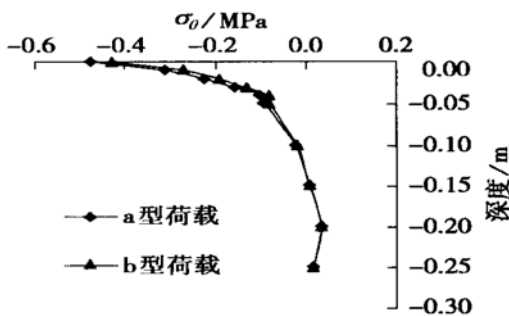


图12 两种荷载图式下 sigma_theta 比较图
Fig. 12 sigma_theta under two patterns of load

3.3 最大剪应力

图14, 15分别表示图9所示的两种荷载图式下,水平荷载系数为0.1, 0.3和0.5时计算点位置处的最大剪应力沿深度变化的情况。图16是水平荷载系数为0.3时,两种荷载图式下最大剪应力变化情况比较。图中的最大剪应力由下列公式求出: $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ 。

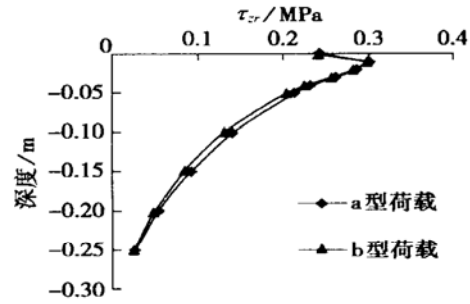


图13 两种荷载图式下 tau_r 比较图
Fig. 13 tau_r under two patterns of load

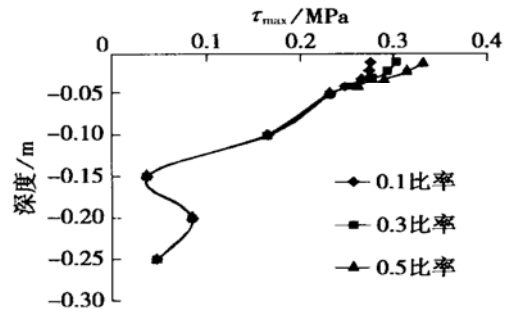


图14 最大剪应力变化图(图9(a)荷载图式)
Fig. 14 The maximum shear stress under load pattern in Fig. 9(a)

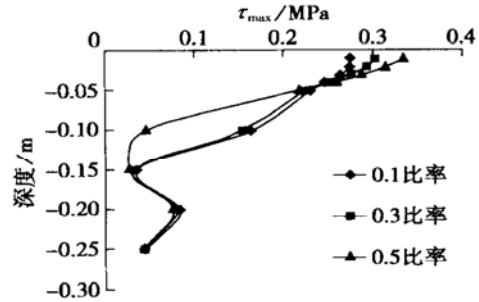


图15 最大剪应力变化图(图9(b)荷载图式)
Fig. 15 The maximum shear stress under load pattern in Fig. 9(b)

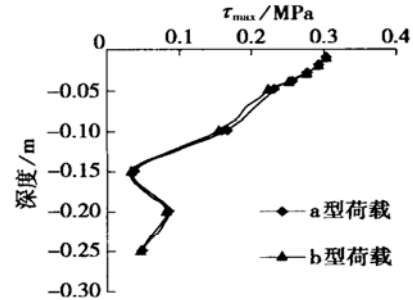


图16 两种荷载图式最大剪应力比较
Fig. 16 The comparison of maximum shear stress under two load patterns

计算结果表明。水平荷载变化引起的最大剪应力变化只是出现在面层下的4~5cm范围内。其下的最大剪应力变化很小。同时,两种水平荷载作用图式下,最大剪应力几乎没有变化,图16中的两条线几乎重合。所以,当选择荷载当量圆边缘下点作为计算点,求最大剪应力时,可以用轴对称的荷载去代替非轴对称的荷载。

表1 土基模量对应力的影响
Table 1 The influence of soil modulus

深度 /m	土基模量 30 MPa 时应力/MPa				土基模量 100MPa 时应力/MPa			
	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{xz}	σ_r	σ_z	σ_θ	τ_{xz}
0.00	-0.417	-0.725	-0.438	0.036	-0.394	-0.724	-0.414	0.037
-0.05	-0.100	-0.447	-0.112	0.101	-0.087	-0.446	-0.100	0.102
-0.10	0.000	-0.284	-0.004	0.073	0.009	-0.284	0.004	0.073
-0.15	0.031	-0.184	0.030	0.042	0.035	-0.185	0.034	0.042
-0.20	0.055	-0.125	0.055	0.019	0.055	-0.127	0.055	0.019
-0.25	0.023	-0.077	0.024	0.012	0.021	-0.080	0.021	0.012
-0.30	0.019	-0.056	0.019	0.008	0.016	-0.061	0.016	0.008

3.4 土基模量的影响

水平荷载取为竖向荷载的0.3倍。土基层模量分别取为30, 100。部分计算深度上的结果如下表1。

从以上的计算结果可以看出, 土基模量对水平荷载产生的应力影响很小。究其原因, 主要是水平荷载的影响区域在深度方向上是很小的。这种影响主要集中在结构层的上部。下面土基层的模量影响较为次要。

综合以上数据可看出, 水平荷载变化时, 应力变化只发生在上层有限范围内。这种变化大约在4~5 cm深度范围内。在此深度范围以外的应力变化幅度很小, 可忽略。所以在考虑提高路面的抗剪能力时, 采取的各种措施应针对上层的局部区域。本文采用了薄的上层结构层, 计算结果显示应力在最上层结构层下部与第二层的接触面上没有太大的变化。而其它层次间连接处应力水平很低。所以应加强最上面两层的层间结合条件, 而其它的层间粘结状况对提高抗剪能力是次要的。

随着水平荷载的变化, 竖向应力的变化并不显著。所以, 在对精度要求不高的情况下可以将路面结构的竖向荷载和水平荷载分开来考虑。而对其它应力, 水平荷载的变化将会对路表面以下一定深度范围内的应力产生影响。所以在水平荷载相对较大的区域要提高上层结构层材料的力学性能。

在采用本文所选计算点时, 单向的水平荷载和轴对称的水平荷载产生的应力大致相同。可以用轴对称的荷载去代替单向的水平荷载进行计算。

除竖向正应力外的其它三个应力分量, 在深度大约10 cm时, 已经很小。所以, 从理论上来说, 为抵抗剪力, 采用较厚的路面结构是没有意义的。

因为荷载当量圆边缘处, 荷载是不连续的, 故用有限元进行计算时, 此位置的应力可能产生偏差, 即路面表面处求得的应力与此处的实际应力可能有较大偏差。

计算结果中的竖向正应力与最大剪应力随深度的变化规律与经典的力学计算方法得到的变化规律是相同的, 在数值上是相近的^[1]。这一点可以作为计算方法正确性的一种印证。

4 总 结

(1) 荷载图式: 可以采用轴对称水平荷载代替单向的水平荷载进行计算。

(2) 影响范围: 水平荷载对路面结构的应力影响是有限的, 主要集中在路面结构上层大约5 cm的范围内。这个深度随水平荷载大小变化不大。

(3) 下层模量: 路面结构下层模量变化时, 水平荷载产生应力变化不大。

(4) 层间结合: 从抵抗剪切的角度出发, 加强路面结构最上面两层间的结合条件是必要的。但水平荷载的变化, 在层间结合处不产生很大的应力变化。

(5) 路面厚度: 厚的路面结构层并不能显著提高路面抗剪能力。

(6) 材料性质: 从材料的角度来说, 为提高路面的抗剪能力, 必须提高面层材料的力学性能。

这些结论对提高路面的抗剪能力, 简化抗剪计算方法, 有着积极的指导意义。路面抗剪能力的提高, 有助于防止路面早期病害的发生, 延长路面使用寿命。

参考文献:

- [1] 朱照宏, 许志鸿. 柔性路面设计理论与方法[M]. 上海: 同济大学出版社, 1987. 33-44.
- [2] Yoder E J, Witzak M W. 路面设计原理[M]. 陈炳麟译. 北京: 人民交通出版社, 1983.
- [3] Yu H S, Hossain M Z. Lower bound shakedown analysis of layered pavements using discontinuous stress fields[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998.
- [4] Danielson K T, Noor A K, Green J S. Computational strategies for tire modeling and analysis[J]. Computers and Structures, 1996, 61(4): 673-693.
- [5] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 第2版. 北京: 中国水利水电出版社, 1998. 96-103.
- [6] Matthews J M, Schmitt F C. A nonlinear finite element method for the design of airfield pavements[A]. Developments in Computer Aided Design and Modelling for Civil Engineering[C]. 1995.