

矿坑底板突水的突变模型研究

Research on a cusp catastrophic model of water bursting in pit floors

邵爱军¹, 彭建萍², 刘唐生²

(1. 中国科学院 南京土壤研究所, 江苏 南京 210008; 2. 石家庄经济学院, 河北 石家庄 050031)

摘要: 矿坑底板突水是一个典型的突变过程, 将突变理论首次应用于矿山底板突水的研究之中, 通过研究煤矿底板系统能量的失稳, 建立了预测矿坑底板突水的尖点突变模型(Cusp Catastrophic Model), 导出了系统失稳时受力的临界值及失稳时底板变形和能量释放的表达式, 为矿山突水预报提供了新的理论方法。

关键词: 矿坑底板突水; 尖点突变模型; 平衡曲面

中图分类号: TD 745 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2001)01-0038-04

作者简介: 邵爱军, 男, 1960 年生, 1998 年于武汉水利电力大学获工学博士学位, 同年到中国科学院南京土壤研究所作博士后。主要从事水文地质工程地质, 地下水、土壤水和溶质运移理论与应用研究。现工作于石家庄经济学院资环系。

SHAO Ai-jun¹, PENG Jian-ping², LIU Tang-sheng²

(1. Institute of Soil Science, the Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008, China; 2. Shijiazhuang University of Economics, Shijiazhuang 050031, China)

Abstract: Water bursting in pit floors is a typical catastrophic process. A catastrophic theory was applied in water bursting in pit floors for the first time. Through the research on the instability of energy in the floor system of coal mine, a cusp catastrophic model applied to forecasting water bursting in the floor was put forward. The formulas of the critical stress, the strain and the released energy of the instable floor were developed. So, a new theory approach was offered for the forecast of water bursting in mine.

Key words: water bursting in pit floor; cusp catastrophic model; balance surface

1 前 言*

突变理论(Catastrophe Theory)是法国数学家勒内·托姆(Rene Thom)于 1972 年创立的^[1,2],它是研究不连续现象的一门新兴学科。

在自然界与人类社会中,有些系统的势函数本身是结构稳定的,但又包含着无处稠密的由结构不稳定点构成的子集,而这种结构不稳定性是孤立的。也就是说系统在变化过程中,其状态一般是结构稳定的,即系统在变化过程中逐渐变到它的平衡状态,只在单个点(结构不稳定点)处,系统就由一个平衡状态跃变(而不是渐变)到新的平衡状态,此时就发生了突变。诸如自然界中的水沸水融、弹性结构的塌陷、冲击波的形成、火山爆发、地震、断层运动等等。

突变理论的创立虽然时间不长,但在许多学科中都有成功的应用。例如 Cuhitt 和 Shaw^[3](1976)用突变理论定性地解释了沉积过程; Henley^[4](1979)研究地壳中断层运动问题,并提出了一个定性的突变模型; Potirer-Ferry^[5](1985)用突变理论解释了一些线弹性断裂力学和塑性力学中失稳的现象,指出保守系统仅有几种失稳的方式; Alberto Carpinteri^[6](1990)将突变理论方法应用于断裂力学的研究。国内学者康仲远^[7](1984)分析了板状岩体在水平力和垂直力共同作用下欧拉失稳问题,解释了某些地震现象;殷有泉、郑顾

团^[8](1988)将突变理论应用于地震研究,建立了断层地震的尖点突变模型;唐春安、徐小荷^[9](1990)对岩石在加载系统作用下破裂过程的非稳定性问题进行了研究,得到了突变前后岩样的变形突跳量和能量释放量的表达式,并出版了专著^[10](1993);栾元重、姜岩^[11](1991)运用尖点突变模型的改进模型,建立了地下水位变化的预报模型并对其进行了分析;王德禹、杨桂通^[12](1992)将突变理论用于处理冲击荷载下弹性结构的屈曲问题;秦四清、何怀锋^[13](1995)用突变理论研究了狭窄煤柱冲击地压失稳的机制,导出了失稳的充要力学条件判据。

目前,我国华北受岩溶水威胁的煤炭储量达 67 亿 t,特别是一些老矿区“上组煤”储量越来越少,矿井的生产能力和经济效益逐渐下降,开采深度不断增加,随之而来的岩溶水对矿山的威胁越来越严重,突水事故日趋频繁,给国家和人民的生命财产造成的损失越来越大,已成为亟待解决的重要生产实际问题和急需开展研究的重大理论课题,而底板突水预测的研究为其核心内容。矿山底板突水过程是一个典型的突变过程,笔者将突变理论应用于矿山底板突水的研究中,通过研究煤矿底板系统能量的失稳,建立了预测矿坑底板突水的尖点突变模型(Cusp Catastrophic Model),导出

* 收稿日期: 2000-03-27

了系统失稳时受力的临界值及失稳时底板变形量和能量释放的表达式, 为矿山突水预报提供了新的理论方法。

2 突变理论的数学模型

分类定理是突变理论的最重要部分, 其中心思想是认为自然界中的一切突变形式可以根据系统的控制时间和状态空间的维数进行分类。由于我们所处的时空是四维的, 因此四维控制空间是很重要的。托姆的研究表明, 在控制变量不大于 4 的情况下, 最多可有 7 种突变形式, 分别为折叠、尖点、燕尾、蝴蝶、双曲点、椭圆脐点、抛物脐点, 称为 7 种基本突变。

尖点(Cusp)突变是应用最广的一种突变形式。它具有两个控制变量和一个状态量。其势函数的标准形式为

$$V(x) = x^4 + ux^2 + vx \quad (1)$$

式中 x 为状态变量; u, v 为控制变量。 (u, v) 所在平面称为控制平面, (x, u, v) 所在空间称为相空间, 故相空间是三维的。

3 矿坑底板突水的尖点突变模型

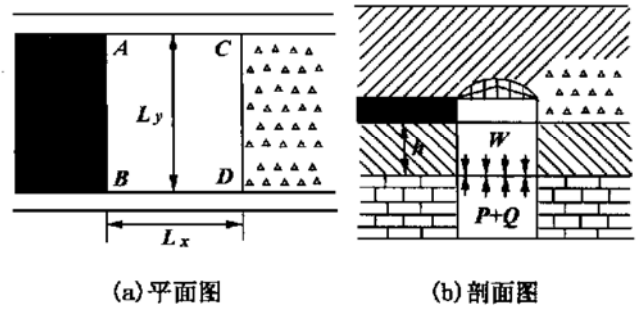
3.1 煤矿底板突水的力学模型

从力学的观点看, 控制底板突水的主要作用力有: ①煤层底板下伏含水层的水头压力, ②矿山压力(包括静、动压力), ③地应力, ④煤层底板与下伏含水层之间相对隔水层的重力, ⑤相对隔水层内部的连接力(岩体抗拉强度)。动矿压包括顶板冒落时岩块的冲击力、采煤机械或放炮的震动力等, 只对底鼓水起某种诱发作用, 并非主要控制因素, 故暂不考虑。其中水头压力和矿山压力是破坏隔水层底板、促使底板突水的作用力; 隔水层底板的重力和强度则是维护底板完整性、遏制底板突水的约束力。当约束力足以平衡作用力时, 则底板保持稳定, 否则就可能发生底鼓、破裂和突水。

下面取一回采工作面进行研究, 设 $ABCD$ 为采煤工作面与老顶冒落区之间的矩形采空区(见图 1)。 AB 边为采煤工作面, 长度为 L_y ; CD 边为老顶冒落区的边界; AB 至 CD 的距离为 L_x , 其值一般相当于周期来压的距离。相对隔水层的厚度为 h 。此矩形采空区的底板四周都是被紧密地压在上下岩层之间, 可以认为是固定的。故 $ABCD$ 可以近似地被认为是一个厚度为 h 的四边固定的由复杂岩石组成的矩形板^[14]。

作用在底板上的各种作用力, 按照力的分解与合成规则, 可以归结为水平力 N 和垂直力 P 。在上述各种力的作用下, 由于煤矿底板的底鼓变形与材料力学中

梁的变形相似, 所以沿 L_y 方向取一截面进行研究, 并将 L_y 方向的截面简化为一简支平直梁(见图 2)。其中: 梁长为 $L = L_y$, 垂直宽度为 h , 水平宽度为 $d = L_x$, 并且 $L \gg h, d \approx h, E$ 为弹性模量, I 为惯性矩, EI 为梁的抗弯强度, N 为水平力, 作用于梁的两端。假设向上的作用力 P 均匀地分布在梁上, s 为沿着梁的长度, $s \in [0, L]$, 并设 ω 是点 s 的竖直位移, δ 为轴线中点的位移。



(a)平面图 (b)剖面图

图 1 回采工作面示意图

Fig. 1 Schematic diagram of exploitation working section

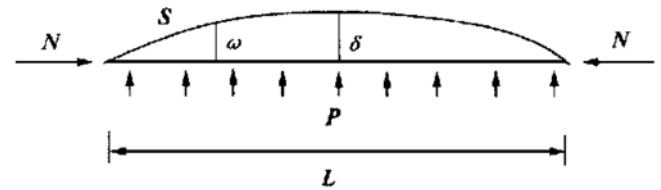


图 2 底板变形简化模型

Fig. 2 Simplified model of deformation in pit floor

可以证明^[15], s 的竖直位移 ω 可以近似地表示为

$$\omega = f(s) = \delta \sin \frac{\pi}{L} s \quad (2)$$

由于梁的变形量由梁变形后的曲率 k 表示, 而

$$k = \frac{f''(s)}{(1 + f'^2(s))^{3/2}} \approx f''(s) \sqrt{1 + f'^2(s)} \quad (f'(s) \ll 1) \quad (3)$$

从而梁的应变能近似为

$$U = \frac{1}{2} EI \int_0^L f''^2(s) (1 + f'^2(s)) ds = \frac{EI\pi^4 \delta^2}{4L^3} + \frac{EI\pi^6 \delta^4}{16L^5} \quad (4)$$

设梁在受横向作用力 N 后, 两端的位移为 λ , 则

$$\lambda = \int_0^L (1 - \sqrt{1 - f'^2(s)}) ds \quad (5)$$

由于当 $|f'(s)| \ll 1$ 时, 有 $f'^2(s) \ll 1$, 因此根据二项展开式有

$$\sqrt{1 - f'^2(s)} \approx 1 - \frac{1}{2} f'^2(s) \quad (6)$$

则

$$\lambda \approx \frac{1}{2} \int_0^L f'^2(s) ds \quad (7)$$

因此,水平力所做的功为

$$-\frac{N}{2} \int_0^L f'^2(s) ds = -\frac{N\pi^2}{4L} \delta^2 \quad (8)$$

垂直向上的力 P 在加载过程中所做的功为

$$-P \int_0^L f(s) ds = -\frac{2PL}{\pi} \delta \quad (9)$$

由弹性理论^[16]可知,任一结构体的总势能,可表示为结构的应变能和荷载势能的组合,所以,系统的总势能可近似地表示为

$$V = \frac{EI\pi^6}{16L^5} \delta^4 + \frac{\pi^2}{4L} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right) \delta^2 - \frac{2PL}{\pi} \delta \quad (10)$$

3.2 煤矿底板突水的尖点突变模型

弹性结构的不稳定性,很大程度上取决于一个势的局部极小值的消失。因此,要确定系统的平衡状态,首先要给出势函数在该过程中总势能函数的表达式,再确定系统的平衡曲面及分歧点集,最后确定系统发生失稳的应力条件。

由式(10)可以看出,采空区底板在受力状态下的总势能 V 可近似地看成是以底板的中点位移 δ 为状态变量,水平力 N 、垂直力 P 为控制变量的尖点突变模型。

设

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{EI\pi^6}{16L^5} \\ b &= \frac{\pi^2}{4L} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right) \\ c &= -\frac{2PL}{\pi} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

则

$$V = a\delta^4 + b\delta^2 + c\delta \quad (12)$$

令 $V(\delta) = 0$, 求出平衡曲面 M :

$$4a\delta^3 + 2b\delta + c = 0 \quad (13)$$

令 $\dot{V}(\delta) = 0$, 出奇点集 S :

$$12\delta^2 + 2b = 0 \quad (14)$$

由式(13), (14)可解得分歧点集 B 所满足的方程为

$$27ac^2 + 8b^3 = 0 \quad (15)$$

将式(11)代入(15)中得公式

$$\Delta = 27P^2 + \frac{\pi^2}{2EI} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right)^3 = 0 \quad (16)$$

为集 S 相应于 $N - P$ 的方程,对应于 $N - P$ 平面的图形见图3。

根据水平力 N 及垂直力 P 所确定的控制点 (N, P) , 讨论底板受力平衡状态。

(1) D 是系统稳定平衡的临界点, 满足 $\Delta = 0$, 即 $P_0 = 0, N_0 = \frac{EI\pi^2}{L^2}$ 。故水平力 N_0 是稳定平衡的临界

力,若用水平应力表示则为 $\alpha_{N_0} = \frac{N_0}{dh} = \frac{EI\pi^2}{12} \left| \frac{h}{L} \right|^2$, ($I = \frac{dh^3}{12}$), 底板突水的必要条件是 $\alpha_N > \alpha_{N_0}$ 。

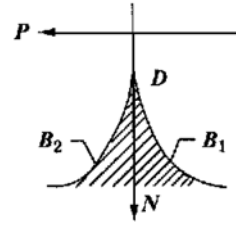


图3 分叉集 B 对控制空间 $N - P$ 的划分

Fig. 3 Partition of control space $N - P$ by aggregate B of furcation

(2) 当 N, P 满足 $\Delta > 0$ 时, 控制点 (N, P) 在分歧集的外部。此时水平应力 $\alpha_N < \alpha_{N_0}$, 或 $\alpha_N > \alpha_{N_0}$, 但只要控制点 (N, P) 不穿越分歧集时, 垂直力的变化使底板的变形是稳定的。

(3) 当 N, P 满足 $\Delta < 0$ 时, 控制点 (N, P) 在分歧集 B 的内部(图3的阴影部分)变化, 水平力 $N > N_0$, 即水平应力 $\alpha_N > \alpha_{N_0}$, 此时, 只要 (N, P) 不穿越分歧集 B 则系统是稳定的, 不会发生突变。

(4) 分叉集 B_1, B_2 是系统的不稳定平衡点集, 满足 $\Delta = 0$ (N, P 不同时为0), 对应的平衡点为

$$\begin{aligned} \delta_1 &= -\frac{L^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{4P}{EI\pi}} \\ \delta_2 = \delta_3 &= \frac{2L^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{4P}{EI\pi}} \end{aligned}$$

δ_1 是稳定平衡点, $\delta_2 = \delta_3$ 是不稳定平衡点。当控制点 (N, P) 在分歧集 B 的内部变化, 且对于固定的 N , 垂直力 P 逐渐增加, 则当控制点 (N, P) 到达分歧集 B_2 时, 系统发生突跳(底鼓), 突跳量为

$$\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1 = \frac{3L^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{4P}{EI\pi}} \quad (17)$$

突跳前后系统的能量之差为 ΔV , 用泰勒展开式可表示为

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{V'''(\delta_1)}{3!} (\Delta\delta)^3 + \frac{V''''(\delta_1)}{4!} (\Delta\delta)^4 \\ &= -\frac{3\pi h^3}{8L} \sqrt{\frac{P^2 EI \pi d}{6}} \end{aligned} \quad (18)$$

由公式(19)可看出, 突跳时系统的能量骤然减少, 从而导致底板结构的突然破坏、断裂, 产生突水。

因此, 煤矿底板突水问题, 与底板所受垂直力和水平力的联合作用关系密切, 在弹性限度内, $\alpha_N > \alpha_{N_0}$ 是突水的必要条件, $\Delta = 27P^2 + \frac{\pi^2}{2EI} \left(\frac{EI\pi^2}{L^2} - N \right)^3 = 0$ 是突水的充分条件。要保证煤矿安全开采, 则要及时观测水平力 N 及垂直力 P , 使其不穿越分叉集^[17]。

4 结 语

(1) 用突变理论的方法, 研究了煤矿底板系统能量的失稳, 建立了预测矿坑底板突水的尖点突变模型 (Cusp Catastrophic Model), 导出了系统失稳时, 受力的临界值及失稳时底板变形量和能量释放的表达式, 为定量研究底板突水问题, 奠定了理论基础。

(2) 以往的突水预测公式, 讨论底板受力是以垂直应力为主体的, 忽略了水平应力的作用。而随着煤矿开采深度的增加, 如河北的峰峰矿开采深度在 200 ~ 300 m, 开滦矿达 800~ 900 m, 特别是在褶皱、逆断层、倾斜岩层等附近, 水平应力往往不容忽视。

(3) 突变点的判别, 将水平力 N , 垂直力 P 及其有关参数, 代入公式(16), 当 $\Delta = 0$ 时, 系统产生突变。突变变量的大小可由能量的释放公式(18) 计算。在生产实际中, Δ 愈接近于 0, 就愈容易发生底板突水。因此为保障安全生产, 应采取预防措施, 防止突水事故的发生。

(4) 底板的稳定性与底板的力学性质和作用力有关, 作用力的渐变可导致状态的突变, 点(N, P) 在控制空间的运动途径, 对于决定底板是动态平衡, 还是失稳有重要意义。

参考文献:

- [1] (法) 勒内·托姆. 突变论: 思想和应用[M]. 周仲良译. 上海: 上海译文出版社, 1989.
- [2] (英) 桑博德. 突变理论入门[M]. 凌复华译. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1989.
- [3] Cubitt j, Shaw B. The geological implication of steady-state

- mechanisms in catastrophe theory[J]. Math Geology, 1976, 8: 657~ 661.
- [4] Henley S. Catastrophe theory models in geology[J]. Math Geology, 1979, 8: 6~ 11.
- [5] Potier- Ferry M. Towards a catastrophe theory for the mechanics of plasticity and fracture[J]. Int J Engng Sci, 1985, 23(8): 821~ 837.
- [6] Alberto Carpinteri. A catastrophe theory approach to fracture mechanics[J]. Int J Frac, 1990, 44: 57~ 69.
- [7] 康仲远. 岩体准静态运动失稳的 CUSP 型突变模型[J]. 地震学报, 1984, 6(3): 352~ 361.
- [8] 殷有泉, 郑顾团. 断层地震的尖角型突变模型[J]. 地球物理学报, 1988, 31(6): 657~ 633.
- [9] 唐春安, 徐小荷. 岩石破裂过程失稳的尖点灾变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 1990, 9(2): 100~ 107.
- [10] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.
- [11] 栾元重, 姜 岩. 地下水动态的突变预测模型[J]. 水文地质工程地质, 1991, 8(4): 16~ 18.
- [12] 王德禹, 杨桂通. 基于突变理论的弹性圆柱壳冲击扭转屈曲[J]. 工程力学, 1992, 9(2): 36~ 40.
- [13] 秦四清, 何怀锋. 狭窄煤柱冲击地压失稳的突变理论分析[J]. 水文地质工程地质, 1995, 5: 17~ 20.
- [14] 葛亮涛. 关于煤矿底鼓水力学机制的探讨[J]. 煤田地质与勘探, 1986, 1: 33~ 41.
- [15] 孙训方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1994.
- [16] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 人民教育出版社, 1983.
- [17] 邵爱军. 矿区地下水渗流理论与应用研究[D]. 武汉: 武汉水利电力大学, 1998.

欢迎订阅《人民黄河》

《人民黄河》由水利部黄河水利委员会主办, 中文核心期刊, 水利系统优秀科技期刊; 内容涉及防洪、治河、水文、泥沙、水资源、水土保持、灌溉、水利水电工程等多门学科, 旨在及时报道治黄的最新科技成果、学术争论及动态, 是全面反映黄河治理与开发成果的权威性技术刊物; 可供水利水电及相关专业的科技人员、高等院校师生, 特别是治黄工作者及广大治黄的人士阅读参考。

《人民黄河》创刊于 1949 年, 月刊, 每月 20 日出版。国际标准开本 16 开, 国内外发行, 每期定价 4.50 元, 全年 54.00 元。国内统一刊号 CN41- 1128/TV, 国际标准刊号 ISSN1000- 1379。

国外订购处: 中国国际图书贸易总公司(北京 399 信箱, 100044, 国外代号 M738)。

《人民黄河》继续自办发行。请直接汇款至杂志社。

信汇开户行: 河南省郑州市交行紫支政二分

开户: 黄河水利委员会宣传出版中心

账号: 6020149028852

邮汇地址: 郑州市金水路 11 号 邮编: 450003

电话: (0371) 6302902, 6302409

传真: (0371) 6302409

E-mail: rmhh99@public2.zz.ha.cn