

# 圆形隧道装配式衬砌接头刚度模型研究<sup>\*</sup>

## A study on the stiffness model of circular tunnel prefabricated lining

张厚美

(同济大学地下建筑与工程系, 上海, 200092)

过 迟

付德明

(长江水利委员会, 武汉, 430010) (上海隧道公司研究所, 上海, 200232)

**文 摘** 接头刚度  $K_0$  是装配式衬砌结构设计的一个重要参数。目前,  $K_0$  的取值尚无现成的公式或图表可循, 一般是根据接头受力试验确定。本文通过试验建立了接头的力学模型, 该模型将接头衬垫和连接螺栓抽象成弹簧, 根据衬垫材料的压缩回弹曲线, 建立了接头受力和变形的非线性方程式。为了避免应用中求解非线性方程组, 本文推导了接头刚度的简化计算公式。应用所建立的模型可以求解接头转角、接缝张开量、螺栓拉力等参数, 通过与接头受力试验实测数据对比, 证明计算值和实测值是吻合的。文中还应用模型对各种因素对接头刚度的影响规律进行了模拟, 所得结果是合理的。

**关键词** 衬砌接头, 接头刚度, 接头模型

中图法分类号 U 455.7

文献标识码 A

文章编号 1000-4548(2000)03-0309-05

**作者简介** 张厚美, 男, 1966 年生。现在同济大学攻读岩土工程专业博士学位, 研究方向为地下铁道设计理论。

Zhang Houmei

(Tongji University, Shanghai, 200092)

Guo Chi

Fu Deming

(Changjiang Water Resources Commission, Wuhan, 430010) (Shanghai Tunnel Eng. Co. Ltd. Construction Technology Institute, Shanghai, 200232)

**Abstract** Joint stiffness  $K_0$  is an important parameter for the design of circular prefabricated lining. Presently, there is no perfect theoretical way but test to determine the value of  $K_0$ . This paper proposes a joint mechanical model, which substitutes the joint bolts and liner layers with springs. The non-linear equations describing the relations between the force applied on the joint and the strain caused by the force is given. To avoid extracting the non-linear equations, a simplified  $K_0$  equation is derived. The rotatory angle, tension width and bolts tensile force can be calculated from the model. The correspondence between theoretical value and test value proves the validity of the model. The effect of various factors on the joint stiffness is also simulated by using the model, which shows reasonable results.

**Key words** lining joint, joint stiffness, joint mechanical model

## 1 引 言

装配式衬砌的重要特征是接头的存在, 接头的性能对衬砌环的受力和变形有很大影响, 这是衬砌设计计算中必须考虑的因素。表征接头性能的最重要的参数是接头抗弯刚度  $K_0$ , 它定义为接头产生单位转角所需的弯矩。目前,  $K_0$  的取值尚无现成的公式或图表可循, 一般是根据接头受力试验确定。即便如此, 如何从试验结果中确定出合理的  $K_0$  值仍是个问题。因为  $K_0$  随弯矩、轴力是变化的, 此外还受偏心距的影响, 因此通常要做不同偏心距下的接头受力试验。

对接头刚度模型的研究得到了许多研究者的重视, 提出了许多模型。如, 文献[1]假设接头受压区应力分布为抛物线形, 然后推出  $K_0$  计算公式; 文献[2]把接头受压区看作受压弹簧, 弹簧刚度根据受压区混凝土厚度确定; 文献[3]假定受压区混凝土应力分布

为矩形, 推导出大偏心受压下的  $K_0$  计算式。上述模型比较简单, 只适用于特定构造形式的接头, 无法考虑接头间垫层性能及螺栓预紧力等的影响。

## 2 接头力学模型的建立

接头的力学模型总是和接头的构造相联系。图 1 是“穿黄”隧洞(南水北调中线穿越黄河的水工隧洞)外管片衬砌接头构造示意图。为了使受压区混凝土受力均匀, 在接头中间并列设置了 3 块厚 5.6 mm 的软木橡胶衬垫。由于接头端肋厚度、刚度远比衬垫层大, 可将接头板假定为不产生挠曲变形的刚性板, 3 块衬垫看成 3 个只受压不抗拉的弹簧, 接头螺栓看成只受拉不抗压的弹簧, 止水橡胶垫受力较小, 略去不计。由此将接头抽象为图 2 所示的力学模型。以下依受力过程分两步来推导计算公式:

(1) 接头试验前, 一般对接头施加一定的水平荷

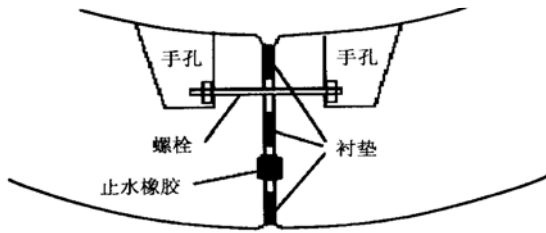


图1 穿黄隧洞接头构造示意图  
Fig.1 Configuration of segment joint

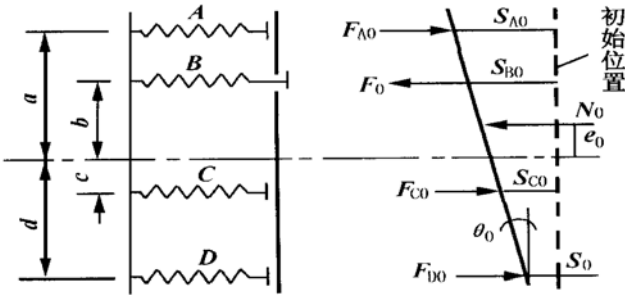


图2 接头结构分析模型  
Fig.2 Model for structural analysis of segment joint

载  $N_0$ ，再对螺栓施加预紧力  $F_0$ 。设在  $N_0$ 、 $F_0$  作用下接头板压缩衬垫，产生位移  $S_0$ ，同时产生转角  $\theta_0$ ，根据几何关系，并注意当  $\theta_0$  很小时  $\tan \theta_0 \approx \theta_0$ ，则 3 块衬垫的压缩量分别为

$$\left. \begin{aligned} S_{A0} &= S_0 + (a + d)\theta_0 \\ S_{C0} &= S_0 + (d - c)\theta_0 \\ S_{D0} &= S_0 \end{aligned} \right\} (1)$$

式中  $S_{A0}$ 、 $S_{C0}$ 、 $S_{D0}$  分别为衬垫 A、C、D 的压缩量，m； $a$ 、 $c$ 、 $d$  为衬垫到截面中心轴的距离，m。

为了获取衬垫材料的变形与受力的关系，对衬垫材料进行了轴向压缩回弹试验，所得应力-应变关系曲线见图 3。可见衬垫是一种典型的非线性材料，其应力-应变关系和加载历史有关，可表示为指数关系：

$$\sigma = E_r \epsilon^\beta \quad (2)$$

式中  $\sigma$  为应力， $\text{kN}/\text{cm}^2$ ； $\epsilon$  为应变； $E_r$  为衬垫材料的视弹性模量， $\text{kN}/\text{cm}^2$ ； $\beta$  为非线性指数，量纲为 1。

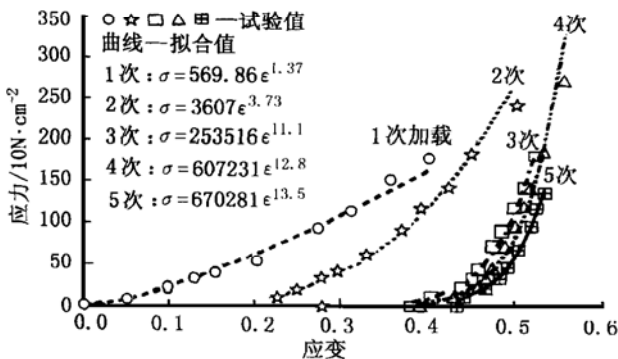


图3 衬垫材料压缩回弹试验曲线  
Fig.3 Stress versus strain curves of joint liner

衬垫试验中的加载次序和荷载大小是依据实际接

头试验的顺序及荷载大小确定的，各加载曲线的  $E_r$ 、 $\beta$  值由试验数据回归分析得到，见表 1。

表 1 衬垫材料的轴向压缩回弹试验统计结果  
Table 1 Statistical results of compression tests of liner

加载次序	1次加载	2次加载	3次加载	4次加载	5次加载
最大荷载 / ( $\text{N} \cdot \text{cm}^{-2}$ )	1800	2300	1850	2750	1400
残余应变	0.28	0.38	0.38	0.44	0.44
$E_r$ / ( $\text{N} \cdot \text{cm}^{-2}$ )	5698.6	36074	2535162	6072311	6702814
$\beta$	1.37	3.73	11.10	12.82	13.50
相关系数	0.996	0.995	0.995	0.994	0.998
平均误差 / %	1.72	2.02	2.0	2.2	1.1

根据式(2)可得各衬垫所受压力为

$$\left. \begin{aligned} F_{A0} &= A_r E_r \left| \frac{S_{A0}}{t} \right|^\beta & S_{A0} > 0 \\ F_{C0} &= A_r E_r \left| \frac{S_{C0}}{t} \right|^\beta & S_{C0} > 0 \\ F_{D0} &= A_r E_r \left| \frac{S_{D0}}{t} \right|^\beta & S_{D0} > 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

式中  $F_{A0}$ 、 $F_{C0}$ 、 $F_{D0}$  分别为衬垫 A、C、D 所受压力， $\text{kN}$ ； $t$  为衬垫厚度，m； $A_r$  为衬垫面积， $\text{m}^2$ 。

由图 2 中的力平衡得

$$F_{A0} + F_{C0} + F_{D0} = N_0 + F_0 \quad (4)$$

由力矩平衡得

$$aF_{A0} - cF_{C0} = dF_{D0} + bF_0 + e_0N_0 \quad (5)$$

将式(1) (3)代入式(4) (5)，展开得：

$$\left[ S_0 + (a + d)\theta_0 \right]^\beta + \left[ S_0 + (d - c)\theta_0 \right]^\beta + S_0^\beta = \frac{t^\beta}{A_r E_r} (N_0 + F_0) \quad (6)$$

$$a \left[ S_0 + (a + d)\theta_0 \right]^\beta - c \left[ S_0 + (d - c)\theta_0 \right]^\beta - dS_0^\beta = \frac{t^\beta}{A_r E_r} (bF_0 + e_0N_0) \quad (7)$$

式(6) (7)是一个非线性方程组，用数值方法求解出未知数  $S_0$ 、 $\theta_0$ ，然后，由图 2 几何关系可求出加预紧力后螺栓相对于接头板初始位置的位移  $S_{B0}$ ：

$$S_{B0} = S_0 + (b + d)\theta_0 \quad (8)$$

而螺栓的实际变形量  $\Delta L_0$  为

$$\Delta L_0 = L / (A_L E_L) \cdot F_0 \quad (9)$$

式中  $A_L$ 、 $L$ 、 $E_L$  分别为螺栓截面积 ( $\text{m}^2$ )，有效长度 (m)，弹性模量 ( $\text{kN}/\text{cm}^2$ )。

(2) 试验时，对接头施加一偏心距为  $e$  的轴力  $N$  (此时初始轴力  $N_0$  已撤消)，设接头板位移  $S_0$  转角  $\theta_0$  分别变化为  $S$ 、 $\theta$ ，则仿照式(6) (7)可得：

$$\left[ S + (a + d)\theta \right]^\beta + \left[ S + (d - c)\theta \right]^\beta + S^\beta = \frac{t^\beta}{A_r E_r} (N + F) \quad (10)$$

$$a \left[ S + (a + d)\theta \right]^\beta - c \left[ S + (d - c)\theta \right]^\beta - dS^\beta$$

$$= \frac{L^\beta}{A_r E_r} (bF + eN) \quad (11)$$

式中  $F$  为螺栓拉力(kN), 可根据下列方法确定。

仿式(8)得  $N$  作用下螺栓相对于接头板初始位置的位移  $S_B$

$$S_B = S + (b + d)\theta \quad (12)$$

则此时螺栓的实际变形量  $\Delta L$

$$\Delta L = \Delta L_0 + (S_{B0} - S_B) \quad (13)$$

螺栓拉力  $F$

$$F = A_L E_L \frac{\Delta L}{L} = \frac{A_L E_L}{L} (\Delta L_0 + S_{B0} - S_B) \quad (\Delta L > 0 \text{ 时})$$

将式(8) (12)代入上式得

$$F = F_0 + \frac{A_L E_L}{L} [S_0 - S + (b + d)(\theta_0 - \theta)] \quad (14)$$

求解式(10) (11) (14)组成的非线性方程组可得  $S$ 、 $F$ , 根据  $K_\theta$  的定义, 很容易求得  $K_\theta$  值:

$$K_\theta = M/\theta = Ne/\theta \quad (15)$$

### 3 模型的简化

上述模型涉及非线性方程组的求解,  $K_\theta$  不能用显式表示, 而数值解计算量大, 给应用带来不便。以下探讨模型的简化方法。

在接头构造、螺栓预紧力等确定的条件下, 接缝转角  $\theta$  只与轴力  $N$  和弯矩  $M$  有关。如能确定出  $\theta$  与  $M$ 、 $N$  的显式函数关系, 则也可求出  $K_\theta$  与  $M$ 、 $N$  的关系。为此必须先通过求解非线性方程式(10) (11), 得到不同  $M$ 、 $N$  组合下的  $\theta$  值, 然后用回归分析方法得到  $\theta$  与  $M$ 、 $N$  的关系。

图4是穿黄隧洞管片接头在不同  $M$ 、 $N$  组合下,  $\theta$  的求解结果(根据式(10) (11) (14)解得), 从图形趋势看,  $\theta$  与  $M$ 、 $N$  的关系可假设为如下函数形式:

$$\theta = b_0 + b_1 M + b_2 N + b_3 MN \quad (16)$$

式中  $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$  为待定系数, 与接头构造、衬垫尺寸、螺栓预紧力等因素有关, 可从数值解结果用多元回归分析方法求得。

表2 接头刚度模型回归系数及统计值

Table 2 Regression coefficients of stiffness model

$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	相关系数
-0.418	0.037	$2.5 \times 10^{-4}$	$-1.2 \times 10^{-5}$	0.997

经过统计检验, 关系式(16)成立, 用该式代替非线性模型不会产生太大误差。

将  $N = M/e$  代入式(16)得:

$$\theta = b_0 + b_1 M + \frac{b_2}{e} M + \frac{b_3}{e} M^2 \quad (17)$$

式(17)表明: 在偏心距不变的情况下,  $\theta$  与弯矩  $M$  呈二次抛物线关系。由式(16)可得:

$$K_\theta = \frac{M}{\theta} = \frac{M}{b_0 + b_1 M + b_2 N + b_3 MN} \quad (18)$$

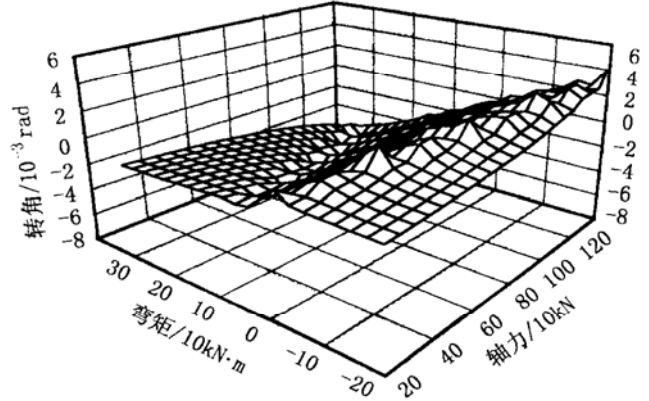


图4 接头转角与弯矩、轴力关系图

Fig. 4 Relationship between rotational angle and bending moment & axial force

式中  $M$  为弯矩,  $kN \cdot m$ ;  $N$  为轴力,  $kN$ ;  $K_\theta$  为接头抗弯刚度,  $kN \cdot m / rad$ 。

式(18)即是  $K_\theta$  与  $M$ 、 $N$  的简化关系式。值得说明的是, 式(18)是根据式(10) (11) (14)的数值解结果再用回归分析方法得到  $\theta$  与  $M$ 、 $N$  的关系式, 而非试验结果的回归关系式。

### 4 模型的验证

为了测定接头的  $K_\theta$  值, 对穿黄隧道管片接头进行了 1:1 的足尺结构受力试验。试件有直接头和弯接头两种, 按荷载偏心距不同分为若干组, 测定不同荷载等级下接缝两侧的相对转角、螺栓拉力、内部钢筋应力、管片表面混凝土应变等数据。

#### (1) 螺栓拉力对比

螺栓拉力实测平均值与计算值的对比见图5(a), 可见模型计算值的变化趋势及数量与试验结果都比较吻合。

#### (2) 接缝转角对比

见图5(b), 计算值与试验值的变化趋势基本吻合, 但计算转角值均比实测值大。究其原因, 转角是个相对量, 计算的转角是以衬垫未变形时为基准的, 即初始转角为0; 而试验中, 两块管片拼装好后才安装位移计, 此时管片已受力, 衬垫产生压缩, 即有初始转角, 但实测中无法计入, 故实测值比计算值小。

#### (3) 接头刚度对比

从图5(b)的  $\theta$ - $M$  曲线可知, 曲线上各点的斜率是不同的, 根据式(15)得到的是割线斜率, 取各点割线斜率平均值就得到平均割线刚度; 若将  $\theta$ - $M$  曲线近

视用直线代替, 则直线斜率就表示平均切线刚度, 一般情况下接头刚度是根据后者确定的。由于试验曲线不

表3 接头刚度试验值和计算值对比

Table 3 Comparison of stiffness between test values and calculated values

接头类型	偏心距 $e/cm$	割线刚度/ $10^4(kN \cdot m) \cdot rad^{-1}$			切线刚度/ $10^4(kN \cdot m) \cdot rad^{-1}$		
		试验值	计算值	误差/%	试验值	计算值	误差/%
直接头	18	6.07	4.56	24.8	6.18	5.19	16.0
	23	4.82	4.55	5.60	4.56	5.19	-13.8
弯接头	-15	8.62	4.11	52.4	11.29	9.31	17.7
	18	5.42	5.79	6.83	6.52	6.26	3.98

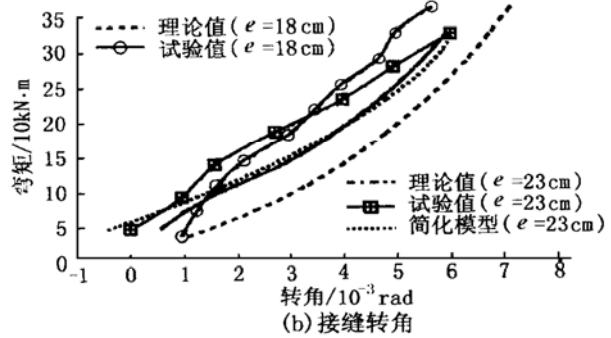
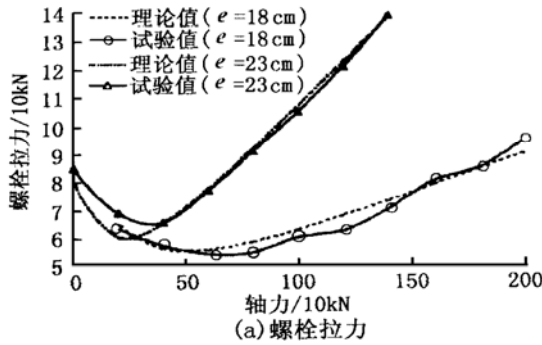


图5 螺栓拉力和接缝转角的实测值与计算值的对比

Fig. 5 Comparison between test values and calculated values of bolts tensile force & rotational angle

太规则, 接头刚度的确定有较大的人为性, 加之初始转角不同, 理论值与试验值之间有较大的差异, 见表3。

### 5 误差分析

造成计算结果和实测结果差异的原因有3点:

(1) 由于采用 1:1 的足尺试验, 试件尺寸大, 不易控制, 在试件制作、安装、定位、量测等过程会产生误差。这种误差随机性较大, 应根据具体情况分析。

(2) 模型假设条件产生误差。即假设接头板为刚性板, 忽略了混凝土的变形。混凝土应力-应变关系<sup>[4]</sup>一般可用抛物线表示:

$$\sigma_c = [2(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}) - (\frac{\epsilon}{\epsilon_0})^2] \sigma_0 \quad (19)$$

式中  $\sigma_c$  为混凝土应力,  $kN/cm^2$ ;  $\epsilon$  为混凝土应变;  $\sigma_0$  为混凝土最大应力,  $kN/cm^2$ ;  $\epsilon_0$  为混凝土最大应变, 取  $\epsilon_0 = 0.002$ 。

根据上述数据, 在混凝土破坏前, 最大应变  $\epsilon_0 = 0.002$ , 而在对应应力下, 衬垫应变为 0.48(对应于二次加载曲线), 后者远比前者大。因此在混凝土处于弹性阶段, 模型的假设条件不会产生太大误差, 但混凝土接近破坏时, 混凝土的变形急剧增大, 此时模型误差增大。

(3) 由于试件垂直方向挠度引起的附加偏心距的影响。图6是接头受力分析图, 由于结构对称, 取半结构分析。对图中 A 点取力矩平衡得:

$$M + NH + L_1W/2 - (L_1 - L_2)P = 0 \quad (20)$$

式中  $N$   $P$  分别为水平和垂直荷载( $kN$ );  $M$  为弯距

( $kN \cdot m$ );  $W$  为管片自重( $kN$ );  $Q$  为约束反力( $kN$ ); 其它各符号含义见图6。

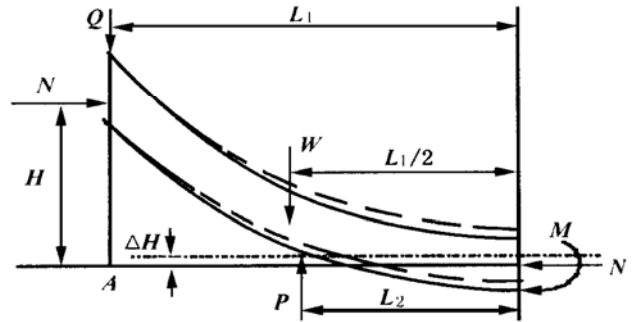


图6 接头受力分析示意图

Fig. 6 Forces exerting on joint

则设计荷载偏心距为:

$$e_t = \frac{M}{N} = (L_1 - L_2) \frac{P}{N} - \frac{L_1 W}{2N} - H \quad (21)$$

实际上, 在  $P$   $N$  联合作用下, 试件在垂直方向要产生挠度  $\Delta H$ , 水平方面的压缩量很小, 略去不计, 仿式(21), 此时实际偏心距为:

$$e_r = (L_1 - L_2) \frac{P}{N} - \frac{L_1 W}{2N} - (H - \Delta H) \quad (22)$$

由式(22) - (21)得:  $\Delta e = e_r - e_t = \Delta H$

$\Delta e$  就是附加偏心距, 它等于试件的挠度。从试验测量结果看, 负偏心距试验的  $\Delta e$  较小, 正偏心距试验的  $\Delta e$  较大, 一般  $\Delta e = 5 \sim 25$  mm。由此可见, 实际偏心距一般比设计的偏心距大。

### 6 接头性能的模拟

以上验证了理论模型的合理性, 这为用模型来模拟各种因素对接头性能的影响提供了一定依据。但并不意味着可以用模型模拟来代替试验, 相反是对模型的进一步验证和对试验规律的一种探索。

(1) 螺栓预紧力的影响

螺栓预紧力的影响规律见图7。在偏心距较小轴力较大时, 增大预紧力对接头刚度无影响, 偏心距较大, 而轴力不变时, 增大预紧力将提高接头刚度。

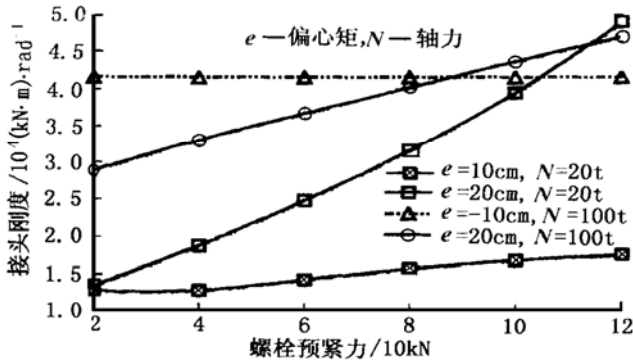


图7 螺栓预紧力的影响

Fig. 7 Curves of bolt tensile force vs. joint stiffness

(2) 螺栓位置的影响

螺栓位置的影响见图8。在小偏心大轴力的情况下, 螺栓位置对接头刚度几乎无影响, 偏心距较大时, 螺栓到截面中心的距离越大接头刚度越大。

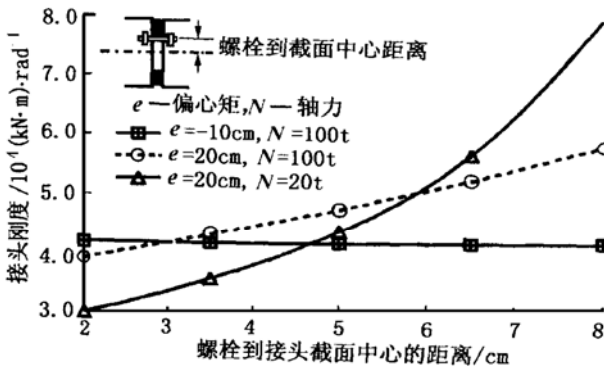


图8 螺栓位置的影响

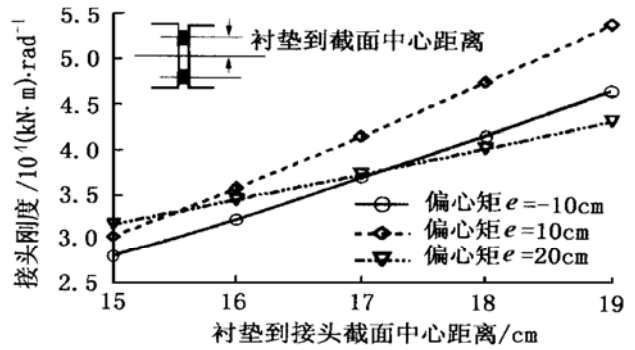
Fig. 8 Curves of bolt position vs. joint stiffness

(3) 衬垫厚度、位置的影响

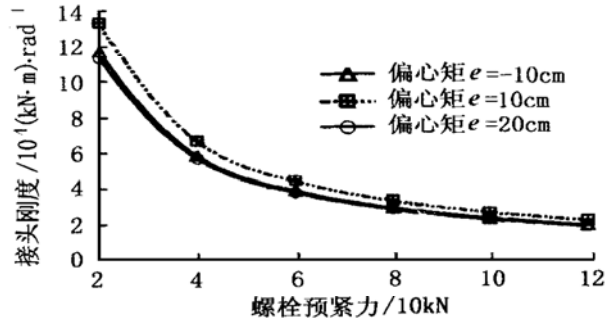
衬垫厚度、位置的影响见图9(a)~(b)。接头刚度随衬垫厚度增大而减小, 但衬垫厚度大于10mm以后, 接头刚度变化不大; 衬垫越靠近截面中心布置, 接头刚度越小。

7 结 论

(1) 在接头断面混凝土处于弹性变形阶段, 衬垫变形远比混凝土变形大, 接头变形主要受衬垫变形控制。  
 (2) 本文所建立的接头力学模型是正确的, 所用的分析方法也适用于其它具有衬垫的平面接头。模型计



(a) 衬垫厚度



(b) 衬垫位置

图9 衬垫厚度、位置对接头刚度的影响

Fig. 9 Curves of liner thickness & liner position vs. joint stiffness

算结果与试验结果能较好吻合, 具有工程应用价值。

(3) 在加荷过程, 试件的挠度会产生附加偏心距, 使实际偏心距与设计荷载偏心距不一致, 应对试验结果进行校正。

(4) 接头刚度随螺栓预紧力、螺栓及衬垫到截面中心的距离等的增大而增大, 随衬垫厚度的增大而降低。

(5) 用建立的模型来模拟接头性能所得的结果是合理的, 这为优化接头参数提供了一条新的途径。

本文承蒙同济大学夏明耀教授的认真审阅, 在此表示衷心感谢! 本文的试验是由上海隧道股份有限公司研究所杨德芳、车法星等大量人员共同完成的, 在此表示真诚地谢意!

参 考 文 献

- 1 Teodor Iftimie, Prefabricated Lining. Conceptual analysis and comparative studies for optimal solution. In: Abdel Salam, ed. Tunnelling and Ground Conditions. 1994
- 2 村上博智ほか. シールド工事に用セグメントのセグメント継手の挙動について. 土木学会論文報告集, 1980(296): 73~85
- 3 陆同寿, 崔铁军. 圆形衬砌接头刚度模型试验与研究. 隧道及地下工程, 1987, 8(4): 21~23
- 4 王振东主编. 混凝土结构设计规范设计方法. 北京: 地震出版社, 1991